تابش زمینه ای کیهان پس از پلانک

مرضیه فرهنگ

دانشگاه شهیدبهشتی

چکیده:

مشاهدات تابش زمینه ای کیهان در دهه گذشته دانش ما را از کیهان متحول کردند. اخیرا ماهواره پلانک با مشاهدات بسیار دقیقی که در کل زوایای آسمان از تابش زمینه ای انجام داد پارامترهای مدل استاندارد کیهان شناسی را با دقت بسیار بالا اندازه گیری کرد. این مساله باعث شد به نظر برسد تابش زمینه چیز جدیدی برای گفتن ندارد. در اینجا برآنیم تا نشان دهیم که هنوز تابش زمینه ای کیهان توانایی گسترش مرزهای علم را دارد.

CMB after Planck

Marzieh Farhang

Shahid Beheshti University

Abstract:

The observations of the cosmic microwave background radiation in the past decade have revolutionized our understanding of the Cosmos. The highly successful Planck satellite, with its full sky, high resolution CMB measurements, put tight constraints on the standard model of cosmology. That is probably why it may seem CMB era has come to an end. Here we aim to show CMB is still expanding the cosmic frontiers, and will continue to do so in the coming decade.

تحول دینامیکی خوشه های ستاره ای: پیرترین اجرام کیهان

حسین حقی

دانشگاه تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

چکیده:

خوشه های ستاره ای که تقریبا در همه ی کهکشانها قابل مشاهده هستند بنای اولیه ی کهکشان ها محسوب میشوند. ستاره های انها تقریبا همسن هستند و این موضوع انها را به ازمایشگاهی ایده ال برای مطالعات تحول ستاره ای تبدیل کرده است. تحولات دینامیکی نیز در شکلگیری ویژگیهای امروزی انها بسیار موثر است. چگالی بسیار زیاد ستاره ها در نواحی مرکزی برخی خوشه ها انها را به محیطی منحصر به فرد که منجر به برخورد ستاره ها میشود تبدیل کرده است. فهم دقیق از تحول خوشه ها این امکان را برای ما فراهم میسازد تا به درک درستی از شرایط اولیه ی شکل گیری آنها صرفا با مطالعه ی ویژگی های امروزیشان دست یابیم. در این سخنرانی به مرور فرایندهای فیزیکی حاکم در شکلگیری و تحول خوشه ها خواهیم برداخت. در ضمن نقش تحول ستاره ای و دینامیکی در شکلگیری ویژگی های امروزی خوشه ها را بررسی خواهیم کرد. آنگاه مروری خواهیم داشت بر چالش های جدی که امروزه گریبانگیر این زمینه تحقیقاتی است. موضوعات که ارایه خواهد شد شامل جداسازی اولیه ی جرمی- خروج گاز از خوشه ها - توزیع اندازه ی خوشه ها در کهکشانها و نیز خوشه های کروی فراکهکشانی خواهد بود.

On the evolution of globular star cluster: the oldest objects in the universe

Hosein Haghi

Institute for Advanced Studies in Basic Sciences(IASBS)

Abstract:

Globular clusters (GCs) that are observed almost in galaxies are considered the fundamental building blocks of galaxies. The member stars of a GC are nearly of the same age and hence they have long been considered the ideal astrophysical objects to explore many aspects of stellar evolution. Dynamical evolution plays a key role in shaping the current properties of star clusters. With densities as high as 10^6 pc^(-3), GCs are among the few places in the Unoiverse where stars interact via two-body encounters. A detailed understanding of the effects of evolutionary processes is essential to be able to disentangle the properties which result from dynamical evolution from those imprinted at the time of cluster formation. In this talk, I will review the main physical ingredients driving their early and long-term evolution, describe the possible evolutionary routes and show how cluster structure and stellar content are affected by dynamical evolution. Then I will review of some of the current major challenges in stellar cluster research. Topics considered include: primordial mass segregation, gas expulsion from clusters, the size distribution of GC systems in galaxies, and extragalactic GCs.

صد سال نسبیت عام و سیاه چاله های کیهانی

رضا منصوری

دانشگاه صنعتی شریف

چکیده:

نسبیت عام صد ساله شد. هنوز بسیاری به آن همانند یک نظریه ی ریاضی پیچیده و کم ارتباط با واقعیت نگاه می کنند. این در حالی است که این نظریه برای گرانش هم اکنون به صورت نظریه ای کلاسیک با کاربرد فراوان ختی در زندگی روزمره درامده است. امروزه اخترفیزیک و کیهان شناسی بدون نسبیت عام قابل تصور نیست. همچنین دانشجوی هوا فضای امروزی بعید است بدون گرفتن درس نسبیت عام بتواند موفق باشد. امواج گرانشی احتمالا در یک سال آینده کشف خواهند شد و تدریس این مبحث شبیه شده است به درس آنتن ها در مهندسی برق. چگونگی تحولات در این صد سال مرور می شود.

مروری بر نظریه گرانش جرمدار

شهاب شهیدی

دانشگاه دامغان

چکیده:

در این سخنرانی مرور کوتاهی بر نظریه گرانش جرمدار ارائه خواهم کرد. در سال ۱۹۳۹ فیرز و پاولی نظریه‌ای ارائه دادند که یک میدان جرمدار با اسپین دو را بر روی زمینه تخت توصیف می‌کرد. در این سخنرانی از این نظریه و مشکلاتی که برای هموردای عام کردن این نظریه ایجاد می‌شود شروع خواهم کرد. سپس به نظریه گرانش جرمدار غیرخطی موسوم به نظریه dRGT که در سال ۲۰۱۱ ارائه شده است خواهم پرداخت و در مورد موفقیت‌ها و مشکلات این نظریه و همچنین تبعات این نظریه در کیهان‌شناسی صحبت خواهم کرد. پس از آن نظریه‌ای به نام quasi-dilaton را معرفی خواهم نمود که می‌تواند مشکلات نظریه dRGT را حل کند. در پایان در مورد مسائل پیش روی این نظریه سخن خواهم گفت.

Review on the massive gravity theory

Shahab Shahidi

Damghan University

Abstract:

In this talk I will briefly review the theory of massive gravity. In 1939, Fierz and Pauli proposed a theory for a massive spin-2 field on flat background. I will start with this theory and discuss the problems of making the theory generally covariant. Then, I will introduce a recently proposed non-linear massive gravity theory known as dRGT. Cosmological consequences of the theory as well as its successes and failures will be discussed. In order to solve the problems of dRGT theory, I will introduce a new theory which is called the quasi-dilaton massive gravity. At the end I will highlight future works on this subject.

ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی یا رهیافت نظریه موثر

علی اکبر ابوالحسنی

دانشگاه صنعتی شریف

چکیده:

توصیف اختلالی ساختارهای بزرگ مقیاس یکی از بنیادهای شناخت توزیع ماده درکیهان می‌باشد. بازبهنجارش یکی از قدم‌های اساسی و تعیین کننده برای تبدیل این توصیف اختلالی به توصیفی فیزیکی و دارای پیش بینی است. در این سخنرانی بعد از پرداختن به مقدمات و انگیزه ها به مرور کوتاه بر نظریه اختلال استاندار ساختارهای بزرگ مقیاس می‌پردازم. در ادامه به تبین مفهوم مهم "بازبهنجارش" در رویکرد نظریه موثر ساختارهای بزرگ مقیاس و همچنین تعریف ضدجملات خواهم پرداخت. در نهایت با بررسی موفقیت های نظریه موثر در پیش‌بینی نتایج شبیه سازی ها سخنرانی را به پایان خواهم برد.

The Large Scale Structure of the Universe: An Effective Theory Approach

Ali Akbar Abolhasani

Sharif University of Technology

Abstract:

A perturbative description of Large Scale Structure is a cornerstone of our understanding of the observed distribution of matter in the Universe. Renormalization is an essential and defining step to make this description physical and predictive. In this talk I will start off by a brief review of preliminaries of standard perturbation theory (SPT) and diagrammatic representation of perturbation theory. Next I will try to elaborate the very meaning of "renormalization" in the Effective Field Theory of Large Scale Structure (EFT of LSS) and the structure of the so-called counter-terms. In closing, I will show that the results of EFT of LSS have been very encouraging which is in a good agreement with the numerical simulations at the percent level.

نظریه های شکل گیری سیارات در قرص‌های پیش سیاره‌ای

محسن شادمهری

دانشگاه گلستان

چکیده:

در این سخنرانی، ویژگیهای رصدی قرصهای پیش‌سیاره‌ای و تلاشهایی که برای شناخت این اجرام نجومی صورت می‌گیرد، مورد بحث قرار خواهند گرفت. خواهیم دید که یک قرص پیش‌سیاره‌ای به دلیل پیچیدگی‌های عوامل فیزیکی مختلفی که ممکن است ساختار قرص را تحت تأثیر قرار دهند، سامانه‌ی ساده‌ای نیست. به همین دلیل، ساختار یک قرص پیش سیاره‌ای بسته به فرایندهای فیزیکی غالب نظیر میدان مغناطیسی و اتلاف آن، پرتوهای کیهانی و کارایی یک قرص به از دست دادن گرمای ناشی از تلاطم به قسمتهای مختلفی تقسیم می‌شود. سپس درباره شکل گیری ساختار در یک قرص پیش سیاره‌ای که در نهایت ممکن است به پیدایش سیارات بیانجامد، بحث خواهیم کرد. ناپایداری گرانشی، ناپایداری زاییده نیروی وارانه و فرایندهای هسته–برافزایش جزو محتمل‌ترین فرایندهای شکل گیری سیارات محسوب می‌شوند، هر چند همان طور که بحث خواهیم کرد نایقینی‌های جدی درباره هر یک از آنها وجود دارد. سپس تحولات اخیر در این عرصه را مرور می‌کنیم.

Theories of planet formation in protoplanetary discs   CMB after Planck

Mohsen Shadmehri

Golestan University

Abstract:

In this talk, I will outline basic observational properties of protoplanetary discs (PPD) and current theoretical efforts to understand these interesting astronomical objects. We will see that a PPD is not a simple system mostly because of the complexities of various physical agents that may affect structure of PPDs. For this reason, structure of a PPD is divided into several regions depending on the dominant involved physical processes like magnetic field and its dissipation, cosmic rays and efficiency of a disc to lose its generated heat due to turbulence by some cooling mechanisms. We then discuss about structure formation in a PPD which may eventually lead to creation of planets. Gravitational instability, drag-driven instability and core-accretion processes are among the most likely processes of planet formation, though there are significant uncertainties about each of them as we will discuss. I will then address recent developments in this field.

جانشانی گرمایی از دیدگاه هولوگرافی

هاجر ابراهیم‌نجف‌آبادی

دانشگاه تهران

چکیده:

اکثر پدیده های فیزیکی در طبیعت در حالت خارج از تعادل روی می دهند و سیستمهای فیزیکی پس از گذشت زمان، به حالت نهایی خود یعنی حالت تعادل میرسند. مطالعه سیستمهای خارج از تعادل، بالاخص در حضور ضریب کوپل شدگی قوی، مشکل بوده و روشهای شناخته شده نظریه میدان کمک چندانی به شناخت آنها نمی کند. در این سمینار ضمن ارائه خلاصه ای از دوگانی گرانش / نظریه میدان، بررسی می کنیم که چگونه تئوری گرانشی می تواند به ما در مطالعه اینگونه سیستمهای خارج از تعادل کمک کند.

Thermal Quench from Holography

Hajar Ebrahim Najafabadi

University of Tehran

Abstract:

Most of the physical systems that we are able to study in nature are final states of an out-of-equilibrium system. To study an out-of-equilibrium process, especially if the system is strongly coupled, the usual perturbative methods in field theory are not applicable. In this seminar we will give a short overview on gauge/gravity duality and discuss how gravity theory can help us to study such out-of-equilibrium systems.

اثرات برهمکنش میان شاره ها در نظریه میدان موثر ساختارها

محمود صفری، علی معصومی، مهدیار نوربالا، مارک هرتزبرگ

دانشگاه بولونیا، دانشگاه تافتس، دانشگاه تهران، دانشگاه تافتس

چکیده:

با استفاده از ابزار نظریه میدان مؤثر برای ساختارهای بزرگ مقیاس برهمکنش میان دو شاره را مطالعه می‌کنیم. برهمکنش‌های میان این ماده باریونی و ماده تاریک را به صورت یک نیروی یوکاوا-گونه در نظر می‌گیریم و تأثیرات این برهمکنش‌ها را بر روی آمار ساختارها بررسی می‌نماییم.

Fluid Interactions in the EFT of LSS

Mark Herzberg, Ali Masoumi, Mahdiyar Noorbala, Mahmoud Safari

Tufts University, Tufts University, University of Tehran, University of Bolgna

Abstract:

We investigate a two-fluid model of matter in the framework of effective field theory of large scale structures. We incorporate the effect of interactions between baryons and dark matter with a Yukawa-type mediator. We study the observational effects on the statistics of structures.

اندازه‌گیری میدان مغناطیسی ستارگان از طریق مشاهدات قطبش‌سنجی از رویدادهای ریزهمگرایی گرانشی

سجادیان ، صدیقه

[1]*دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف، خیابان آزادی، تهران*

چکیده

میدان مغناطیسی برروی سطح یک ستاره از دوطریق ایجاد قطبش می‌کند: اثر زیمان و شکست تقارن در روشنایی سطحی ستاره‌ی چشمه به خاطر ایجاد لکّه. میزان قطبش ایجاد شده برای یک ستاره‌ی چشمه که درون هسته‌ی کهکشان ما قرار دارد بسیار کوچک و اغلب غیرقابل تشخیص است. ریزهمگرایی گرانشی می‌تواند سیگنال‌های قطبش را تقویت کند و آشکارسازی آنها را میسّر کند. ما اختلال در منحنی قطبش رویدادهای ریزهمگرایی گرانشی از یک ستاره‌ی چشمه که میدان مغناطیسی دارد، را بررسی می کنیم. برخی نکات در این مورد عبارتند از: (۱) لکّه‌های سردتر میدان مغناطیسی قوی‌تری دارند ولی سهم کمتری در نور قطبیده‌ی دریافت شده از ستاره‌ی چشمه دارند. (۲) بیشترین میزان اختلال در منحنی قطبش ناشی از یک لکّه زمانی ایجاد می‌شود که مکان تصویرشده لکّه در لبه‌ی ستاره‌ی چشمه واقع باشد و ستاره از همان لبه وارد منحنی سوختیک شود، در حالیکه بیشینه اختلال ناشی از وجود لکّه در منحنی نوری زمانی ایجاد می‌شود که مکان تصویر شده لکّه در وسط ستاره‌ی چشمه قرار گیرد. (۳) تبهگنی جزئی در تعیین اندازه‌ی لکّه، اندازه‌ی اختلاف دمای آن ناحیه نسبت به دمای مؤثر ستاره‌ی چشمه و اندازه‌ی میدان مغناطیسی آن وجود دارد. (۴) با اندازه‌گیری زمانی که اختلال نوری ناشی از وجود لکّه صفر می‌شود می‌توانیم میزان تقویت نور لکّه را تعیین کنیم. لکّه‌ها علاوه‌بر تغییر اندازه‌ی سیگنال قطبش جهت آن را نیز تغییر می‌دهند که می تواند اطلاعاتی راجع به مکان لکّه به ما بدهد. اگرچه بازده‌ی نورسنجی در رصد لکّه‌ها بیشتر از بازده‌ی قطبش‌سنجی است، امّا با مشاهده سیگنال قطبش یک لکّه می‌توانیم برروی میزان میدان مغناطیسی آن قید بگذاریم.

Measuring magnetic field of stars through polarimetric observations of gravitational microlensing events

Sajadian, Sedighe

Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran

Abstract

Magnetic field on a source star of microlensing makes polarization signal through two channels of Zeeman effect and breaking circular symmetry of the source surface brightness due to its temperature contrast. The amount of these polarization signals for Galactic bulge stars are generally too small to be discerned. Gravitational microlensing can magnify these polarization signals and makes them be detected. We first explore the characteristics of perturbations in polarimetric microlensing during caustic-crossing of a binary lensing as follows: (a) The cooler spots over the Galactic bulge sources have the smaller contributions in the total flux, although they have stronger magnetic fields. (b) The maximum deviation in the polarimetry curve due to the spot happens when the spot is located near the source edge and the source spot is first entering the caustic whereas the maximum photometric deviation occurs for the spots located at the source center. (c) There is a (partial) degeneracy for indicating spot's size, its temperature contrast and its magnetic induction from the deviations in light or polarimetric curves. (d) If the time when the photometric deviation due to spot becomes zero (between positive and negative deviations) is inferred from microlensing light curves, we can indicate the magnification factor of the spot, characterizing the spot properties except its temperature contrast. The stellar spots alter the polarization degree as well as strongly change its orientation which gives some information about the spot position. Although, the photometry observations are more efficient in detecting stellar spots than the polarimetry ones, but polarimetry observations can specify the magnetic field of the source spots.

مقدمه

هرگاه نور یک ستاره پس‌زمینه از کنار یک جسم سنگین زمینه عبور کند، در اثر گرانش پرتوی نور به سمت مرکز گرانشی خم می‌شود و از آن جسم پس‌زمینه دو یا چند تصویر تشکیل می‌شود. در ابعاد کهکشانی فاصله‌ی جدایی تصاویر بسیار کوچک و غیرقابل تشخیص به کمک تلسکوپ‌های زمینی می‌باشد. بنابراین ناظر مجموع نور تصاویر را دریافت می‌کند که نسبت به نور خود ستاره‌ی چشمه تقویت شده است، که به آن یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی می‌گویند[1]. میزان ضریب تقویت نور با حرکت ستاره‌ی چشمه نسبت به جسم زمینه (عدسی) تغییر می‌کند و به آن یک منحنی نوری می‌گویند. در یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی تقارن کروی سطح ستاره‌ی چشمه با ایجاد تصاویری که نسبت به خود ستاره‌ی چشمه کشیده شده‌اند می‌شکند. شکست تقارن کروی سطح ستاره‌ی چشمه باعث می‌شود که قطبش خالص نور ستاره‌ی چشمه، ایجاد شده در اثر پراکندگی، غیرصفر شود[2]. میزان قطبش ایجاد شده در بیشینه مقدار خود به حدود چند دهم درصد می‌رسد. البته این مقدار برای حالت عدسی دوتایی و در حین گذر از منحنی سوختیک می‌تواند به حدود یک درصد هم برسد[3]. منحنی سوختیک مکان هندسی نقاطی از صفحه‌ی عدسی است که اگر مکان تصویرشده ستاره‌ی چشمه برروی آنها قرار بگیرد، ضریب تقویت نور بسیار شدید خواهد شد. میزان قطبش در یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی وقتی که عدسی از لبه‌ی ستاره‌ی چشمه عبور کند و یا وقتی که در عدسی‌های دوتایی ستاره‌ی چشمه از منحنی سوختیک عبور کند، به بیشینه خود می‌رسد.

همگرایی گرانشی می‌تواند سیگنال‌های کوچک را تقویت کند و حتی در بعضی موارد مشاهده‌ی آنها را امکان پذیر می‌کند. این سیگنال‌ها می‌توانند مربوط به اختلال‌هایی برروی سطح ستاره‌ی چشمه و یا مربوط به عدسی باشند. توجه کنید که در یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی اکثر ستاره‌های چشمه درون هسته‌ی کهکشان قرار دارند و عدسی نیز اغلب درون دیسک کهکشان. مشاهده‌ی اختلال‌های کوچک مربوط به ستاره‌هایی که در فاصله چند کیلو پارسک از ما دوراند با هیچ روش دیگری امکان‌پذیر نیست. ریزهمگرایی گرانشی تنها روش ممکن در این مورد است. اکثر اثرات مرتبه‌دوم برروی سطح ستاره‌ی چشمه و یا عدسی در منحنی نوری یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی اختلال ایجاد می‌کنند. امّا وجود میدان مغناطیسی را نمی‌توانیم با مشاهدات نورسنجی تعیین کنیم وحتی اگر وجود آن تشخیص داده شود برروی مقدار آن با اندازه گیری نورسنجی به تنهایی نمی‌توان قید گذاشت. با مشاهدات قطبش‌سنجی از یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی می‌توانیم وجود میدان مغناطیسی و حتی اندازه آن را با مشاهده اختلال ایجاد شده در منحنی قطبش تعیین کنیم. در این کار ما به بررسی این نکته می‌پردازیم. در ابتدا ویژگی‌های منحنی قطبش یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی از یک ستاره‌ی چشمه که یک میدان مغناطیسی دارد را بررسی می‌کنیم و در ادامه احتمال مشاهده‌ی این گونه اختلال‌ها را از طریق رصد قطبش سنجی را مطالعه خواهیم کرد.

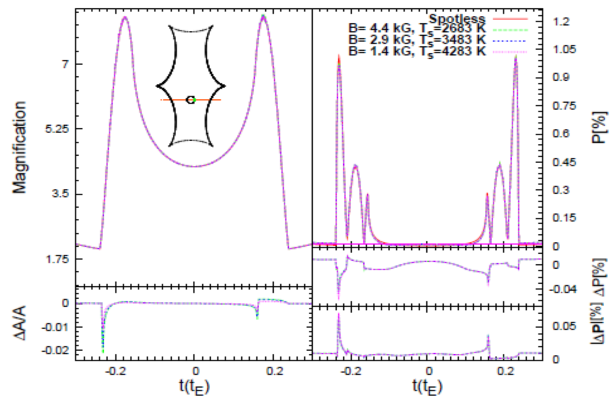
منحنی قطبش یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی از یک ستاره‌ی چشمه لکّه‌دار در گذر سوختیک:

برای محاسبه میزان قطبش در یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی از ضرایب استوکس استفاده می‌کنیم[4]:

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} S_{Q,\star} \\ S_{U,\star} \end{pmatrix} &= \rho_\star^2 \int_0^1 \rho\, d\rho \int_{-\pi}^{\pi} d\phi I_-(\mu) A(u) \begin{pmatrix} -\cos 2\phi \\ \sin 2\phi \end{pmatrix} \\ S_{I,\star} &= \rho_\star^2 \int_0^1 \rho d\rho \int_{-\pi}^{\pi} d\phi I(\mu)\, A(u), \qquad (\end{aligned} \quad (۱)$$

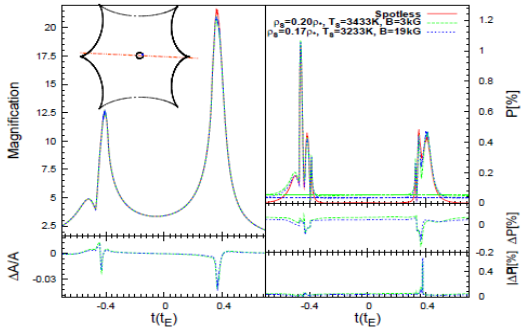
که در آن دو ضریب اول قطبش خطی و ضریب آخر میزان نوردریافت شده توسط ناظر را نشان می‌دهد. در این روابط ρ_* شعاع ستاره‌ی چشمه تصویر شده برروی صفحه عدسی و بهنجار شده به شعاع انیشتین، ρ فاصله هر المان از سطح ستاره چشمه نسبت به مرکز آن، بهنجار شده شعاع ستاره‌ی چشمه ، ϕ زاویه سمتی، A(u) ضریب تقویت نور و -I و I شدت نور قطبیده و کل را نشان می‌دهند. در صورتی‌که برروی سطح ستاره‌ی چشمه میدان مغناطیسی وجود داشته باشد، بایستی توابع I,I- را به صورت توابع دومؤلفه‌ای در نظر بگیریم[5]. میدان مغناطیسی با ایجاد جریان‌های همرفتی باعث کاهش دمای آن قسمت سطح ستاره نسبت به دمای

موثر سطح می‌شود و یک لکّه ایجاد می‌شود. هرچه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد اختلاف دمای ایجاد شده هم بیشتر خواهد بود[6]. اما این لکّه ها با وجود میدان مغناطیسی قوی‌تر میزان نور کمتری را پراکنده می‌کنند بنابراین سهم کمتری در نور پراکنده شده دارند. از این‌رو دو کمییت میدان مغناطیسی و اختلاف دمای لکّه نسبت به ستاره مادر تبهگن هستند. به این معنی که میزان قطبش ایجاد شده ناشی از لکّه‌های سردتر با میدان مغناطیسی بزرگتر با میزان قطبش ناشی از یک لکّه گرمتر و میدان مغناطیسی کوچکتر یکسان است و بنابراین منحنی نوری و قطبش یکسانی در صورت لنز شدن دارند. این موضوع در شکل (۱) نمایش داده شده است.



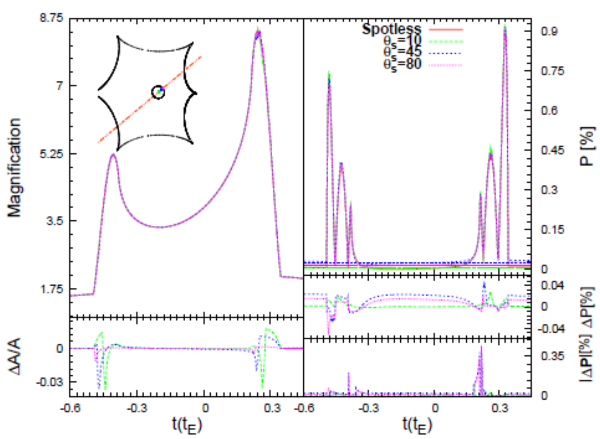
شکل (۱): منحنی نوری (سمت چپ) و منحنی قطبش(سمت راست) یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی دوتایی ناشی از یک ستاره‌ی چشمه لکّه دار، با در نظر گرفتن سه مقدار متفاوت برای میدان مغناطیسی. در قسمت های زیرین هر منحنی میزان اختلال ایجاد شده ناشی از وجود لکّه را نمایش می‌دهد. خطوط قرمز مربوط به رویداد ریزهمگرایی گرانشی بدون در نظر گرفتن اثر لکّه است. در شکل سمت چپ مسیرحرکت ستاره‌ی چشمه، منحنی سوختیک و سطح ستاره‌ی چشمه نشان داده شده است.

در عمل یک فاکتور تبهگن دیگر هم وجود دارد و آن اندازه لکّه ایجاد شده است، زیرا میزان قطبش ایجاد شده از یک ستاره‌ی چشمه که میدان مغناطیسی دارد به اندازه میدان مغناطیسی، اندازه لکّه ایجاد شده و نیز میزان اختلاف دمای ایجاد شده نسبت به دمای مؤثر سطح ستاره‌ی چشمه بستگی دارد. در شکل (۲) دو رویداد ریزهمگرایی گرانشی مربوط به دو ستاره‌ی چشمه با خواص متفاوت نمایش داده شده است که هر دو منحنی نوری و منحنی قطبش یکسانی دارند و بنابراین تبهگن هستند.



شکل (۲): منحنی نوری و منحنی قطبش مربوط به دو رویداد ریزهمگرایی گرانشی تبهگن. مشخصات شکل ها شبیه به شکل (۱) است.

لکّه هایی که مکان تصویر شده آنها در لبه‌ی ستاره‌ی چشمه قرار می‌گیرد شانس بیشتری برای آشکارسازی به کمک قطبش‌سنجی دارند. زیرا میزان نور قطبیده‌شده در اثر پراکندگی در لبه‌های ستاره‌ی چشمه بیشینه است. وجود لکّه در لبه باعث مختل کردن قسمت بزرگی از این نور قطبیده می‌شود. در حالی‌که لکّه‌هایی که مکان تصویر شده آنها در مرکز ستاره‌ی چشمه قرار می‌گیرد برای آشکارسازی به کمک نورسنجی شانس بیشتری دارند. زیرا با در نظر گرفتن اثر تاریکی لبه[۱] سهم نورستاره‌ی چشمه دریافت شده توسط ناظر که از قسمت مرکز ستاره‌ی چشمه می‌آید بیشینه است. این موضوع نیز در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل (۲): منحنی نوری و منحنی قطبش یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی دوتایی از یک ستاره‌ی چشمه لکّه دار، با در نظر گرفتن سه مکان متفاوت برای لکّه.

[۱] Limb-darkening

جنبه‌های مشاهداتی لکّه‌ها از طریق قطبش‌سنجی و نورسنجی:

در این قسمت ما امکان مشاهده این سیگنال‌های ضعیف ناشی از وجود میدان مغناطیسی را بررسی می‌کنیم. فرض می‌کنیم رویدادهای ریزهمگرایی گرانشی دوتایی در حین گذر از منحنی سوختیک به‌کمک قطبش‌سنج FORS2[2] که برروی تلسکوپ VLT[3] قرار دارد، رصد می‌شوند. این وسیله دارای دقت یک دهم درصد به شرط اینکه میزان سیگنال به نویز به مقدار ۱۰۰۰ برسد، است. با این فرض یک شبیه‌سازی مونت–کارلو انجام می‌دهیم تا میزان بازده در مشاهده‌ی اثرات اختلال ناشی از وجود میدان مغناطیسی و لکّه را تعیین کنیم. به دلیل محدودیت در تعداد صفحات مقاله از ذکر جزئیات معذوریم و تنها نتایج را بازگو می‌کنیم. بعد از انجام شبیه‌سازی به این نتیجه رسیدیم که بازده در رصد سیگنال قطبش ناشی از وجود میدان مغناطیسی در یک رویداد ریزهمگرایی گرانشی حدود ۱۱ و در رصد سیگنال نوری این لکّه‌ها حدود ۵۲ درصد می‌باشد.

نتیجه‌گیری:

اگرچه رصد فوتومتری از رویدادهای ریزهمگرایی گرانشی بازده بیشتری در مشاهده سیگنال اختلال ناشی از لکّه نسبت به رصد قطبش‌سنجی دارد، اما با مشاهده فوتومتری نمی‌توانیم برروی میزان میدان مغناطیسی قید بگذاریم. زیرا سیگنال فوتومتری ناشی از یک لکّه به اندازه میدان مغناطیسی اصلاً وابسته نیست. از طرف دیگر این دو روش مکمل همدیگراند در مشاهده‌ی لکّه‌هایی که مکان تصویر شده شان در لبه و یا در مرکز ستاره‌ی چشمه قرار می‌گیرد.

مرجع‌ها:

[1] A. Einstein; 1936, *Science*, **84,** 506
[2] P. Schneider and R. V. Wagoner; "Amplification and polarization of supernovae by gravitational lensing"; 1987, *ApJ* , **314**, 154.
[3] E. Agol; "Polarization during binary microlensing";1996, *MNRAS*, **279**, 571.
[4] J. Tinbergen;1996, *Astronomical Polarimetry*. Cambridge Univ. Press, New York.
[5]S., Sajadian; "Detecting stellar spots trough polarimetry observations of microlensing events in caustic crossing", 2015, *MNRAS*, **452**, 2587
[6] S.V. Berdyugina; 2005; *Living Rev. Solar Phys.*, **2**, 2

[2] the FOcal Reducer and low dispersion Spectrograph
[3] Very Large Telescope

درباره چشمه تنش ناهمسانگردی القا شده در مدل $f(R)$

قلعه ، امیر

گروه فیزیک دانشگاه تفرش ، تفرش، ایران

چکیده

در این مقاله نشان می دهیم که چشمه ناهمسانگردی القا شده در مدل $f(R)$ ، در تقارن دیفیومرفیزم می باشد. نشان داده شده که می توان با شکستن تقارن دیفیومورفیزم می توان ناهمسانگردی القا شده را از بین برد.

On the source of the induced anisotropic stress in $f(R)$ model

Amir Ghalee

Department of Physics, University of Tafresh Tafresh, Iran

Abstract

In this paper, we show that source of the induced anisotropic stress in $f(R)$ model is the diffeomorphism symmetry of the model. By breaking the diffeomorphism symmetry of the model, It has been shown that one can remove the induced anisotropic stress .

PACS No. 98,4

مقدمه

تازه ترین نتایج منتشر شده ماهواره پلانک نشان دهنده سازگاری بسیار خوب نتایج رصد با پیش بینی های مدل R^2 تورمی می باشد [۱]. این مدل از خانواده کلی مدل های معروف به $f(R)$ هستند که کنش آنها به صورت زیر تعریف می شوند

$$S_f = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_P^2 R}{2} + \lambda M_P^4 f(\frac{R}{M_P^2})\right] \quad (1).$$

این مدل ها همچنین برای توصیف انبساط شتابدار کیهان در دوره اخیر کیهان شناسی نیز به کار می روند[۲].

اما همانطور که در مرجع [۳] مشخص شده است، یکی از نتایج حاصل از مدل (۱) ایجاد یک نا همسانگردی القا شده روی پارامتر های اختلالی می باشد. این نکته را می توان به روشنی در پیمانه نیوتونی برای اختلال متریک، که به صورت زیر تعریف می شود مشاهده کرد.

$$ds^2 = -(1+2\Phi(t,x))dt^2 + a(t)^2(1+2\Psi(t,x))dx^i dx^j \quad (2)$$

که در آن $a = a(t)$ ضریب مقیاس است. ناهمسانگردی القا شده توسط مدل (۱) باعث می شود که به صورت کلی نتیجه $\Phi(t,x) \neq \Psi(t,x)$ را داشته باشیم.

در این مقاله نشان می دهیم که ریشه این ناهمسنگردی القا شده در تقارن دیفیومورفیزم در مدل (۱) نهفته است و می توان این نا همسانگردی القا شده را با شکستن این تقارن از بین برد.

لازم به ذکر است که در چارچوب کیهان شناسی، به علت وجود متریک فریدمان-رابرتسون-واکرFRW، فرض تقارن کلی دیفیومورفیزم لازم نیست. بنابراین می توان فقط تقارن دیفیومورفیزم را در بخش فضایی در مدل در نظر گرفت.

روش سیستماتیک ما برای شکستن تقارن کلی دیفومورفیزم استفاده از تبدیل زیر در مدل (۱) می باشد

$$R \rightarrow R_\Upsilon \equiv R + (\Upsilon - 1)\Xi. \quad (3)$$

که در آن Y یک پارامتر و Ξ یک جمله مشتق کامل است که به صورت زیر تعریف می شود

$$R = {}^3R + (K^{ij}K_{ij} - K^2) + \Xi. \quad (4)$$

.که ${}^3R$ خمش سه بعدی و K^{ij} تانسور خمش بیرونی می باشد.

بنابراین مدلی که در این مقاله بررسی می شود به صورت زیر تعریف می شود

$$S_{res} = \int d^4x\sqrt{-g}\left[M_P^2\frac{R}{2} + \lambda M_P^4 f\Big(\frac{R_Y}{M_P^2}\Big)\right] + S_{Matter}. \ (5)$$

از رابطه (۳) مشخص است که تمام معادلات و نتایج بدست آمده باسد با انتخاب $Y=1$ با معادلات و نتایج مدل (۱) یکسان باشند.

کیهان شناسی پس زمینه

متریک پس زمینه را فریدمان–رابرتسون–واکر تخت به صورت زیر ثر نطر می گیریم

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 dx^i dx^j \delta_{ij} \quad (6)$$

با در نظر گرفتن تانسور انرژی–تکانه یک شاره به صورت $T_{\mu\nu}$ ، و با فرض داشتن بر همکنش مینیمال شاره با میدان گرانش، می توان از اتحاد بیانکی ، $\nabla^\mu T_{\mu\nu} = 0$، معادله حالت شاره را به صورت زیر بدست آورد

$$\dot\rho + 3H(\rho + p) = 0 \ (7)$$

که ρ و p چگالی انرژی و فشار شاره می باشند.

معادله فریدمان تعمیم یافته مدل را مرجع [۴]بدست آورده ایم که به صورت زیر می باشد

$$3H^2 + \lambda M_P^2 f + \lambda(6H^2 - R_Y)F + 6\lambda Y H\dot F = \frac{\rho}{M_P^2}. \ (8)$$

که در آن

$$R_Y = -6H^2 + Y(6\dot H + 18H^2),$$
$$f \equiv f\Big(\frac{R_Y}{M_P^2}\Big), F \equiv M_P^2\frac{df}{dR_Y} \equiv f' \ (9)$$

$F = \bar F + \delta F, \dot F = \dot{\bar F} + \delta\dot F.$ که علامت پریم به معنی مشتق نسبت به آرگومان f می باشد.

بررسی اختلالات متریکی

اختلالات متریک را در پیمانه نیوتون بررسی می کنیم که بخش اسکالر آن به صورت نشان داده شده در رابطه (۲) پارامتر بندی می شود. بخش اختلال اسکالر تانسور انرژی تکانه را به صورت زیر پارامتر بندی می کنیم

$$\delta T_0^0 = -\delta\rho, \delta T_0^i = -(\rho+p)\partial_i v, \delta T_i^j = \delta p \delta_i^j, \ (10)$$

همچنین F و $\dot F$ را به صورت زیر پارامتر بندی می کنیم

$$F = \bar F + \delta F, \dot F = \dot{\bar F} + \delta\dot F. \ (11)$$

از معادله بیانکی روی تانسور انرژی–تکانه شاره می توان دو معادله زیر را بدست آورد

$$\delta\dot\rho + 3H(\delta\rho + \delta p) = \frac{k^2}{a^2}\delta q + 3(\rho+p)\dot\Psi,$$

$$\delta\dot q + 3H\delta q + \delta p + (\rho+p)\Phi = 0. \ (12)$$

در مرجع [۴] نشان داده ایم که بخش خطی شده اسکالر ریچی، $\delta R_Y|_{scalar}$ ، به صورت زیر می باشد

$$\delta R_Y = \frac{-4k^2}{a^2}\Psi + \frac{2Yk^2}{a^2}\Phi - 12(3Y-1)H^2\Phi$$
$$-12Y\dot H\Phi - 6YH\dot\Phi - 6Y\ddot\Psi - 12(3Y-1)H\dot\Psi. \ (13)$$

روش بدست آوردن بقیه روابط را در مرجع [4]شرح داده ایم و در اینجا از نتایج مهم آن استفاده می کنیم .

معادله ای که اختلال در سرعت شاره را به پارامتر های اختلال متریک مربوط می کند به صورت زیر می باشد

$$(H\Phi + \dot\Psi)(1 + 2\lambda\bar F) + \frac{1}{2M_P^2}\delta q =$$

$$\lambda\left[Y\delta\dot F - Y\Phi\dot{\bar F} + (2-3Y)H\delta F\right]. \ (14)$$

معادله ای که اختلال چگالی را به اختلال متریک مربوط می کند عبار ت است از

$$\lambda\Big[(6-9Y)H^2 - 3Y\dot H + \frac{Y}{a^2}k^2\Big]\delta F$$
$$-3Y\lambda\dot{\bar F}(2H\Phi + \dot\Psi) + 3\lambda YH\delta\dot F - \frac{\delta\rho}{2M_P^2} =$$
$$(3\Phi H^2 + \frac{k^2}{a^2}\Psi + 3H\dot\Psi)(1 + 2\lambda\bar F) \ (15)$$

مجموعه معادلات (۱۲) ، (۱۳) و (۱۴) یک مجموعه مستقل برای بررسی مدل را فراهم می آورند. اما با ترکیب این معاذلات می توان یک معدله بسیار مفید را به صورت زیر بدست آورد

$$(\Psi-\Phi)(1+2\lambda\bar{F})=2\lambda(2\Upsilon-1)\delta F \quad (16)$$

از رابطه بالا مشخص است که با انتخاب $Y=\frac{1}{2}$ می توان نا همسانگردی القا شده در مدل از بین برد.

برای بررسی اختلال متریک در بخش برداری از پیمانه زیر استفاده خواهیم کرد

$$ds^2=-dt^2+2aS_i dx^i dt+a^2\delta_{ij}dx^i dx^j, \; (16)$$

که $\partial_i S_i=0$. همچنین برای تانسور انرژی تکانه ماده خواهیم داشت

$$\delta T_i^0|_{vector}=\delta q_i^V. \; (17)$$

با اتحاد بیانکی روی تانسور انرژی تکانه خواهیم داشت

$$\delta\dot{q}_i^V+3H\delta q_i^V=0. \; (18)$$

همپنین معادله دیگری را می توان به روش نشان داده شده در مرجع [۴] به صورت زیر پیدا کرد

$$M_p^2 k^2(1+2\lambda F)\frac{S_i}{a}=2\delta q_i^V. \; (19)$$

در نهایت در بخش تانسوری اختلال که به صورت زیر تعریف می شود

$$ds^2=-dt^2+a^2[\delta_{ij}+\gamma_{ij}]dx^i dx^j, \; (20)$$

خواهیم داشت

$$\ddot{\gamma}_k^s+\dot{\gamma}_k^s\frac{d}{dt}\ln[a^3(1+2\lambda F)]+(\frac{k}{a})^2\gamma_k^s=0. \; (21)$$

که در آن

$$\gamma_{ij}=\int\frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}}\sum_{s=\pm}\epsilon_{ij}^s(k)\gamma_k^s(t)e^{i\vec{k}.\vec{x}}, \; (22)$$

از رابطه (۲۱) مشخص است که برای جلوگیری از ناپایداری در بخش تانسوری شرط $1+2\lambda F>0$ را روی مدل خواهیم داشت.

بررسی اختلالات در فضای دو سیته

مدل های تعمیم یافته گرانش اغلب برای ایجاد انبساط شتابدار کیهان پیشنهاد می شوند. فضای دو سیته یک چار چوب خوب برای توصیف کیهان در فاز انبساط شتابدار است. بنابراین لازم است که دینامیک اختلالات در این فضا بررسی شود.

با توجه به اینکه در دوره اخیر کیها نشناسی می توان از سهم مواد باریونی در کیها نشناسی صرفنظر کرد، با ترکیب معادلات (۱۳) و (۱۴) خواهیم داشت

$$\frac{k^2}{a^2}\Psi(1+2\lambda\bar{F})=\lambda\left[-3\Upsilon\dot{H}+\frac{\Upsilon}{a^2}k^2\right]\delta F$$
$$-3\Upsilon\lambda\dot{\bar{F}}(H\Phi+\dot{\Psi}) \quad (23)$$

از معادلات (۱۶) و (۲۳) در فضای دو سیته خواهیم داشت

$$\Phi=\frac{(2-3\Upsilon)}{\Upsilon}\Psi. \; (24)$$

با استفاده از رابطه (۱۳) و (۲۳) و حذف Φ با استفاده از (۲۴) خواهیم داشت

$$\ddot{\Psi}+3H\dot{\Psi}+\Big[\frac{k^2}{a^2}+2\frac{(3\Upsilon-1)(2-3\Upsilon)}{\Upsilon^2}H^2$$
$$+\frac{M_P^2}{6\lambda\Upsilon^2F'}(1+2\lambda F)\Big]\Psi=0 \qquad (24)$$

بنابراین برای اینکه معادله بالا و رفتار اختلالات متریک هموار باشد شرط زیر را خواهیم داشت

$$\frac{(1+2\lambda F)}{\lambda F'}>12(3\Upsilon-1)(2-3\Upsilon)\frac{H^2}{M_P^2} \quad (25)$$

که یک قید دیگر روی مدل را به ما می دهد.

نتیجه گیری

با شکستن تقارن دیفیومورفیزم در مدل $f(R)$ ، ارتباط بین ناهمسانگردی القل شده در این مدل ها و تقارن موجود در آنها پیدا شد. همچنین با در نظر گرفتن دینامیک اختلا لات متریک، چند قید روی مدل در نظر گرفته شده در این مقاله بدست آمد.

مرجع‌ها

[۱] I. S. P. Ade et al. (Planck Collaboration), 1502.02114, (2015)

[2] S. Capozziello, Int. J. Mod. Phys. D, \textbf{11}, 483, (2002); S. Capozziello, V. F Cardone, S. Carloni, A. Troisi; S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden, and M S. Turner, Phys. Rev. D \textbf{70} 043528 (2004).

[3] E. Di Valentino, A. Melchiorri, J. Silk, [arxiv:1509.07501]

[3] A. Ghalee, [arxiv:1510.05353]

انرژی تاریک با استفاده از میدان پیمانه ناوردای یانگ-میلز [1]

مهرابی ، احمد[1]؛ کمالی، وحید[1]، ملک نژاد، آزاده[2]

[1]دانشکده فیزیک دانشگاه بوعلی سینا، خیابان مهدیه، همدان

[2]پژوهشگاه دانش های بنیادی تهران

چکیده

در این کار مدلی برای انرژی تاریک با استفاده از میدان پیمانه ای یانگ میلز معرفی می شود. این مدل اخیرا به عنوان یک مدل تورمی مورد استفاده قرار گرفته است. در این کار این میدان برای توصیف انرژی تاریک در زمان حال در نظر گرفته شده و پارامتر های آزاد آن با استفاده از داده های رصدی مقید شده اند. این میدان در زمان تابش غالب به صورت یک میدان تابش تاریک عمل کرده و بعد از یک تغییر فاز در گذر زمان کیهانی به یک میدان با معادله حالت شبیه به انرژی تاریک تبدیل می شود. در ابتدا به معرفی مدل و نحوه تحول آن در کیهان تخت فریدمان با در نظر گرفتن تابش و ماده تاریک می پردازیم و سپس با استفاده از داده های رصدی ابرنواختر[2] و نوسانات صوتی باریون[3]، پارامتر های مدل را مقید می کنیم.

Dark energy as a gauge invariant Yang-Mills field

Mehrabi, Ahmad[1]; Kamali, Vahid[1] ; Azade[2], Maleknjad

[1]Department of Physics, University of Bu-Ali Sina, Hamadan
[2] Institute for Research in Fundamental Sciences, Tehran

Abstract

In this work, we introduce a gauge invariant Yang-Mills field as a dark energy candidate. Recently this model has been used as a inflationary model to describe early time inflation. In this work we use the model to describe late time acceleration of Universe and try to constrain the free parameters of the model using recent observational data. The model behave like a dark radiation in the radiation dominated epoch, and then after a phase change in cosmic history, convert to a field with a equation of state similar to ordinary dark energy. First we drive evolution equation of the model in a flat Friedman universe including dark matter and radiation, and finally we constrain the free parameters of the models using recent super novae and baryon acoustic oscillation data.

---

۱ Yang-Mill
۲ Super Novae
۳ Baryon Acoustic oscillation

مقدمه

شواهد رصدی زیادی از جمله داده های ابرنواختر [1]، ساختار های بزرگ مقیاس [2] و نوسانات صوتی باریون ها [3] نشان می دهند که کیهان در زمان حال با شتاب مثبت منبسط می شود. برای توصیف این حرکت شتاب دار می توان از دو دیدگاه کلی استفاده کرد. در دیدگاه اول انرژی تاریک به عنوان یک سیال کیهانی در نظر گرفته می شود که معادله حالت آن به اندازه کافی منفی بوده و می تواند انبساط عالم را توضیح دهد. در دیدگاه دوم مولفه های داخل کیهان همان مواد شناخته شده در نظر گرفته می شود و گرانش انیشتن به صورتی تغییر می کند که انبساط عالم را توصیف کند. برای مثال می توان یک سیال با معادله حالت ثابت با زمان به صورت $w=\frac{p}{\rho}$ در نظر گرفت که p فشار و ρ چگالی سیال است. داده های رصدی نشان می دهند که معادله حالت باید نزدیک به منفی یک باشد. برای ماده تاریک معادله حالت برابر با صفر و برای تابش برابر با $\frac{1}{3}$ است. مدل های که معادله حالت آن ها $w<-1$ مدل های فانتوم و مدل هایی با $w>-1$ مدل های کوینتسنس[4] نام دارند. میدان پیمانه ناوردا یانگ میلز در کیهان مانند یک مولفه تابش عمل می کند که به صورت a^{-4} با پارامتر مقیاس کاهش می یابد. برای توصیف شتاب کیهان می توان به این میدان یک جمله پیمانه ناوردا اضافه نمود [4] و یا این که این میدان را به یک میدان دیگر مانند میدان آکسیون[5] متصل کرد [5]. در این کار ما به میدان یانگ میلز یک جمله اضافه کرده و رفتار این میدان جدید را در کیهان با حضور ماده تاریک و تابش بررسی می کنیم. یکی از ویژگی های مهم این مدل نسبت به مدل های انرژی تاریک دیگر این است که این میدان در زمان آخرین سطح پراکندگی به صورت یک تابش تاریک عمل کرده و می تواند بخشی از درجات آزادی نسبیتی که توسط ماهواره پلانک محاسبه شده را توصیف کند. تابش تاریک به این لحاظ که معادله حالت آن مانند تابش است ولی مانند فوتون ها با ماده باریونی برهمکنش ندارد.

معرفی مدل و معادلات تحول

کنش کلی به صورت مجموع کنش های مربوط به میدان یانگ میلز با در نظر گرفتن جمله پیمانه ناوردا و کنش ماده نوشته می شود.

$$S=\int\sqrt{-g}\,\Big(-\frac{1}{2}R-\frac{1}{4}\big(F^{a}_{\mu\nu}F_{a}^{\mu\nu}+\frac{\kappa}{24}(F^{a}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu\sigma})^{2}\big)\Big)d^{4}x+S_{m} \tag{1}$$

در این رابطه R اسکالر ریچی و $\tilde{F}^{\mu\nu\sigma}=\frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}F^{a}_{\lambda\sigma}$ است. تانسور $F^{a}_{\mu\nu}$ به صورت زیر تعریف می شود.

$$F^{a}_{\mu\nu}=\partial_{\mu}A^{a}_{\nu}-\partial_{\nu}A^{a}_{\mu}-g\epsilon^{a}_{bc}A^{b}_{\mu}A^{c}_{\nu} \tag{2}$$

در این روابط حروف یونانی برای فضا-زمان و حروف لاتین برای جبر پیمانه ای به کار می روند. این مدل دارای دو پارامتر آزاد κ و g است و می تواند نقش انرژی تاریک را در کیهان بازی کند. با در نظر گرفتن $A^{a}_{i}=f(t)\delta^{a}_{i}$ معادله تحول میدان به صورت زیر است.

$$\Big(1+\kappa g^{2}\frac{f^{4}}{a^{4}}\Big)\frac{\ddot{f}}{a^{2}}+\Big(1+\kappa\frac{f^{2}}{a^{2}}\Big)\frac{2g^{2}f^{3}}{a^{3}}+\Big(1-3\kappa g^{2}\frac{f^{4}}{a^{4}}\Big)\frac{H\dot{f}}{a}=0 \tag{3}$$

چگالی انرژی این میدان را می توان به صورت دو جمله زیر نوشت.

$$\rho_{DE}=\frac{3}{2}\kappa\frac{g^{2}\dot{f}^{2}f^{4}}{a^{6}},\quad \rho_{DR}=\frac{3}{2}\Big(\frac{\dot{f}^{2}}{a^{2}}+\frac{g^{2}f^{4}}{a^{4}}\Big) \tag{4}$$

که جمله اول مربوط به انرژی تاریک و جمله دوم مربوط به تابش تاریک است. با حل معادله (3) می توان نحوه تحول چگالی انرژی را برای این میدان به دست آورد. معادلات فریدمان با حضور میدان پیمانه ای، ماده تاریک و تابش به صورت زیر در می آید.

$$3\Big(\frac{\dot{a}}{a}\Big)^{2}=(\rho_{m}+\rho_{r}+\rho_{DE}+\rho_{DR}) \tag{5}$$

$$3\Big(\frac{\ddot{a}}{a}\Big)=-\Big(\frac{1}{2}\rho_{m}+\rho_{r}-\rho_{DE}+\rho_{DR}\Big) \tag{6}$$

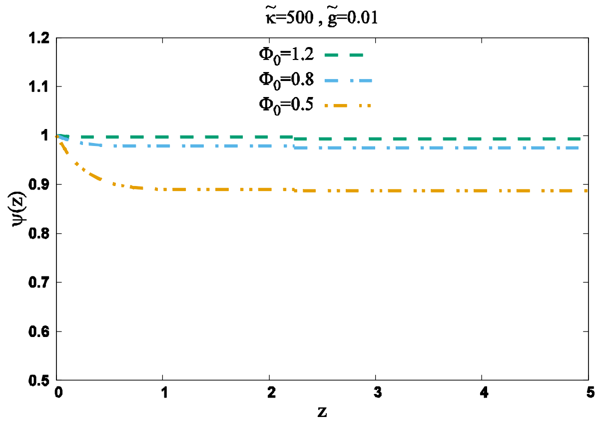
در این جا فرض کردیم که $8\pi G=1$. برای حل معادلات (3)، (5) و (6) از کمیت های بدون بعد زیر استفاده می کنیم.

$$\tilde{g}=\frac{g}{H_{0}},\ \tilde{\kappa}=\kappa g^{2},\ \tilde{t}=tH_{0} \tag{7}$$

---

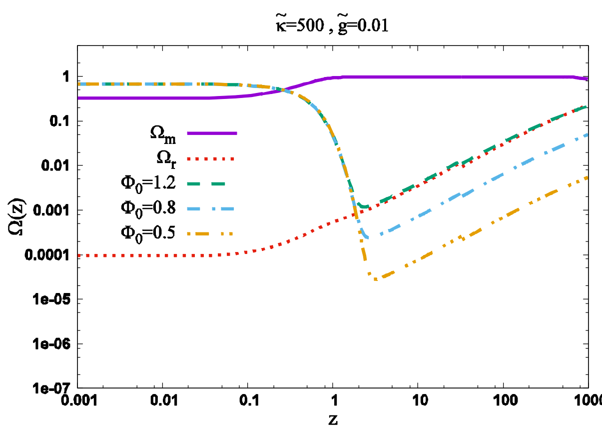
٤ Quintessence
٥ Axion

میدان در معادله (3) تابع کند تغییری با زمان است. با به هنجارش میدان به مقدار آن در زمان حال به صورت $y = \frac{f}{f_0}$ تحول آن در شکل (1) به ازای پارامتر های مشخص رسم شده است.



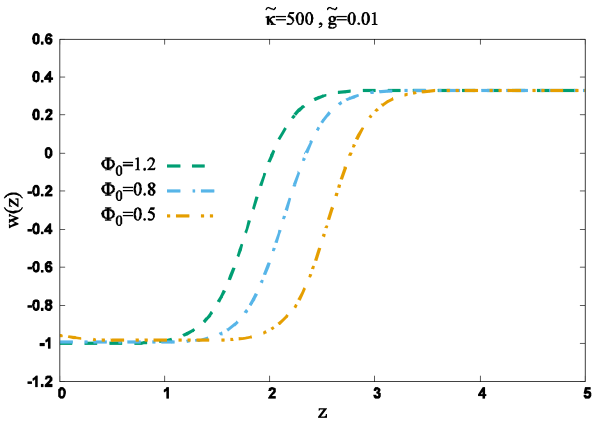
شکل 1 : تحول میدان اسکالری بر حسب قرمز گرایی. نمودار ها به ازای مقادیر مختلف میدان در زمان حال رسم شده اند.

با استفاده از میدان اسکالر و حل معادلات فریدمان (معادله (5)) می توان چگالی انرژی هر کدام از مولفه های کیهان را بر حسب زمان به دست آورد. در شکل (2) به ازای پارامتر های $\tilde{g} = 0.01$ و $\tilde{\kappa} = 500$ چگالی انرژی رسم شده است.



شکل 2 : چگالی انرژی ماده تاریک، تابش و میدان پیمانه ای بر حسب قرمزگرایی. میدان پیمانه ای در ابتدا مانند تابش کاهش می یابد و سپس بر ماده غالب می شود.

همان طور که در شکل مشخص است میدان پیمانه ای در ابتدا مانند تابش کاهش می یابد و سپس بعد از یک تغییر فاز به انرژی تاریک تبدیل شده و در نهایت از ماده بیشتر می شود. در این جا باید به این نکته اشاره کنیم که در این مقاله به دلیل کمبود فضا فقط اثر تغییر میدان در زمان حال گزارش شده ولی در این کار تغییر این کمیت ها به ازای تغییرات پارامتر های $\tilde{\kappa}, \tilde{g}$ نیز مطالعه شده است. در نهایت با استفاده از لاکرانژی میدان پیمانه ای می توان فشار آن را محاسبه نمود و با تقسیم فشار بر چگالی انرژی معادله حالت به دست می آید. در شکل (3) نمودار تحول معادله حالت بر حسب قرمز گرایی رسم شده است.



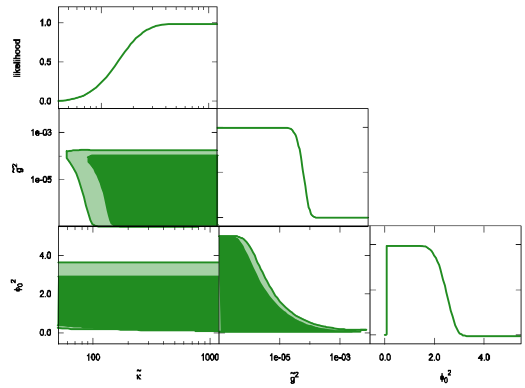
شکل 3: معادله حالت میدان پیمانه ای بر حسب قرمز گرایی. در ابتدا معادله حالت به صورت تابش است و سپس به منفی 1 نزدیک می شود.

مقایسه با داده های رصدی

نتایج به دست آمده در قسمت قبل را می توان با داده های رصدی مقایسه کرد و بهترین پارامتر های مدل را به دست آورد. در میدان پیمانه ای دو پارامتر آزاد وجود دارد که به همراه اندازه میدان در زمان حال 3 پارامتر آزاد مدل را تشکیل می دهند. در این جا باید به این نکته اشاره کنیم که برای حل معادله (3) به مشتق میدان در زمان حال نیز احتیاج است که مقدار این کمیت با استفاده از شرط تخت بودن کیهان به دست می آید. در این قسمت از داده های ابرنواختر و نوسانات صوتی برای مقید کردن پارامتر ها استفاده شده است. داده های ابرنواختر در این کار شامل 580 داده است که از بسته یونیوم[6] 2.1 گرفته شده اند. دسته دوم داده ها شامل داده های مربوط به نوسانات صوتی باریون است که شامل 6 داده مجزا است که به وسیله مساحی کهکشان ها توسط گروه های مختلف به دست آمده است. از هر دو دسته داده معرفی شده می توان جهت مقید کردن مدل های انرژی تاریک استفاده نمود. در این

[6] Union

مقاله به دلیل کمبود فضا از ذکر جزییات داده ها صرف نظر می کنیم برای مشاهده جزییات به [6] نگاه کنید. نتایج به دست آمده توسط آنالیز لایک لیهود[7] با استفاده از روش مونته کارلو مارکوف چیین[8] در نمودار (4) رسم شده است.



شکل 4 : نتایج حاصل از برازش داده های رصدی روی پارامتر های مدل. مناطق مشخص شده نواحی یک سیگما و دو سیگما را نشان می دهند.

آنالیز انجام شده نشان می دهد $\tilde{k} = 1055.4^{+\infty}_{-800.2}$ $\tilde{g}^2 = 0.000016^{+0.000045}_{-0.000016}$ $f_0^2 = 0.36^{+2.15}_{-0.28}$ در نتیجه برای $\tilde{k}$ حد بالا وجود ندارد. کمیت $\tilde{g}^2$ مقدار انرژی تاریک در زمان گذشته را نشان می دهد و در این محاسبات مقدار صفر این کمیت در مرز یک سیگما قرار گرفته است. ناحیه های مربوط به یک سیگما و دو سیگما عدم قطعیت در پارامتر ها به همراه تابع احتمال هر پارامتر در شکل (4) نشان داده شده است.

نتیجه گیری

در این کار یک مدل جدید برای انرژی تاریک با استفاده از میدان پیمانه ای یانگ میلز معرفی می شود. میدان یانگ میلز دارای معادله حالت شبیه به تابش است و با اضافه کردن یک جمله پیمانه ناوردا به لاگرانژی آن می توان میدان پیمانه ای را معرفی نمود که شتاب عالم را می تواند توصیف کند. این مدل ابتدا برای توصیف تورم به کار گرفته شده است. در این مقاله با اضافه کردن ماده تاریک و تابش به همراه این میدان پیمانه ای معادلات فریدمان حل شده و رفتار میدان پیمانه ای در زمان های نزدیک به زمان حال مطالعه شده است. این میدان دارای دو پارامتر آزاد $\tilde{k}, \tilde{g}$ است که اولی مقدار تابش تاریک و دومی میزان انرژی تاریک را مشخص می کنند. محاسبات ما نشان می دهد که به ازای حاصل ضرب های بزرگ این دو پارامتر همیشه می توان انرژی تاریک را در زمان حال به دست آورد. از طرف دیگر با توجه به شکل (2) می توان به این نتیجه رسید که میدان پیمانه ای تقریبا مستقل از پارامتر های در نظر گرفته شده در زمان مشخصی به انرژی تاریک تبدیل می شود. در این کار با استفاده از داده های رصدی ابرنواختر و نوسانات آکوستیکی باریون ها، پارامتر های مدل مقید شده و نواحی عدم قطعیت در شکل (4) نشان داده شده اند. در پایان باید به این نکته اشاره کرد که پارامتر های $\tilde{k}, \tilde{g}$ در این کار به ترتیب به اعداد $\frac{H_0}{M_{pl}} : 10^{-60}$ و $\frac{1}{H_0{}^2 M_{pl}{}^2} : 10^{-120}$ به هنجار شده اند. در واقع در صورت در نظر گرفتن یک نظریه میدان مرتبه انرژی جرم پلانک و در کیهان شناسی متاخر مرتبه انرژی ثابت هابل ظاهر می شود. این اعداد برای مدل ΛCDM که در حال حاضر یکی از بهترین مدل های کیهانشناسی است نیز اتفاق می افتد.

مرجع‌ها

[1] Supernova Cosmology Project Collaboration, S. Perlmutter et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae, *Astrophys.J.* **517** (1999) 565–586.

[2] SDSS Collaboration Collaboration, M. Tegmark et al., Cosmological Constraints from the SDSS Luminous Red Galaxies, *Phys.Rev. D* **74** (2006) 123507.

[3] W. J. Percival, S. Cole, D. J. Eisenstein, R. C. Nichol, J. A. Peacock, A. C. Pope, and A. S. Szalay, Measuring the Baryon Acoustic Oscillation scale using the SDSS and 2dFGRS, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **381** (2007) 1053–1066.

[4] A. Maleknejad and M. Sheikh-Jabbari, Gauge-flation: Inflation From Non-Abelian Gauge Fields, *Phys.Lett. B* **723** (2013) 224–228.

[5] P. Adshead and M. Wyman, Chromo-Natural Inflation: Natural inflation on a steep potential with classical non-Abelian gauge fields, *Phys.Rev.Lett*. **108** (2012) 261302.

[5] A. Mehrabi, S. Basilakos, and F. Pace, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **452**, 2930 (2015).

---

۷ Likelihood

۸ Monte Carlo Markov Chain

بررسی رشد اختلالات ماده در کیهان‌شناسی انرژی تاریک هولوگرافیک

داوری ، زهرا؛ مهرابی، احمد ؛ ملک جانی، محمد؛باسیلاکوس، اسپایروس

[1]گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا ، همدان

[2] مرکز تحقیقات نجوم و ریاضی کاربردی، آتن، یونان

چکیده

در این مقاله رشد اختلالات ماده در کیهان شامل انرژی تاریک هولوگرافیک مختل شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا بررسی جامعی از مدلهای انرژی تاریک هولوگرافیک در سطح زمینه و اختلالات ارائه داده می‌شود و سپس رشد اختلالات ماده را در مدل‌های انرژی تاریک هولوگرافیک بررسی کرده و تحلیل درست نمایی را با کمک مجموعه ترکیبی از داده‌های هندسی و نرخ رشد با و روش MCMC انجام داده می‌شود. در نهایت محدوده اعتبار مدل‌های انرژی تاریک هولوگرافیک در سطح اختلالات مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

Growth of matter perturbations in clustered holographic dark energy cosmologies

Davari, Z.; Mehrabi, A., Malekjani, M. Basilakos, S[2].

[1] Department of Physics, Bu Ali Sina University, Hamedan.
[2] Academy of Athens, Research Center for Astronomy & Applied Mathematics, Athens, Greece.

Abstract

In this paper, we investigate the growth of matter fluctuations in holographic dark energy cosmologies. First we provide a comprehensive investigation of the HDE cosmological model at the background and perturbation levels respectively and then we study the growth matter perturbations in clustered HDE models and specifically, we perform an overall statistical analysis using the geometrical data and the growth data and the MCMC algorithm. Finally we test the range of validity of the holographic dark energy models at the perturbation level (11 italic)

PACS No

مقدمه

انبساط شتابدار فعلی کیهان را می‌توان با معرفی سیالی مرموز با فشار منفی به نام انرژی تاریک[۱] (DE) و یا با کمک اصلاح نظریه گرانش در مقیاس‌های فراکهکشانی توضیح داد[2-1]. براساس نتایج ماهواره پلانک DE تقریباً 69٪ و مولفه ماده بدون فشار(شامل: ماده تاریک سرد+ باریونها)31٪ از مقدار انرژی کل کیهان فعلی را شامل می‌شوند. علیرغم مطالعات تجربی و نظری هنوز ماهیت DE نامعلوم است و در این چارچوب مدل‌های متفاوتی برای توضیح منشأ و نحوه تحول آن مطرح شده است[3]. ساده‌ترین سناریو DE، ثابت کیهان‌شناسی معروف انیشتین (Λ) با پارامتر معادله حالت ثابت $w=-1$ است. هرچند کیهان‌شناسیΛ تاکنون با تمام داده‌های مشاهداتی به خوبی سازگار است، اما دارای دو مشکل مفهومی می‌باشد: تنظیم ظریف[۲] و تطابق کیهانی[۳] [4]. به همین سبب در دو دهه اخیر تعداد زیادی مدل DE دینامیکی با پارامتر معادله حالت متغیر با زمان معرفی شده است. در این تحقیق مدلی برهم‌کنشی به نام انرژی تاریک هولوگرافیک[4] (HDE) مورد بررسی قرار گرفته شده است . مدل HDE از اصل بنیادی هولوگرافیک در نظریه گرانش کوانتومی منشأ می‌گیرد، که براساس این نظریه اطلاعات مربوط به حجم یک فضا را می‌توان در مرزهای آن همانند یک هولوگرام توصیف کرد[5]. با توجه به این اصل و با در نظرگرفتن افق رویداد آینده برای مقیاس قطع IR می‌توان نشان داد که چگالی انرژی به صورت زیر می‌باشد[6]:

$$\rho_d = 3c^2 M_{Pl}^2 R_h^{-2} \qquad (1)$$

Dark Energy [1]
The Fine tuning [2]

The Fine tuning [2]
The cosmic coincidence [3]
The holographic dark energy [4]

که $3C^2$ ثابت تناسب، $M_{Pl}^2 = {}^{1}/_{8\pi G}$ جرم پلانک کاهش یافته است و همچنین افق رویداد آینده بدین صورت بیان می‌شود:

$$R_h = a\int_t^\infty \frac{dt}{a(t)} = a\int_0^\infty \frac{da}{a^2H(a)} \qquad (2)$$

که $a(t)$ فاکتور مقیاس کیهان، $H(a) = \frac{\dot{a}}{a}$ پارامتر هابل و t زمان کیهانی است. این مدل HDE در توافق با انبساط شتابدار کیهان می‌باشد و مشکلات سناریو ثابت کیهان شناسی را به خوبی حل می‌کند.

با توجه به اینکه مولفهDE علاوه بر انبساط کیهان، روی نرخ رشد اختلالات ماده نیز تأثیر می‌گذارد بنابراین همراه با تحول پس زمینه با در نظر گرفتن تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس می‌توان اطلاعات ارزشمندی در مورد ماهیت انرژی تاریک بدست آورد.در نتیجه همراه داده‌های هندسی$(SnIa, CMB, BAO, BBN)$ با در نظر گرفتن داده‌های نرخ رشد$(f(z)\sigma_8(z))$ می‌توان قید محکمی برای شناخت ماهیتDE تعیین کرد[7]. با کمک این مجموعه کامل داده‌ها، در آنالیزی عددی $c = 0.75^{+0.0976}_{-0.0999}$ و واریانس اختلالات مادی در کره‌ای به شعاع $R = 8h^{-1}Mpc$ در زمان حال $\sigma_8 = 0.763^{+0.0477}_{-0.0465}$ بدست می‌آید.چگالی انرژی DE را در مدل HDE را می‌توان به صورت همگن مشابه ثابت کیهان‌شناسی در نظر گرفته شود یا به صورت مدلهای دینامیکی ماده دارای افت و خیزهایی در فضا و زمان در نظر گرفت.

پارامتر کلیدی برای تعیین چگونگی خوشه‌بندی DE سرعت صوت مؤثر است:$c_e = \frac{\delta P_{de}}{\delta \rho_{de}}$ و عموماً در دو حالت در نظر گرفته میشود[8]:

i. $c_e = 1$ که به مدلهای DE همگن اشاره دارد.

ii. $c_e = 0$ که به مدلهای مختل شده DE اشاره دارد.

در این تحقیق با کمک مدل رمبش کروی نشان داده می‌شود که مدل‌های DE مختل شده در توافق بهتری با داده‌های نرخ رشد مشاهداتی نسبت به مدلهایDE همگن می‌باشند.

مدل HDE

در چارچوب متریکFRW تخت دینامیک عالم شامل ماده بدون فشار، تابش و سیال DE با رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_r + \rho_d) \qquad (3)$$

با فرض غیر برهم‌کنشی بودن مولفه‌های کیهانی و با توجه به معادله پیوستگی برای هر مولفه و رابطه$\dot{R}_h = 1 + HR_h$ پارامتر معادله حالت مدلHDE بدست می‌آید:

$$w_d = -\frac{1}{3} - \frac{2\sqrt{\Omega_d(z)}}{3c} \qquad (4)$$

که $\Omega_d(z) = 1 - \Omega_m(z)$ چگالی بدون بعد انرژی تاریک و z انتقال به سرخ می‌باشد.

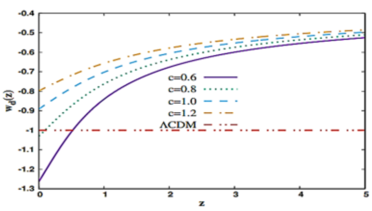
با توجه به انبساط کیهانی زمان اخیر و غالب شدن انرژی تاریک، $\Omega_d \to 1$ و $w_d \to -\frac{1}{3} - \frac{2}{3c}$ است و برای دوره خاص $z = z_*$ و $w_d(z_*) = -1$ آنگاه $c = \sqrt{\Omega_d(z_*)}$ بدست می‌آید. برای زمان حال$z_* = 0$ و $\Omega_d = 0.7$، $c \approx 0.83$ می‌شود و از طرف دیگر برای $z \gg 1$، $\Omega_d \to 0$ و $w_\infty \to -\frac{1}{3}$ بدست می‌آید.با استفاده از روابط پیوستگی و معادله فریدمن و رابطه زیر

$$\frac{d\Omega_d}{dz} = \frac{w_d(z)\Omega_d(z)}{3(1+z)}[1 - \Omega_d(z)] \qquad (5)$$

می‌توان پارامتر هابل بدون بعد $E(z) = {}^{H(z)}/_{H_0}$ را بدین صورت نوشت:

$$E^2(z) = \frac{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4}{1 - \Omega_d(z)} \qquad (6)$$

در شکل(1) تحول $w_d(z)$ برای مدلهایHDE ترسیم شده است. همانطورکه مشخص است درهمه مدلها در زمان حال $\Omega_{d0} = 0.7$ بدست می‌آید و طبق انتظار برای $c = 0.8$ به رژیم فانتوم قبل از زمان حال می‌رسد. در مورد$c = 0.6$ پارامترEoS ازخط فانتوم در $z = 0.5$ عبور می‌کند. در حالیکه برای موردهای $c = 1$ و$c = 1.2$ برای هر z در رژیم کوینتیسنس باقی میماند.

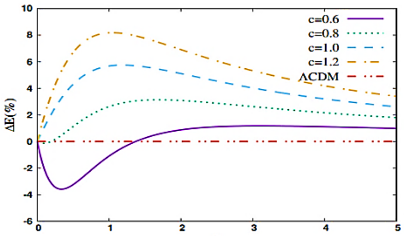


شکل (1)

با توجه به اثرات انبساط هابلی روی رشد اختلالات، بررسی رفتار پارامتر هابل در کیهان‌شناسی HDE اهمیت دارد. در شکل(2) کمیت $\Delta E(z)$ که برابر است با :

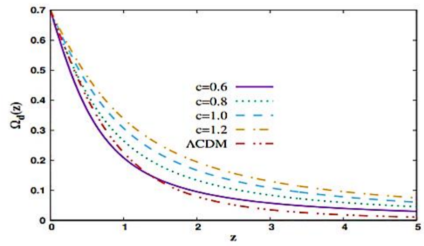
$$\Delta E(z) = 100 \times [\frac{E(z)_{HDE}}{E(z)_{\Lambda CDM}} - 1] \qquad (6)$$

ترسیم شده است.باتوجه به شکل برای مدلهای کوینتیسنس HDE کمیت $\Delta E(z)$ برای تمامی z همواره مثبت است و این یعنی برای انبساط کیهانی متناظر بزرگتر از مدل ΛCDM می‌باشد.طبق شکل انحراف واضحی حوالی $z \sim 0.7$ وجود دارد.برای مورد $c = 0.6$ در $z \sim 0.7$ تفاوت نسبی در حد $-3.5\% \sim$ می‌باشد و برای $z \gg 1$ این تفاوت به $+1\% \sim$ می‌رسد.



شکل(2)

در شکل 3، برای همه مدلهای HDE، $\Omega_d(z) > \Omega_\Lambda(z)$ است و در مورد $c = 0.6$ در z بزرگ کمی از مدل ΛCDM بزرگتر می‌باشد.



شکل (3)

رشد اختلالات در مدلهای انرژی HDE

در این قسمت بطور مختصر تئوری اختلال خطی در چارچوب کیهانشناسی HDE مورد بررسی قرار می‌گیرد.با توجه به معادلات تحول اختلالات ماده و DE و با فرض $c_e = 0$ و در نظر گرفتن انرژی تاریک به عنوان سیال کامل معادلات تحول اختلالات بدین صورت بدست می‌آید:

$$\delta''_m + A_m\delta'_m + B_m\delta_m = \frac{3}{2a^2}(\Omega_m\delta_m + \Omega_d\delta_d) \qquad (7)$$
$$\delta''_d + A_d\delta'_d + B_d\delta_d = \frac{3}{2a^2}(1+w_d)(\Omega_m\delta_m + \Omega_d\delta_d)$$

که ضرایب

$$A_m = \frac{3}{2a}(1 - \Omega_d w_d), B_m = 0 \qquad (8)$$

$$A_d = \frac{1}{a}[-3w_d - \frac{aw'_d}{1+w_d} + \frac{3}{2}(1 - \Omega_d w_d)$$
$$,B_d = \frac{1}{a^2}[-aw'_d + \frac{aw'_d w_d}{1+w_d} - \frac{1}{2}w_d(1 - 3\Omega_d w_d)$$

معادلات فوق به روش عددی از $a = 0.001$ تا زمان حال محاسبه می‌شود و شرایط اولیه مطابق روابط زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\delta_d = \frac{1+w_d}{1-3w_d}\delta_{mi} \text{ ، } \delta'_{mi} = \frac{\delta_{mi}}{a_i} \qquad (9)$$
$$\delta'_{di} = \frac{4w'_d}{(1-3w_d)^2}\delta_{mi} + \frac{1+w_d}{1-3w_d}\delta'_{mi} \text{،}$$

با توجه به حالت رژیم خطی $\delta_{mi} = 1.5 \times 10^{-4}$ فرض می‌شود. در اینجا دو سناریو در نظر گرفته می‌شود:

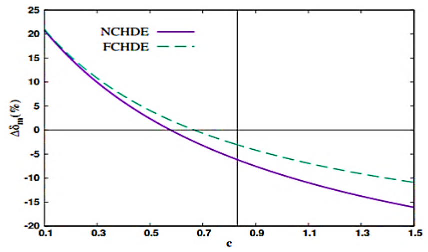
i) DE همگن($\delta_d = 0$) که در آن مولفه مادی فقط مختل می‌شود(NCHDE).

ii) انرژی تاریک هولوگرافیک مختل شده که در آن همه مولفه‌ها مختل می‌شوند(FCHDE).

در شکل زیر انحراف نسبی اختلالات ماده HDE طبق رابطه زیر نشان داده شده است.

$$\Delta\delta_m = 100 \times \left[\frac{(\delta_{m0})_{HDE}}{(\delta_{m0})_{\Lambda CDM}} - 1\right] \qquad (10)$$

باید توجه شود که $c = 0.83$ ناحیه فانتوم را از کوینتیسنس جدا می‌کند. مشاهده می‌شود که $\Delta\delta_m$ نسبت به c کاهشی است و برای مقادیرکوچک c، اصطکاک هابلی $(H\delta_m)$ مدل نسبت به همان در ΛCDM کوچک است، این بدین معنی است که اختلالات مادی در مدل‌های FCHDE و NCHDE بزرگتر از همان در کیهان‌شناسی ΛCDM می‌باشد و برای مقادیر بزرگ c مسئله برعکس می‌شود. مطابق شکل برای مقادیر $c < 0.3$ انحراف نسبی دو مدل یکسان است و برای $c > 0.3$، $\delta_m^{FCHDE} > \delta_m^{NCHDE}$ می‌باشد.

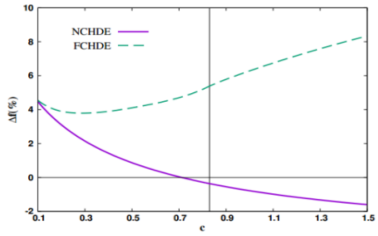


شکل (4)

در پایان این قسمت نرخ رشد مختل شده در مدل‌های HDE بررسی می‌شود. تابع نرخ رشد با توجه به رابطه $f(a) = \frac{d \ln \delta_m}{d \ln a}$ تعیین می‌شود. در این مورد تفاوت نسبی برابراست با رابطه

$$\Delta f = 100 \times [\frac{f_{HCD}}{f_{\Lambda CDM}} - 1] \quad (11)$$

در شکل(5) برای زمان حال ترسیم شده است. برای مدل FCHDE نرخ اختلالات ماده همیشه از ΛCDM بزرگتر است و برای مدل NCHDE، برای $c < 0.75$ مثبت است.



شکل (5)

مدل‌های هولوگرافیک درمقایسه با داده‌های رصدی

در این قسمت با کمک داده‌های هندسی و نرخ رشد تحلیل آماری بر روی مدل‌های HDE انجام داده می‌شود[9]. با کمک تابع حداقل مربعات($\chi^2_{tot}(\boldsymbol{P})$) که شامل معیار اطلاعاتی *Akaike* می‌باشد و با استفاده ازالگوریتم *MCMC*، بردار آماری که شامل پارامترهای کیهان‌شناسی $\boldsymbol{P} = \{\Omega_{DM}, \Omega_b, h, c, \sigma_8\}$ کنسترین می‌شود ونتایج در جدولهای(1–2) خلاصه شده است. در اینجا $\Omega_m(a)$ بدین صورت در نظر گرفته شده است:$\Omega_m(a) \equiv \Omega_{DM}(a) + \Omega_b(a)$.

Parameters	HDE	ΛCDM
Ω_{m0}	$0.267^{+0.0019+0.0026}_{-0.0016-0.0028}$	$0.276^{+0.0017+0.0029}_{-0.0015-0.0027}$
h	$0.696^{+0.005+0.007}_{-0.004-0.007}$	$0.70^{+0.004+0.008}_{-0.005-0.009}$
c	$0.782^{+0.035+0.079}_{-0.033-0.075}$	–
w_{d0}	-1.062	$-1.$

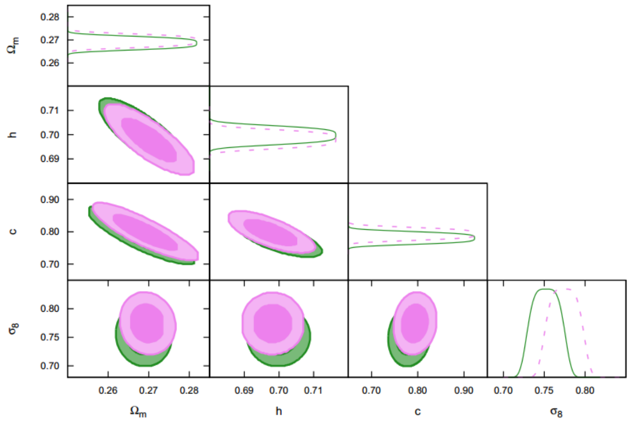
جدول (1)

که در جدول اول فقط از داده‌های هندسی و در جدول بعدی از تمام داده‌های مشاهداتی در تحلیل درست نمایی استفاده شده است.

Parameters	NCHDE	FCHDE
Ω_{m0}	$0.269^{+0.0025+0.0034}_{-0.0023-0.0038}$	$0.268^{+0.0024+0.0031}_{-0.0021-0.0036}$
h	$0.693^{+0.004+0.006}_{-0.003-0.005}$	$0.695^{+0.003+0.006}_{-0.003-0.005}$
c	$0.792^{+0.027+0.064}_{-0.025-0.068}$	$0.780^{+0.026+0.069}_{-0.028-0.066}$
σ_8	$0.776^{+0.041+0.079}_{-0.043-0.078}$	$0.752^{+0.040+0.075}_{-0.043-0.077}$
w_{d0}	-1.051	-1.063

جدول (2)

در شکل(6)، کانتورهای درست نمایی1σ و2σ برای مدل‌های *HDE* ترسیم شده است(*FCHDE*: نواحی سبز NCHDE: نواحی بنفش). مشاهده می‌شود که نتایج آماری برای هر دو مدل در عدم قطعیت1σ یکسان هستند.



شکل (6)

از تغییر پارامتر آزاد است. با تغییر پارامترآزاد، می‌توان به بهترین تطابق در مقایسه با داده‌های رصدی دست یافت. با یافتن پارامتر آزاد بهینه در موضوع تشکیل ساختارهای کیهانی می‌توان به مدلی معقول رسید.

نتیجه گیری

در این تحقیق، رشد اختلالات ماده در مدل‌های HDE مختل شده شده و همگن بررسی شد و مشخص شد که برای$c < 0.6$ دامنه اختلالات δ_m در هر دو مدلHDE همگن و مختل شده بزرگتر از مدلΛCDM می‌باشد و نرخ رشد HDE خوشه‌بندی همیشه از مدلΛCDM بزرگتر می‌باشد، در حالیکه برای مدل همگن وابسته به مقدارc می‌باشد. تحلیل درست نمایی نشان می‌داد که برای هر دو مدل پارامترهای یکسانی در عدم قطعیت1σ بدست می‌آید.

مرجع‌ها

[1] A. G. Riess et al. (Supernova Search Team), Astron. J. 116, 1009 (1998), astro-ph/9805201.
[2] S. Perlmutter et al. (Supernova Cosmology Project), As-trophys. J. 517, 565 (1999), astro-ph/9812133.
[3] E. J. Copeland, M. Sami, and S. Tsujikawa, Int. J. Mod. Phys. D15, 1753 (2006), hep-th/0603057.
[4] T. Padmanabhan, Phys. Rept. 380, 235 (2003), hep-th/0212290.
[5] L. Susskind, J. Math. Phys. 36, 6377 (1995), hep-th/9409089.
[6]M. Li, Phys. Lett. B603, 1 (2004), hep-th/0403127.
[7] A. Mehrabi, S. Basilakos, and F. Pace, MNRAS 452, 2930 (2015), 1504.01262.
[8] R. Akhoury, D. Garfinkle, and R. Saotome, JHEP 1104, 096 (2011).
[9] G. Hinshaw et al. (WMAP), ApJS 208, 19 (2013).

حل تعمیم یافته لوی چویتا و ارتباط آن با حل های دسیترگونه و کسنرگونه

کوه بر، جواد[۱]؛ نوری زنوز، محمد[۱]

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی ، تهران

چکیده

در این نوشتار حل لوی چویتا با تک پارامتر(σ) در حضور ثابت کیهان شناسی (حل لینت-تیان) را درنظرگرفته و به بررسی ویژگی های آن می پردازیم. نشان می دهیم این حل به ازای مقادیر $\sigma = ۰,۱/۲$ به حل های دسیترگونه و به ازای مقادیر $\sigma = -۱/۲,۱/۴,۱$ به حل های کسنر در حضور Λ (آنها را کسنرگونه می خوانیم) می انجامد. پس از بیان ویژگی های حل های دسیترگونه نشان می دهیم که این حل ها با یک تبدیل مختصه شعاعی به حل های کسنرگونه تبدیل می شوند. در ادامه به بررسی حل لینت-تیان با ثابت کیهان شناسی منفی پرداخته و نشان می دهیم حل های پاد-دسیترگونه و پاد-کسنر گونه با همان تبدیل شعاعی به یکدیگر تبدیل نمی شوند.

The generalization of the Levi-Civita solution and relation with de Sitter-type and Kasner-type solutions

Koohbor, Javad[1] ; Nouri-Zonoz, Mohammad[1]

[1] *Department of Physics, University of Tehran, Tehran*

Abstract

In this article, we consider the Levi-Civita's one parameter (σ) solution in the presence of cosmological constant (the so called Linet-Tian metric) and study its main characteristics. It is shown that this solution reduces to de Sitter-type solutions for $\sigma = ۰, ۱/۲$, and leads to the Kasner-type solutions when $\sigma = ۱, -۱/۲, ۱/۴$. The main properties of the de Sitter-type solutions are considered and it is shown that de Sitter-type and Kasner-type solutions could be transformed to each other. Also, by considering the Linet-Tian solution with a negative Λ, it is shown that anti-de Sitter-type and anti-Kasner-type solutions can not be transformed to each other by the same transformation used to relate their de Sitter and Kasner counterparts.

مقدمه:

عام ترین فضازمان ایستا با تقارن استوانه ای که در معادلات خلا میدان اینشتین صدق می کند با متریک لوی چویتا داده میشود، که از آن برای نمایش هندسه ناحیه بیرونی یک منبع استوانه ای ایستا استفاده می شود. بهمین دلیل برای ناحیه خاصی از پارامتر σ موجود در آن بعنوان جرم بر واحد طول منبع تعبیر می شود[۱].

تعمیم این حل درحضور ثابت کیهان شناسی (مثبت یا منفی) توسط لینت و تیان بدست آمد[۲]، که از تعمیم غیر خلا آن برای توصیف ریسمان های کیهانی استفاده شده است.

هم چنین از ملاحضات سناریو تورمی و کشف اخیر از انبساط شتابدار عالم (در عصر حاضر) میدانیم که تمایل به ثابت کیهان شناسی بعنوان کاندیدای اصلی برای توجیه گرانش دافعه لازم برای این شتاب غیرمنتظره مجددا احیا شده است، که این خود باعث شده تا فضازمان ها درحضور Λ بصورت گسترده مورد بررسی و مطالعه قرار گیرند.

از طرفی قضیه مشابه قضیه بیرکهوف برای حالت با تقارن استوانه نداریم، درنتیجه هنگام رمبش گرانشی یک مجموعه با تقارن استوانه ای امواج گرانشی می تواند گسیل شود و درنتیجه ناحیه بیرونی جسم استوانه ای در حال رمبش نمیتواند ایستا باشد که این مورد یکی از تفاوت های حل خلا متقارن کروی با تقارن استوانه ایست[۳]. در این نوشتار کلیترین حل خلا ایستای با تقارن استوانه ای معادلات میدان اینشتین درحضور Λ را در نظرگرفته و ارتباط آن را با حلهای دسیترگونه و کسنرگونه تعیین می کنیم.

در این نوشتار $G = c = ۱$ و نشانگان را $(-,-,-,+)$ می گیریم.

حل لوی چویتا

مجموعه ای از حلهای خلا ایستا و با تقارن استوانه ای توسط لوی چویتا در سال ۱۹۱۹ بدست آمده است، که می توان آنها را به فرم کلی زیر نوشت[۱]

$$ds^2 = \rho^{4\sigma/\Sigma}dt^2 - d\rho^2 - \rho^{2(1-2\sigma)/\Sigma}d\varphi^2 - \rho^{4\sigma(2\sigma-1)/\Sigma}dz^2$$

که $\Sigma = 1 - 2\sigma + 4\sigma^2$ است. حل لوی چویتا شامل دوپارامتر است ، یک پارامتر مخروطی C که در ادامه آنرا $C = 1$ درنظر می گیریم و دیگری پارامتر σ که حداقل برای $\sigma \epsilon [0,1]$ بعنوان پارامتر جرم بر واحد طول دارای معنی و مفهوم فیزیکی می باشد[۱]. برای این متریک ناوردای کرشمان بصورت زیر بدست می آید

$$K \equiv R^{abcd}R_{abcd} = \frac{64\sigma^2(1-2\sigma)^2}{\Sigma^3\rho^4} \qquad (1)$$

دراصل فضازمان در جهت شعاعی مجانبی تخت و به ازای مقادیر $\sigma = 0, 1/2, \infty$ به متریک مینکوفسکی منجر می شود.

برای بررسی نقش پارامتر σ در حل لوی چویتا میتوان به طبقه بندی پترف این فضازمان ها پرداخت، درواقع برای پارامتر σ بجز مقادیر $\sigma = -1/2, 0, 1/4, 1/2, 1$، متریک در حالت کلی از نوع پترف I است. هرگاه $\sigma = 0, 1/2$ باشد تمامی ضرایب بسط تانسور وایل صفر شده و در نتیجه فضازمان از نوع پترف O خواهد بود. از طرفی برای $\sigma = 1/4, 1, -1/2$ فضازمان از نوع پترف D می باشد و به فرم حل کسنر (یا حل تاب) در می آید[۴].

حل کسنر

شاید ساده ترین حل خلا معادلات میدان اینشتین درغیاب ثابت کیهان شناسی بجز فضای مینکوفسکی حل کسنر باشد، که معمولا متریک آن بصورت زیر نوشته می شود

$$ds^2 = dt^2 - t^{2a}dx^2 - t^{2b}dy^2 - t^{2c}dz^2$$

که a,b,c باید در روابط $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ و $a + b + c = 1$ (شرط کسنر یکم و دوم) صدق کنند. برای انتخاب $(1,0,0)$ از روابط کسنر، فضازمان از نوع پترف O خواهد بود و برای انتخاب $(2/3, 2/3, -1/3)$ فضازمان از نوع پترف D میباشد. ازطرفی برای هر متریک دینامیک کسنر یک همجنس (Cognate) ایستای متناظر با آن نیز وجود دارد (و بالعکس)، که با تبدیل مختصات مختلط که باعث تعویض مختصه های t, ρ می شود بدست می آیند[۴].

متریک همزمان شده اخیر که از آن بعنوان مدل غیرهمسانگرد کیهان شناسی یاد میشود یکی از فرم های استاندارد متریک با تقارن بیانچی نوعI است که همجنس ایستا آن بصورت زیر نوشته میشود

$$ds^2 = dx^2 - x^{2a}dt^2 - x^{2b}dy^2 - x^{2c}dz^2$$

با انتخاب پارامترهای a,b,c که در روابط کسنر صدق کنند، فرم های (غیر تخت) زیر برای متریک کسنر ایستا بدست می آید

$$ds^2 = \rho^{4/3}(dt^2 - dz^2) - \rho^{-2/3}d\varphi^2 - d\rho^2 \qquad (2)$$

$$ds^2 = \rho^{-2/3}dt^2 - d\rho^2 - \rho^{4/3}(d\varphi^2 + dz^2) \qquad (3)$$

$$ds^2 = \rho^{4/3}(dt^2 - d\varphi^2) - \rho^{-2/3}dz^2 - d\rho^2 \qquad (4)$$

در هر سه حالت ناوردای کرشمان $K = (64/27)\rho^{-4}$ است.

متریک لوی چویتا در حضور ثابت کیهان شناسی

حل لوی چویتا در حضور ثابت کیهان شناسی (حل لینت-تیان) معمولا به فرم زیر نیز نوشته می شود [۵-۲]

$$ds^2 = Q^{2/3}\left[P^{-2(1-8\sigma+4\sigma^2)/3\Sigma}dt^2 - P^{-2(1+4\sigma-8\sigma^2)/3\Sigma}dz^2 - P^{4(1-2\sigma-2\sigma^2)/3\Sigma}d\varphi^2\right] - d\rho^2 \qquad (5)$$

$$Q(\rho) = \frac{1}{\sqrt{3\Lambda}}\sin 2\theta, \qquad P(\rho) = \frac{2}{\sqrt{3\Lambda}}\tan\theta$$

که در آن $\theta = (\sqrt{3\Lambda}/2)\rho \equiv \alpha\rho$ است. متریک بالا حل خلا ایستا با تقارن استوانه ای و در حضور ثابت کیهان شناسی از معادلات اینشتین است که در حد $\Lambda \to 0$ به فرم متریک لوی چویتا میل می کند. اگر $\sigma \neq 0$ باشد متریک لوی چویتا با Λمثبت علاوه بر تکینگی در $\rho = 0$، تکینگی اضافی دیگری نیز در $\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda}$ دارد، پس مختصه شعاعی ویژه ρ دارای برد متناهی $(0, \pi/\sqrt{3\Lambda})$ است.

یکی از ویژگی های متریک لوی چویتای تعمیم یافته آنست که این متریک با فرض $C = 1, \Lambda > 0$، تحت تبدیلات زیر ناورداست[۵]

$$\rho = \frac{\pi}{\sqrt{3\Lambda}} - \rho', \qquad t = \alpha^{-2(1-8\sigma+4\sigma^2)/3\Sigma}\,t' \qquad (6)$$

$$\varphi = \alpha^{\frac{4}{3\Sigma}(1-2\sigma-2\sigma^2)}\,\varphi', \quad z = \alpha^{-\frac{2}{3\Sigma}(1+4\sigma-8\sigma^2)}\,z'$$

این تبدیل مختصه ها یک هم ارزی میان اعضای مجموعه فضازمان های لینت-تیان با مقادیر متفاوت σ و σ' را نمایش می دهد.

دسته بندی پترف حل لوی چویتای تعمیم یافته در[۶] مورد بررسی قرار گرفته است، این متریک بجز در $\sigma = -1/2, 0, 1/4, 1/2, 1$ که از نوع پترف D است، درحالت کلی از نوع پترف I می باشد. فرم متریک (۵) برای $\sigma = 0$ بصورت زیر نوشته می شود

$$ds^2 = \cos^{4/3}\theta\,(dt^2 - dz^2) - \frac{4}{3\Lambda}\sin^2\theta\,\cos^{-2/3}\theta\,d\varphi^2 - d\rho^2 \qquad (7)$$

این متریک تنها در $\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda}$ تکینگی دارد و درحد $\Lambda \to 0$ به متریک مینکوفسکی تبدیل می شوند (چنین متریکی را دسیترگونه می نامیم). شاید انتظار برود هرگاه σبرابر صفر قرار دهیم متریک بالا همان حل دسیتر معمولی باشد که در دستگاه مختصات استوانه ی نوشته شده است، اما درحقیقت این متریک با حل دسیتر معمول متفاوت است. در ادامه متفاوت بودن این دو حل را با یکدیگر نشان میدهیم. حال اگر در متریک(۵) مقدار $\sigma = 1/2$ را قرار دهیم نتیجه بصورت زیر بدست می آید

$$ds^2_{\sigma=1/2} = \frac{4}{3\Lambda}\sin^2\theta\,\cos^{-2/3}\theta\, dt^2 - d\rho^2 - \cos^{4/3}\theta\,(d\varphi^2 + dz^2) \qquad (8)$$

این متریک نیز دسیترگونه است زیرا در $\Lambda \to 0$ به متریک تخت که در دستگاه مختصات شتابدار یکنواخت نوشته شده باشد، منجر می شود. این متریک نیز تنها در$\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda}$ تکینه است. از طرفی در محاسبه ناوردای کرشمان متریک لوی چویتا دیدیم که این حل به ازای $\sigma = \infty$ نیز تخت می شد، متریک لوی چویتا تعمیم یافته در$\sigma \to \infty$ (بدون توجه به مفهوم فیزیکی) بصورت زیر خواهد بود

$$ds^2_{\sigma=\infty} = \cos^{4/3}\theta\,(dt^2 - d\varphi^2) - d\rho^2 - \frac{4}{3\Lambda}\sin^2\theta\,\cos^{-2/3}\theta\, dz^2 \qquad (9)$$

که در حد $\Lambda \to 0$ همانند حالت قبل به فضازمان تخت، در دستگاه مختصات شتابدار یکنواخت منجر می شود. بنابراین می توان گفت حل لینت-تیان باΛ مثبت به ازای$\sigma = 0, 1/2, \infty$ به حلهای دسیتر گونه منجر می شوند که در $\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda}$ تکینگی دارند.

در ادامه به بررسی دیگر مقادیرσ، که به ازای آنها متریک لوی چویتای تعمیم یافته از نوع پترفD می شود می پردازیم. برای این منظور اگر در متریک کلی(۵) مقدار $\sigma = -1/2$ قرار دهیم، داریم

$$ds^2_{\sigma=-1/2} = (\alpha^{-1}\sin\theta)^{-2/3}\cos^2\theta\, dt^2 - d\rho^2 - (\alpha^{-1}\sin\theta)^{4/3}(d\varphi^2 + dz^2) \qquad (10)$$

متریک بالا برخلاف حلهای دسیترگونه تنها در$\rho = 0$ تکینگی دارد و اگر آنرا در مختصات دکارتی بنویسیم، درحد $\Lambda \to 0$ به متریک کسنر(۳) منجر می شود که می توان آنرا بعنوان پاسخی از معادلات میدان اینشتین با Λ مثبت که ایستا و با تقارن صفحه ایست درنظر گرفت. پس متریک بالا را می توان حل کسنر با ثابت کیهان شناسی (حل کسنرگونه) در نظر گرفت[۷]. برای $\sigma = 1, 1/4$ فرم متریک لوی چویتای تعمیم یافته بصورت زیر بدست می آید

$$ds^2_{\sigma=1/4} = (\alpha^{-1}\sin\alpha\rho)^{4/3}(dt^2 - d\varphi^2) - d\rho^2 - (\alpha^{-1}\sin\alpha\rho)^{-2/3}\cos^2\alpha\rho\, dz^2 \qquad (11)$$

$$ds^2_{\sigma=1} = (\alpha^{-1}\sin\alpha\rho)^{4/3}(dt^2 - dz^2) - d\rho^2 - (\alpha^{-1}\sin\alpha\rho)^{-2/3}\cos^2\alpha\rho\, d\varphi^2 \qquad (12)$$

چون هر دو متریک در حد$\Lambda \to 0$ به فرمهای (۴) و(۲) تبدیل می شوند، آنها را بعنوان حلهای کسنرگونه درنظر می گیریم که تنها در $\rho = 0$ تکینگی دارند. بنابراین می توان گفت متریک لوی چویتای تعمیم یافته به ازای $\sigma = -1/2, 1, 1/4$ به حل های کسنرگونه منجر می شود.

ازآنجا که حلهای دسیترگونه و کسنرگونه هر دو از حل لوی چویتا در حضور ثابت کیهان شناسی بدست می آیند و هر دو از نوع پترفD نیز هستند، بنظر میرسد باید ارتباطی میان انها وجود داشته باشد. برای این منظور اگر به تبدیل مختصه های(۶) برگردیم و آنها را به ازای$\sigma = 0$ بازنویسی کنیم، به عبارت های زیر می رسیم

$$\rho = \frac{\pi}{\sqrt{3\Lambda}} - \rho', \quad t = \alpha^{-2/3}t', \quad \varphi = \alpha^{4/3}\varphi', \quad z = \alpha^{-2/3}z'$$

حال اگر این تبدیلات را در متریک (۷) اعمال کرده و درنهایت علامت پریم مختصات را برداریم به همان متریک (۱۱) می رسیم که به ازای $\sigma = 1/4$بدست آمد. در واقع اگر حل لینت-تیان را به ازای$\sigma = 0$، بصورت منبعی که در نزدیکی$\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda}$ و درجهت z قرار دارد تعبیر کنیم، مشابه با حل کسنرگونه ایست که با منبعی به شدت $\sigma' = 1/4$ که در نزدیکی$\rho = 0$ و درجهتφ قرار گرفته باشد. بنابراین با یک تبدیل مختصه شعاعی$\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda} - \rho'$ وباز تعریف سایر مختصه ها متریک دسیترگونه(۷) به متریک کسنرگونه (۱۱) تبدیل می شود. بهمین ترتیب اگر تبدیلات(۶) را برای منبعی با شدت$\sigma = 1/2$ بازنویسی کنیم ودر متریک(۸) قرار دهیم، نتیجه همانگونه که انتظار میرود متناظر با منبع $\sigma' = -1/2$ است که به متریک(۱۰) منجر می شود. همچنین تبدیلات به ازای $\sigma = \infty$ متریک دسیترگونه(۸) را به حل کسنرگونه(۱۲) که متناظر با$\sigma = 1$ است تبدیل می کند.

ویژگی های حل های دسیترگونه

اگر درحل معادله$R_{ij} = \Lambda g_{ij}$، جمله سمت راست را با تانسور انرژی تکانه یک سیال کامل با معادله حالت$p = -\rho = cte$(آنرا سیال تاریک می نامیم) در نظر بگیریم، با فرض اینکه پاسخ ها در

$\Lambda \to 0$ به فضازمان تخت میل کنند به حلهای متفاوتی مانند دسیتر، لینت-تیان دسیترگونه و برتوتی-کسنر[۸]میرسیم. برای نشان دادن تمایز میان اینها، میتوان به نوع پتروف آنها اشاره کرد که حل های دسیترگونه بر خلاف حل دسیتر که از نوع پترفO می باشد از نوع پترفD هستند. همچنین با محاسبه ناوردای اسکالر کرشمان متریک های دسیترگونه (۷–۹) که با عبارت زیر داده می شود

$$K = \frac{4}{3}(3 + 2\tan^{2}\alpha\rho + \tan^{4}\alpha\rho)\Lambda^{2} \qquad (13)$$

می توان مشاهده کرد که با ناوردای کرشمان حل دسیتر معمولی $(K = 8\Lambda^{2}/3)$ و یا حل برتوتی-کسنر$(K = 8\Lambda^{2})$ متفاوت است.

در واقع اگر جمله هندسی ثابت کیهان شناسی را با مدل سیال کامل با معادله $p = -\rho$ تعبیر کنیم، نقش سرعت سیال در تعیین طبیعت فضازمان های دسیترگونه در چنین شناسایی تحت الشعاع قرار می گیرد. درنتیجه سرعت غیر صفر سیال تاریک باعث بوجود آمدن فضازمان های دسیترگونه متفاوت می شود. برای نمونه در فضازمان دسیتر معمولی در مختصات همزمان شده همراه، ناظر در حال حرکت در میبابد که همه ذرات سیال بصورت شعاعی و همسانگرد به طرف بیرون حرکت می کنند و یا در فضازمان متقارن استوانه ی قبل که برحسب سیستم مختصات غیرهمراه تعبیر می شود، ذرات سیال کامل دارای یک سرعت در جهت ارجح می باشند که در اینجا در امتداد مختصه شعاعی استوانه است و با وجود اینکه در مولفه های متریک سه–سرعت سیال کامل ظاهر نمی شود اما با انتخاب جهت ارجح اثر خود را در حل مربوطه می گذارد[۹].

حل های پاد-دسیترگونه و پاد-کسنرگونه

حل لوی چویتا با Λمنفی با همان متریک (۵) داده می شود که تنها در آن توابع مثلثاتیP, Q با توابع هذلولوی مشابه جایگزین می شوند. این حل بجز مقادیر$\sigma = 0, 1/2$، همواره روی محور $\rho = 0$ تکینگی دارد. برای نمونه در$\sigma = 0$ به همان متریک (۷) که در آن توابع مثلثاتی با توابع هذلولوی جایگزین شده اند می رسیم[۶]. در واقع دراین حالت متریک تکینگی ندارد و درحد$\Lambda \to 0$ به متریک تخت منجرمی شود که آنرا پاد-دسیترگونه می نامیم.

متریک لینت-تیان با Λ منفی به ازای $\sigma = -1/2, 1/4, 1$ نیز به حل پاد-کسنر با Λ منجر می شوند (آنها را پاد-کسنرگونه می نامیم) که دارای تقارن صفحه ای و در$\rho = 0$ تکینه هستند[۱۰].

از طرفی چون توابع هذلولوی برخلاف توابع مثلثاتی دوره ای نیستند و بصورت یکنوا تغییر می کنند، در نتیجه نمی توان با تبدیل (یا انتقال) شعاعی مشابه (۶) حل های پاد–دسیترگونه و پاد–کنسر گونه را به یکدیگر تبدیل کرد. گرچه هر دوی این حل ها بصورت مجانبی و درحد $\rho \to \infty$ به فرم فضازمان پاد-دسیتر معمولی که در مختصات horospherical نوشته شده باشد میل می کنند[۶].

نتیجه گیری

متریک لوی چویتا درحضور ثابت کیهان شناسی در حالت کلی از نوع پترفI و دارای دو تکینگی انحنا در نقاط $\rho = 0,\ \pi/\sqrt{3\Lambda}$ است و تنها به ازای برخی مقادیر از نوع پترفD خواهد بود و در یکی از این نقاط تکینگی دارند. در واقع این حل به ازای مقادیر خاصی از پارامترσ به حل های دسیترگونه و یاحل های کسنرگونه تبدیل می شود. اگر حلهای دسیترگونه را بصورت منبعی با شدتσ که در نزدیکی$\rho = \pi/\sqrt{3\Lambda}$ قرار دارند تعبیر کنیم، آنگاه حل کسنر گونه را می توان متناظر با منبعی با شدتσ' در نظر گرفت که در نزدیکی$\rho = 0$ قرار دارد. درنتیجه متریک های دسیترگونه و کسنر گونه در مکان تکینگی با هم متفاوتند. در واقع گرچه درغیاب Λ متریک های مینکوفسکی و کسنر باهم متفاوتند اما در حضور آن با یک تبدیل مختصه شعاعی و بازتعریف سایر مختصات به یکدیگر تبدیل می شوند. علاوه براین نشان داده که برخلاف حل پاد-کسنر گونه که در$\rho = 0$ تکینه است، حل پاد-دسیترگونه تکینگی ندارد و با تبدیل مختصه شعاعی معرفی شده به یکدیگر تبدیل نمی شوند.

بن مایه و مرجع‌ها

[۱] M.F da Silva, et al, J. Math. Phys. ۳۶ (۱۹۹۵), A.Z. Wang, et al, Class Quant. Grav . ۱۴ (۱۹۹۷), L.Herrera, et al, Quant. Grav. ۱۸ (۲۰۰۱)
[۲]B. Linet, J. Math. Phys,۲۷,۱۸۱۷,۱۹۸۶. Q.Tian, Phys. RevD ,۳۳,۳۵۴۹,۱۹۸۶
[۳] O. Delice, Acta Phys. Polon. B۳۷ (۲۰۰۶), arXiv:gr-qc/۰۴۱۱۰۱۱
[۴] A. Harvey, G R G ۲۲, No. ۱۲, ۱۹۹۰
[۵] J. B. Grifftihs and J. Podolski , Phys. Rev. D, ۸۱,۰۶۴۰۱۵۹, ۲۰۱۰.
[۶] M. da Silva, et al, Phys. Rev. D ۶۱ (۲۰۰۰) ۰۴۴۰۰۳
[۷] J. Novotný and J. Horský , Journal of Physics B ۱۹۷۴.
[۸] W. Rindler, Phys. Lett. A, ۲۴۵, ۱۹۹۸
[۹] M. Nouri-Zonoz, et al, Phys. Rev. D, ۹۱, ۰۶۳۰۱۰ (۲۰۱۵)
[۱۰] W.B Bonnor, class. Quqntum Grav. ۲۵, ۲۲۵۰۰۵, ۲۰۰۸
[۱۱] J. B. Griffiths and J. Podolsky, Exact Spacetime in Einstein’s general relativity, CUP (۲۰۰۹).

کیهانشناسی کلاسیک و کوانتومی در نظریه ی دوگرانشی جرم دار

موسوی، میشا؛ دارابی ، فرهاد

گروه فیزیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز

چکیده

در یک پس زمینه ی فضا–زمانی فریدمان–رابرتسون–واکر (FRW)، به بررسی مدل های کیهانشناسی کلاسیک و کوانتومی در نظریه ی دوگرانشی جرم دار می پردازیم. در چهارچوب کلاسیکی، یک بار با سیال کامل در نمایش معمولی و یک بار در نمایش شوتز، به بررسی معادلات میدان در عالم تخت و باز می پردازیم. نشان می دهیم که جمله ی مربع جرم گراویتون، نقش ثابت کیهانشناسی را در معادلات ایفا می کند. بااستفاده از رهیافت کوانتش کانونیک، معادله ی شرودینگر–ویلر–دویت را بدست آورده و حل های صریح آن همراه با حل بسته ی موجی را ارائه می کنیم.

Classical and quantum cosmology in massive bigravity theory

Mousavi, Misha; Darabi, Farhad

Department of Physics, Azarbaijan Shahid Madani University, Tabriz

Abstract

In a FRW space-time, we study the classical and quantum cosmological models in the context of minimal massive bigravity. In the presence of perfect fluid, with ordinary and schutz's representations, the classical field equations are studied for flat and open universes.We show that the squared mass of graviton, contributes as a cosmological term to the field equations. Then, using the canonical quantization procedure, we derive the Schrodinger-Wheeler-DeWitt equation and find its exact solutions together with the wave packet solution.

PACS No. *(11 Times New Roman, italic)*

مقدمه

از دیدگاه نظریه میدان، نسبیت عام توصیف کننده ی یک خود برهمکنش غیر خطی از یک ذره ی اسپین 2 بدون جرم می باشد. از این رو، نزدیک ترین حدس برای تعمیم و اصلاح نسبیت عام در مقیاس های بزرگ، جرم دار کردن ذره اسپین 2 می باشد. در نهایت، در سال 2010 نظریه ی بدون- شبح[۱] گرانش جرم دار توسط دورهام، گابادادزه و تلی[۲] (dRGT) ارائه شد [1]. این نظریه که شامل یک متریک دینامیک دار و یک متریک بدون دینامیک است، حل کیهانشناختی فضا–زمانی فریدمان–رابرتسون–واکر تخت ، را نتیجه نمی دهد [2]. حَسن و روزن[۳] به فاصله ی یک سال بعد نظریه ی خود را تحت عنوان نظریه دوگرانشی جرم دار ارائه کردند[3]. این نظریه شامل دو متریک دینامیک دار پیش زمینه و پس زمینه می باشد که رفتاری کاملاً متقارن در کنش این مدل از خود نشان می دهند. در این مقاله، قصد داریم که با کمک فرمول بندی کانونیک و کوانتش متغییر های فضای فاز، به مطالعه ی کیهانشناسی این نظریه، ابتدا در چهارچوب کلاسیکی و سپس کوانتومی بپردازیم. در بخش کلاسیکی یک بار با سیال کامل معمولی و یک بار هم با سیال کامل در نمایش شوتز[٤] [4]، کار می کنیم و در بخش کوانتومی، با شکل سیال کامل ماده در نمایش شوتز کار می کنیم و به یافتن معادله شرودینگر – ویلر– دویت و جواب آن ، می پردازیم.

1 Ghost
2 de Rham, Gabadadze and Tolley
3 Hassan and Rosen
4 Schutz

کیهانشناسی کلاسیکی در نظریه دوگرانشی جرم دار

برای سادگی بیشتر در محاسبات از نسخه ی کمینه ی کنش دوگرانشی جرم دار استفاده می کنیم [5].

$$S_{bi}=M_g^{\,2}\int d^4x\sqrt{-g}R+M_f^{\,2}\int d^4x\sqrt{-f}\tilde{R}+2m^2M_{eff}^{\,2}\times \int d^4x\sqrt{-g}\left(3-tr\sqrt{g^{-1}f}+\det\sqrt{g^{-1}f}\right)+\int d^4x\sqrt{-g}L_m, \qquad (1)$$

که $M_{eff}^{\;-2}=M_g^{\;-2}+M_f^{\;-2}$. دو عنصر خط زیر را به ترتیب برای متریک های پیش زمینه $g_{\mu\nu}$ و پس زمینه $f_{\mu\nu}$ در نظر می گیریم

$$ds_g^{\,2}=-N(t)^2dt^2+a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-Kr^2}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2\right), \qquad (2)$$

$$ds_f^{\,2}=-M(t)^2dt^2+b(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-Kr^2}+r^2d\theta^2+r^2\sin^2\theta d\varphi^2\right). \qquad (3)$$

ضمناً، به عنوان نتیجه ای از اتحاد بایانکی، فرض بقادار بودن تانسور انرژی- تکانه و به کارگیری عناصر خط (2) و (3)، به همراه فرض ساده کننده ی $M_g^{\,2}=M_f^{\,2}=M_{eff}^{\,2}/2$، می توان قید بسیار مهم بایانکی را در این مدل به صورت زیر به دست آورد.

$$\frac{M}{N}=\frac{\dot{b}}{\dot{a}}. \qquad (4)$$

- **سیال کامل در نمایش معمولی**

با استفاده از روابط (1)، (2) ، (3) و (4) می توان معادلات فریدمان در حضور ماده با چگالی انرژی $\tilde{\rho}=\frac{\rho}{3m^2M^2}$ را به ترتیب برای $g_{\mu\nu}$ و $f_{\mu\nu}$ بصورت زیر نوشت

$$H^2+\frac{K}{a^2}+2m^2\left(1-\frac{b}{a}\right)-\tilde{\rho}m^2=0, \qquad (5)$$

$$H^2+\frac{K}{a^2}+\frac{2}{3}m^2\left(\frac{b^2}{a^2}-\frac{a}{b}\right)=0. \qquad (6)$$

مقایسه ی این دو معادله با معادلات استاندارد فریدمان، نشان می دهد که مربع جرم گراویتون نقش ثابت کیهانشناسی را بازی می کند که به ازای $b>a$، مثبت و به ازای $b<a$ منفی می باشد. این تغییر از فاز دسیتر به فاز پاد- دسیتر ناشی از رقابت بین دو عامل مقیاس می باشد. با فرض $\frac{b}{a}\equiv\lambda(\tilde{\rho})$ و تعریف $H=\frac{\dot{a}}{Na}$ برای زمان های اخیر $\tilde{\rho}\to\rho_{\rm vac}=cte$، می توان حل های زیر را برای عامل مقیاس $a(t)$ به ترتیب در عالم تخت و باز به دست آورد.

$$a(t)=\exp(\mp m(t-t_0)\sqrt{|\lambda^*|}), \qquad (7)$$

$$a(t)=\pm\frac{Sinh[m\sqrt{|\lambda^*|}(t\pm t_0)]}{m\sqrt{-\lambda^*}}. \qquad (8)$$

که $\lambda^*=2(1-\lambda)-\tilde{\rho}$. برای نتیجه (7) که توصیف کننده ی حل های دسیتر و پاد- دسیتر می باشد، در بازه ی زمانی محدود، هیچ تکینگی مه بانگ-گونه ظاهر نمی شود در حالی که در نتیجه ی (8) در بازه ی زمانی نا محدود، هر دو حل دسیتر و پاد- دسیتر دربردارنده ی تکینگی مه بانگ-گونه در $t=t_0$ می باشند.

- **سیال کامل در نمایش شوتز**

اکنون، سیال کامل با معادله ی حالت $P=\omega\rho$ را در نمایش شوتز [4] در معادلات حرکت زیر معرفی کنیم.

$$\dot{T}=\{T,H\}=\frac{N}{a^{3\omega}} \quad , \quad \dot{P}_T=\{P_T,H\}=0 \quad , \quad H_m=N\frac{P_T}{\omega}. \qquad (9)$$

که H_m هامیلتونی مربوط به سیال کامل در نمایش شوتز است. پس از جایگزینی در معادله ی (5) و ترکیب آن با معادله (6)، همراه با فرض های $P_T=P_0=cte\,,b/a=\gamma$، می توان به نتایج زیر برای مورد $\omega=-1$ (ثابت کیهانشناسی) دست یافت

$$a(\tau)=\left(\frac{49}{4}\left|\left(2(1+\gamma_0)m^2+P_0\right)\right|\left(\tau-\tau_0\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}. \qquad (10)$$

که از فرض های $\left(2(1+\gamma_0)m^2+P_0\right)<0\,, a>0\,, \gamma=\gamma_0$ و $d\tau=a^{-1}dt$ استفاده شده است. این حل در بردارنده ی تکینگی مه بانگ-گونه در $\tau=\tau_0$ است .قابل توجه است که در حل های به دست آمده ی (7)، (8) و (10)، جرم گراویتون در نقش ثابت کیهانشناسی ظاهر می شود و ما را به نتائج نسبیت عام نزدیک تر می کند.

لاگرانژی نقطه-گونه و قید هامیلتونی در نظریه ی دوگرانشی جرم دار کمینه

در زیر فضای $\{N,a,M,b\}$، می توان یک شکل نقطه-گونه از لاگرانژی گرانشی را به صورت زیر داشت

$$L_{\text{point-like}}=\frac{a\dot{a}^2}{N}-KNa+\frac{b\dot{b}\dot{a}}{N}-\frac{KNb\dot{b}}{\dot{a}}+2m^2N\times\left(\left(ba^2-a^3\right)+\frac{\dot{b}}{\dot{a}}\frac{\left(a^3-b^3\right)}{3}\right). \qquad (11)$$

با به دست آوردن تکانه های همیوغ متغیر های a و b به صورت $P_a=\frac{\partial L}{\partial\dot{a}}$ و $P_b=\frac{\partial L}{\partial\dot{b}}$، استفاده از رابطه ی هامیلتونی با تکانه های

همیوغ و لاگرانژی $H=\dot{a}P_a+\dot{b}P_b-L$ ، همچنین به کارگیری قید (4) و احتساب هامیلتونی ماده از رابطه (9)، می توان به رابطه ی زیر برای هامیلتونی کلی رسید

$$H=H_g+H_f=N\mathrm{H_g}+M\mathrm{H_f}+H_m=N\left(\frac{a\dot{a}^2}{N^2}+Ka+2m^2\left(a^3-ba^2\right)+\frac{P_T}{a^{3\omega}}\right)+M\left(\frac{\dot{a}^2b}{N^2}+Kb+\frac{2m^2}{3}\left(-a^3+b^3\right)\right). \quad (12)$$

همانطور که پیداست، متغیرهای M و N، همان تابع های تأخیری می باشند زیرا هیچ دینامیکی در لاگرانژی ندارند. ضمناً، $\mathrm{H_g}$ و $\mathrm{H_f}$ به ترتیب چگالی هامیلتونی مربوط به $g_{\mu\nu}$ و $f_{\mu\nu}$ می باشند که در حقیقت همان قید های لاگرانژی $\mathrm{H_g}=0$ و $\mathrm{H_f}=0$ برای مدل ما هستند. لازم به ذکر است، که روابط به دست آمده از لاگرانژی نقطه-گونه تماماً با معادلات فریدمان این مدل هم خوانی دارند.

کیهانشناسی کوانتومی در نظریه ی دوگرانشی جرم دار

در این بخش قصد داریم که ابتدا به کوانتش کانونیک مدل دوگرانشی جرم دار کمینه بپردازیم، سپس با نوشتن معادله ی ویلر-دویت $\hat{\mathrm{H}}\Psi=0$ به عنوان نسخه ی اُپراتوری قید هامیلتونی $\mathrm{H}=0$، آن را حل کرده و تابع موج عالم را پیدا کنیم. با کمک رابطه ی (11) و استخراج تکانه های همیوغ P_a و P_b می توان نوشت

$$\dot{a}=\frac{N}{2a\left(1+\frac{Mb}{Na}\right)}\left(P_a+\frac{M}{N}P_b\right) \quad , \quad \dot{b}=\frac{M}{2a\left(1+\frac{Mb}{Na}\right)}\left(P_a+\frac{M}{N}P_b\right). \quad (13)$$

با قرار دادن این روابط در رابطه ی (12)، می توان معادلات ویلر-دویت را به صورت زیر نوشت

$$\hat{\mathrm{H}}_{\mathrm{g}}\Psi\left(a,b,T\right)=\left[\frac{\left(\hat{P}_a+\frac{M}{N}\hat{P}_b\right)}{4a^2\left(1+\frac{Mb}{Na}\right)}+K+2m^2a^2\left(1-\frac{b}{a}\right)+\frac{\hat{P}_T}{a^{3\left(\omega+\frac{1}{3}\right)}}\right]\Psi\left(a,b,T\right)=0, \quad (14)$$

$$\hat{\mathrm{H}}_{\mathrm{f}}\Psi\left(a,b,T\right)=\left[\frac{\left(\hat{P}_a+\frac{M}{N}\hat{P}_b\right)}{4a^2\left(1+\frac{Mb}{Na}\right)}+K+\frac{2m^2a^2}{3}\left(-\frac{a}{b}+\frac{b^2}{a^2}\right)\right]\Psi\left(a,b,T\right)=0. \quad (15)$$

سپس، اقدام به جدا کردن متغیرها به صورت $\Psi\left(a,b,T\right)=e^{iET}\psi\left(a,b\right)$ که E ثابت است، می کنیم. لازم به ذکر است که دو معادله ی بالا در واقع یک معادله هستند، در زمینه های $g_{\mu\nu}$ و $f_{\mu\nu}$ و هر دو یک تابع موج یکسان را برای عالم توصیف می کنند. پرواضح است که استفاده از نمایش شوتز برای سیال کامل، انتخاب پیمانه ی $N=a^{3\omega}$، جایگذاری در معادله (9)، ایفای نقش زمان توسط کمیت ترمودینامیکی ماده (T) و تبدیل معادله ی ویلر- دویت به یک معادله ی شرودینگر-گونه، مسئله ی زمان در مکانیک کوانتومی و همینطور معادلات تابع موج کوانتومی را در این مدل خاص، مرتفع می کند [6].

اگر فرض کنیم که $b/a=\sigma$ باشد، آنگاه با انتخاب $\omega=-1$ و مراجعه به معادلات (14) و (15)، می توان به این نتیجه رسید که σ ثابت است و تابعی از E می باشد.

$$E=2m^2\left(\frac{\sigma^2}{3}+\sigma-1-\frac{1}{3\sigma}\right). \quad (16)$$

با ثابت بودن σ و استفاده از رابطه ی (4) می توان نوشت

$$\frac{b}{a}=\sigma(E)=\frac{\dot{b}}{\dot{a}}=\frac{M}{N} \quad (17)$$

با توجه به مطالب بخش کلاسیکی، می توان به دست آورد که $P_b=\sigma P_b$ و نسخه ی اُپراتوری آن $\hat{P}_b=\sigma\hat{P}_b$ است. از این رو، معادله ویلر- دویت تبدیل به یک معادله با تک متغیر دینامیکی a یا b می شود. با در نظر گرفتن مسئله ی عدم قطعیت در ترتیب زمانی اُپراتور ها به صورت $\hat{P}_a{}^2=-a^{-p}\frac{\partial}{\partial a}\left(a^p\frac{\partial}{\partial a}\right)$ ، در نهایت می توان معادله ی ویلر- دویت را به شکل زیر نوشت

$$\left[-\frac{1}{4}\left(\frac{d^2}{da^2}+\frac{p}{a}\frac{d}{da}\right)+a^2K+\frac{2m^2}{3}a^4\left(\sigma^2-\frac{1}{\sigma}\right)\right]\psi\left(a\right)=0. \quad (18)$$

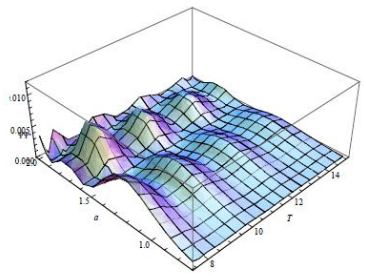
با انتخاب $K=0$ و $p=-2$ [7]، اعمال شرط مرزی $\psi_E(a=0)=0$ و انتخاب بازه ی $0<\sigma<1$ به منظور کسب رفتار نوسانی برای تابع موج، می توان $\psi_E(a)$ را به صورت زیر به دست آورد

$$\psi_E(a)=ic_2 Sin\left[\frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}a^3\sqrt{m^2(-1+\sigma^3)}}{3\sqrt{\sigma}}\right], \quad (19)$$

که c_2 ثابت انتگرالگیری است. برای رسیدن به یک نتیجه ی نهایی، ما ملزم می باشیم که توصیفی بسته ی موجی، به عنوان حل معادله ی ویلر- دویت به دست آوریم، تا بتوانیم به نتایج کلاسیکی نزدیک شویم. بنابراین، با ضرب (19) در یک تابع وزن مناسب به صورت $e^{-\gamma\sigma^2}$ (تابع وزن گوسی) و انتگرالگیری روی تمامی ویژه مقادیر E (اصل بر هم نهی) داریم

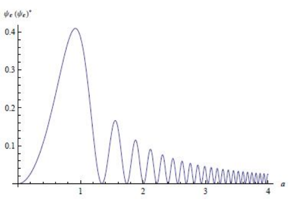
$$\Psi(a,T) = 2m^2 \int_0^1 e^{2im^2\left(\frac{\sigma^2}{3}+\sigma-1-\frac{1}{3\sigma}\right)T-\gamma\sigma^2} \left(\frac{2\sigma}{3}+1+\frac{1}{3\sigma^2}\right)\times Sin\left(\frac{2\sqrt{\frac{2}{3}}a^3\sqrt{m^2(-1+\sigma^3)}}{3\sqrt{\sigma}}\right)d\sigma. \tag{20}$$

در مکانیک کوانتومی، تابع وزن گوسی و سایر مثال ها، مکرراً برای به دست آوردن حالت های کوانتومی جایگزیده استفاده می شوند. این دسته از تابع های وزن، حول یک مقدار مشخصی از آرگومانشان متمرکز می شوند و با دور شدن از آن نقطه ی مرکزی، به سرعت نزول پیدا می کنند. بنابراین، انتظار می رود که نتیجه ی نهایی انتگرال (20) هم یک چنین رفتاری از خودش بروز بدهد و حول مقدار مشخصی از a متمرکز باشد. از آنجا که انتگرال (20) بسیار پیچیده می باشد و به دست آوردن یک نتیجه ی تحلیلی بسته از آن غیر ممکن است، ما مربع تابع موج $|\Psi(a,T)|^2$ را در شکل سه بعدی زیر رسم کرده ایم.



شکل1 : مربع تابع موج، $|\Psi(a,T)|^2$ با فرض های عددی $m^2=\gamma=1$.

برای روشن تر شدن موضوع، تحول دو بعدی مربع ویژه تابع موج $|\psi_E(a)|^2$ را نیز در شکل 2 رسم کرده ایم.



شکل2 : مربع ویژه تابع موج $|\psi_E(a)|^2$.

این شکل ها، گویای یک تابع موج خوش رفتار در همسایگی $a=0$ می باشند و نشان می دهند که عالم عاری از تکینگی اولیه است.

نتیجه گیری

در این مقاله، به بررسی کیهانشناسی در پس زمینه ی فریدمان– رابرتسون– واکر در نظریه ی دوگرانشی جرم دار پرداختیم. با کمک فرمولبندی هامیلتونی، به بررسی کیهانشناسی کلاسیک و کوانتومی پرداخته و در عین حال لاگرانژی نقطه–گونه و قید های هامیلتونی را هم به دست آوردیم. حل های کلاسیکی را یک بار در حضور سیال کامل معمولی با چگالی ρ و یک بار هم در حضور سیال کامل که در نمایش شوتز ظاهر میشود، به دست آوردیم. در حالت اول، حل های دسیتر و پاد– دسیتر را برای عالم تخت و باز به دست آوردیم. در حالت دوم نیز رفتار عامل مقیاس بر حسب زمان همدیس را با انتخاب $\omega=-1$ بررسی کردیم. در بخش کیهانشناسی کوانتومی، با دنبال کردن الگوی رفتاری تکانه های همیوغ P_a و P_b در بخش کلاسیکی به صورت $P_b=\sigma P_b$ توانستیم به یک معادله ی کاهش یافته ی ویلر– دویت در حضور اُپراتور هامیلتونی سیال کامل در نمایش شوتز، برسیم. در نهایت، با حل معادله ی ویژه مقداری تابع موج و سپس استفاده از تابع وزن گوسی، اصل برهم نهی و رسم شکل سه بعدی $|\Psi(a,T)|^2$ کیهانشناسی کوانتومی در مدل دوگرانشی جرم دار را مورد مطالعه قرار دادیم.

مرجع‌ها

[1] C. de Rham and G. Gabadadze, *Phys. Rev. D* **82** (2010) 044020 [arXive:1007.0443[hep-th]].
[2] G. D'Amico, C. de Rham, S. Dubovsky, G. Gabadadze, D. Pirtskhalava and A. J. Tolley, *Phys. Rev. D* **84** (2011) 124046 [arXiv:1108.5231[hep-th]].
[3] S. F. Hassan and R. A. Rosen, *JHEP* **126** (2012) 1202 [arXiv:1109.3515[hep-th]].
[4] B. F. Schutz, *Phys. Rev. D* **2** (1970) 2762.
[5] S. F. Hassan and R. A. Rosen, *JHEP* **1107** (2011) 009 [arXiv:1103.6055[hep-th]].
[6] B. S. DeWitt, *Phys. Rev.* **160** (1967) 1113.
[7] D. He, D. Gao and Q-yu Cai, *Phys. Lett. B.* **784** (2015) 361 [arXiv:1507.06727].

در جستجوی ریسمان‌های کیهانی در رصدهای تلسکوپ قطب جنوب

وفایی‌صدر، علیرضا[۱] ؛ موحد، سیدمحمدصادق[۱و۲]

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی ، اوین ، تهران

[۲] پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران

چکیده

ریسمان‌های کیهانی نوعی از نقیصه‌های توپولوژیک هستند که در گذار فاز جهان اولیه می‌توانند تشکیل شوند. این ریسمانها در صورت وجود، ردپایی بر روی تابش زمینه کیهانی از خود به جا می‌گذارند که تا کنون برخی ابزارها برای شناسایی آن‌ها معرفی شده است. یکی از انواع روش‌های آشکارسازی که استفاده می شوند، آشکارسازهای فضای حقیقی هستند. طبق آخرین نتایجی که در مورد وجود چنین نقیصه‌هایی روی داده های تابش زمینه کیهانی گزارش شده، نتایج ماهواره پلانک است که برای جستجوهای بر پایه‌ی فضای حقیقی مقدار $G\mu/c^2 \le 7.8\times10^{-7}$ به ازای استفاده از تابعی‌های مینکوفسکی گزارش داده است. در این مقاله با استفاده ابزارهای ترکیبی سعی بر افزایش قدرت ابزارهای آشکارساز بوده که قدرت تشخیص آنها حد $G\mu/c^2 \ge 3\times10^{-9}$ *به ازای عملگر لاپلاسین و* $G\mu/c^2 \ge 2.4\times10^{-9}$ *به ازای سوبل و* $G\mu/c^2 \ge 2.4\times10^{-9}$ *به ازای شار* است. با استفاده از رصدهای تلسکوپ قطب جنوب که دارای وضوح بالاتری هستند حد $G\mu/c^2 \le 3\times10^{-9}$ *به ازای عملگر لاپلاسین و* $G\mu/c^2 \le 2.7\times10^{-9}$ *به ازای سوبل و* $G\mu/c^2 \le 2.4\times10^{-9}$ *به ازای شار و تا ۹۵ محدوده‌ی اطمینان بعنوان حد بالای شدت ریسمان در این داده‌ها بدست آمد.*

Looking for Cosmic Strings in STP's DR1

Vafaei sadr, Alireza[1] ; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh[1,2]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran
[2] School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences, Tehran

Abstract

Cosmic Strings are a type of topological defects could be produced in the very early universe. They can make footprints on the Cosmic Microwave Background (CMB) and there are several methods, introduced by people, for detecting them. One of the policies of the detection is trying to detect them in real space. The last result of this phenomenon according to Planck data in real space is the limit $G\mu/c^2 \le 7.8\times10^{-7}$ using Minkowski functionals as prob. In this work we used three composite methods which could be discriminated $G\mu/c^2 \le 3\times10^{-9}$, $G\mu/c^2 \le 2.4\times10^{-9}$ and $G\mu/c^2 \le 2.4\times10^{-9}$ by using Laplacian, Sobel and Scharr operators, respectively. Also We used SPT-DR1 to constrain the strength of cosmic strings and obtained $G\mu/c^2 \le 3\times10^{-9}$, $G\mu/c^2 \le 2.7\times10^{-9}$ and $G\mu/c^2 \le 2.4\times10^{-9}$ by 95 percent confidence interval using the operators.

مقدمه

تابش زمینه‌ی کیهانی را می‌توان تنها اطلاعات بازمانده‌ی تقریباً بدون تغییری که تا بحال بشر توانسته از عالم نخستین به دست آورد، نامید. تاکنون محققان و نظریه‌پردازان، تمام تلاش خود را به کار گرفته‌اند تا از آن در مورد قوانین و تاریخچه‌ی کیهان نخستین و البته کیهان اخیر و تحول آن، اطلاعاتی کسب کنند.

یکی از نظریه‌هایی که در چارچوب آن منشاء افت و خیزهای اولیه مورد بررسی قرار می‌گیرد ریسمان‌های کیهانی هستند و در صورت تأیید وجود آنها می‌توان نشان داد که حداکثر۱۰٪ در طیف توان تابش زمینه کیهان و تشکیل ساختار نقش دارند[۱].

تاکنون روش‌های مختلفی برای آشکارسازی ریسمان‌های کیهانی معرفی شده‌است که از آن جمله می‌توان روش زمانی تپنده، روش

همگرایی گرانشی، تحلیل فرکانس وقوع، الگوریتم کنی، توابع چند نقطه‌ای[۲]، تحلیل طیف توان، طیف‌های چند نقطه‌ای، موجک و تابعی‌های مینکوفسکی [۳] را نام برد.

ریسمان‌های کیهانی

یکی از پیش‌بینی‌های نظریه میدان‌های کوانتومی در کیهان‌شناسی، امکان بوجود آمدن نواقص توپولوژیک پایایی مانند ریسمان‌های کیهانی است که از ریسمان‌های نامتناهی، حلقه‌های بسته یا برخورد ریسمان‌ها تشکیل شده‌اند، آثاری چون همگرایی گرانشی و یا قطبش و ناهمسانگردی در تابش زمینه کیهانی از خود بر جای می‌گذارند [۴و۵و۶]. کایزر و استبینز نشان دادند که فوتون‌های تابش زمینه بر اثر عبور از کنار یک ریسمان در حال حرکت دچار یک پرش دمایی می‌شوند که مقدار آن از رابطه زیر بدست می‌آید[7]:

$$\frac{\delta T}{T} = 8\pi G\,\mu \left|\hat{\mathbf{n}}.(\gamma_s\, \mathbf{v}_s \times \hat{\mathbf{e}}_s)\right| \qquad (۱)$$

که در آن $\hat{n}$ جهت مشاهده ریسمان، γ_s ضریب نسبیتی، v_s سرعت ریسمان و e_s جهت‌گیری ریسمان است.

برای آشکارسازی این اثرات شکستگی شبه خطی معمولا از سه روش استفاده می‌شود. در روش اول تاثیرات آنها روی طیف توان تابش زمینه بررسی می‌شود. در روش دوم تاثیرات ریسمان ها در فضای دوگان داده‌ها ارزیابی می‌شود و در روش سوم آشکارسازی در فضای واقعی انجام می‌شود که مقاله پیش رو نوعی از این آشکارسازی است. از طرفی دو نوع رصد برای تابش زمینه کیهان وجود دارد ، رصدهایی که به کل آسمان می پردازند مانند ماهواره پلانک **(Planck)** و آنهایی که قسمتی از آسمان را رصد می کنند، مانند تلسکوپ های قطب جنوب **(SPT)** و آتاکاما **(ACT)**. رصدهای کل آسمان برای تحلیل بزرگ مقیاس مناسب است اما برای ویژگی هایی که در مقیاس های کوچک نیز قالب هستند مانند ریسمان‌های کیهانی بهتر است از داده‌هایی با وضوح بالا استفاده کنیم. در این مقاله برای آشکارسازی در داده واقعی از داده های تلسکوپ قطب جنوب استفاده شده است. در سال ۲۰۱۲ حد $G\mu/c^2 \le 1.7\times10^{-7}$ با ۹۵ درصد ضریب اطمینان برای ماهواره قطب جنوب بدست آمد[۸].

تلسکوپ قطب جنوب

تلسکوپی ۱۰ متری در قطب جنوب، در محدوده‌ای که جو زمین یکی از مناسب‌ترین مکان‌ها برای آشکارسازی طول موج‌های در محدوده میلی متر است واقع شده است و در سه فرکانس ۹۵، ۱۵۰ و۲۲۰ گیگا هرتز آسمان را رصد می‌کند. بیشترین اطلاعاتی که از داده های این تلسکوپ استخراج می شود اطلاعات مربوط به اثرات ثانویه روی تابش زمینه مانند سانیااف زلدویچ جنبشی و گرمایی و یا چشمه های نقطه ای می باشد. بدلیل اینکه تلسکوپ در طول موج های پایین رصد می کند و در این محدوده، تابش‌گرهای غالب، اثرات غبار و تشکیل کهکشان‌ها (تابش مادون قرمز زمینه) و تابش زمینه کیهانی می‌باشند، یکی از مشکلات جدا کردن این اطلاعات از هم است. این تلسکوپ در مجموع حدود ۲۵۰۰ درجه مربع آسمان قطب جنوب را تا کنون رصد کرده و نقشه هایی با اندازه ۹۵ درجه مربع سال ۲۰۰۸ را در سال ۲۰۱۱ برای استفاده عموم آزاد کرد. این نقشه‌ها به دو صورت عملگر تصویر جهتی لمبرت (zea) و عملگر تصویر سینوسی (sfl) مورد استفاده قرار میگیرند.

معرفی ابزار

تبدیل خمک (Curvelet-transform)

در این تبدیل یک خمک مادر داریم. با تغییر مقیاس و تغییر مکان، پایه‌-های فضا تولید شده و با استفاده از آنها می‌توان تصویر را تجزیه کرد. با فرض اینکه در دستگاه مختصات قطبی باشیم و کمیت مکان $\vec{r} = (x, y)$ و کمیت بسامد $\omega = (\omega_1, \omega_2)$ باشند، می‌توانیم دو پنجره‌ی $W(r)$ و $W(\theta)$ را که به ترتیب شعاعی و زاویه‌ای هستند معرفی کنیم. برای پنجره‌ی بسامدی در فضای دوگان داریم[۹]:

$$U_j(r,\theta) = 2^{-3j/4}\, W(2^{-j} r)\, V\!\left(\frac{2^{[j/2]}\theta}{2\pi}\right) \qquad (۲)$$

که در آن $[j/2]$ قسمت صحیح $j/2$ و j کمیت مقیاس است. بنابراین U_j یک گُوِه‌ی قطبی در فضای بسامد است. خمک $\phi_j(x)$ را با استفاده از تبدیل فوریه‌اش به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\hat{\phi}_j(\omega) = U_j(\omega) \qquad (۳)$$

بنابراین ϕ_j همان خمک مادر است که در فضای ۲+۱ بعدی، شبیه یک کلاه است و باقی خمکها از تغییر اندازه و مکان و یا چرخاندن خمک مادر حاصل می‌شوند[۹].

لبه‌یاب‌ها (Edge detectors)

این نوع ابزار عموما بر پایه‌ی مشتقات میدان داده و استفاده از ماسکها و فیلترها برای آشکارسازی ویژگی های مختلف استفاده می شوند که در این مقاله، برای آشکارسازی ویژگی‌های شبه خطی مورد نظر از عملگرهای لاپلاسین **(Laplacian)**، سوبل **(Sobel)** و شار **(Scharr)** استفاده شده است.

شبیه‌سازی نقشه‌ی *CMB* با طیف توان دلخواه

میدان‌های آماری CMB را به صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$\delta T(\hat{n}) \equiv \frac{T(\hat{n}) - \langle T \rangle}{\langle T \rangle} \qquad (۴)$$

طیف توان نیز معروفترین مشخصه‌ی آماری تابش زمینه‌ی کیهانی است. در بررسی‌های آماری تابش زمینه، طیف توان اطلاعات مفیدی از قبیل درصد فراوانی نسبی سازنده‌های کیهان به ما می‌دهد. در آسمان غیرتخت داریم[۱۰]:

$$C_{\vec{k}} = \frac{1}{(2\pi)} \int d\Omega \, C(\hat{n}_i) e^{i\vec{k}.\hat{n}_i} \qquad (۵)$$

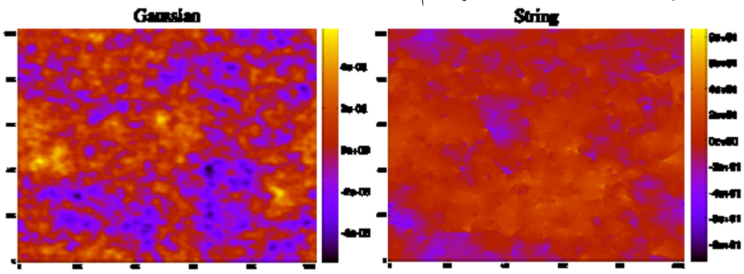
به منظور شبیه‌سازی ابتدا باید مجموعه‌ای از داده‌ها را که دارای تابع توزیع دلخواه باشند را تولید کرد. $T(\hat{n})$ افت‌وخیز دما در مکان $\hat{n}$ و $\tilde{T}(k_n)$ تبدیل فوریه‌ی متناظر است. برای اعمال طیف توان دلخواه به داده‌ها خواهیم داشت[۱۰]:

$$\tilde{\xi}(k_n) = \sqrt{C_{l_{k_n}}}\,\tilde{T}(k_n) \qquad (۶)$$

باید خاطر نشان کرد که این بخش با روش مونت‌کارلو صورت می‌گیرد. داده‌های تولید شده دارای طیف توان مورد نظر است. برای حل مشکل نا همسانگردی نیز می‌توان تعدادی نقشه تولید کرد و پس از چرخاندن آنها حول مرکز نقشه با زاویه‌های مناسب و جمع آماری، نقشه‌ای همگن و همسانگرد به دست آورد. ضمنا اثرات بیم در رصدگرهای فضایی با تابع گوسین شبیه سازی می شود ولی در تلسکوپ‌ها با تابع آیری بدست می آید که وابسته به کانون تلسکوپ و باند فرکانسی آشکار ساز است[*11*].

شبیه سازی نقشه ریسمان

روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی نقشه‌های ریسمانی وجود دارد که برای شبیه‌سازی نقشه‌ای ریسمان در این مقاله، برای ما از شبیه‌سازی بهینه شده‌ی عددی با دقت زاویه‌ای بالا، حدود دو دقیقه، بر پایه‌ی ریسمان‌های نامبو–گاتو (Nambo-Goto) کرده‌ایم[*11*].



شکل ۱: بخش سمت راست توزیع افت‌وخیز شبیه‌سازی‌شده ریسمان‌های کیهانی و سمت چپ نقشه کاملا گاوسی.

ساخت نقشه گاوسی–ریسمانی

هدف نهایی ما مقایسه دو نقشه تابش زمینه کیهانی گاوسی است که در اولی اثر ریسمان‌ها اعمال شده و در دیگری اثر ریسمان‌ها در نظر گرفته نشده. بنابراین باید ریسمان‌های شبیه‌سازی شده را به نقشه گاوسی اضافه کنیم. بر اساس مدل‌های مورد قبول کنونی به فرض اینکه ریسمان‌ها وجود داشته باشند می‌توان نشان داد بهترین برازش برای طیف توان موقعی حاصل می‌شود که نقش ریسمان‌ها را در حدود ۱۰٪ در نظر بگیریم[۱]. در واقع ما این کار را با بدست آوردن ضریب α در معادله زیر انجام می‌دهیم:

$$T_{G+S}(k) = \alpha T_G(k) + \beta T_s(k) \qquad (۱۱)$$

جزئیات محاسبه ضریب α در مرجع [۲] آمده است و ضریب β نیز کنترل کننده‌ی $G\mu$ی ریسمان است.

روش آشکارسازی

برای آشکارسازی یک ویژگی عموما ابزاری مناسب معرفی میشود و آن ابزار به اندازه‌ی تواناییش ویژگی مورد نظر را آشکارسازی کرده و با معرفی کمیتی برای مقایسه‌ی ویژگی در موارد مختلف آزمایش میتوان از آن استفاده کرد. در این مقاله سعی بر این است تا با استفاده بصورت ترکیبی از ابزارهای مختلف، توانایی آشکارسازی را به حداکثر برسانیم. برای این منظور ابتدا به ازای قدرت‌های مختلف ریسمان هر کدام یکصد نقشه متناسب با داده‌های تلسکوپ قطب جنوب شبیه‌سازی کرده و پس از تعیین رفتار معیار معرفی شده به ازای شدت‌های مختلف ریسمان و با در نظر گرفت میزان خطای بدست آمده، داده‌های تابش زمینه واقعی را با آنها مقایسه میکنیم. نقشه‌ها را توسط تبدیل خمک به فضای

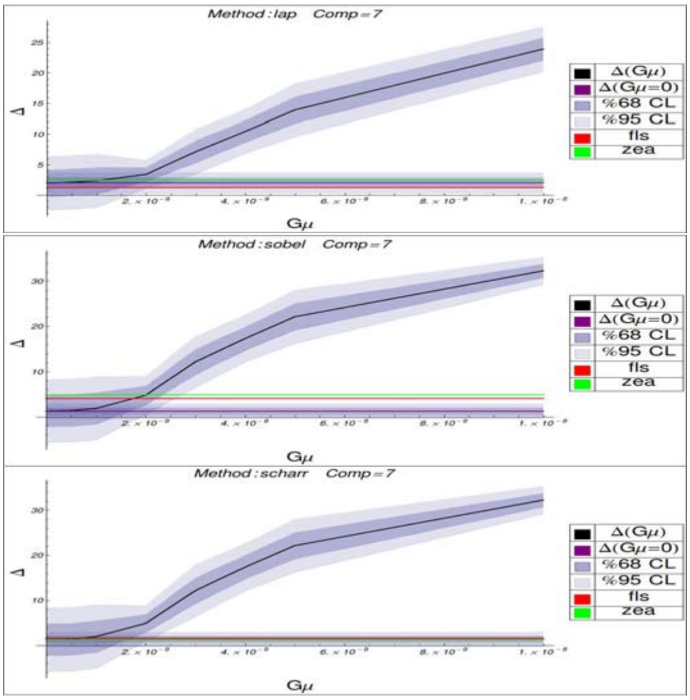
دوگان برده و دادهها بزرگ مقیاس آنرا حذف میکنیم. سپس روی نقشه‌ی معادل بدست آمده در فضای حقیقی، عملگرهای لاپلاسین، سوبل و شار را اثر میدهیم. داده‌های بدست آمده تاکنون دارای اطلاعات کوچک مقیاس بوده و هر گونه اثرات شکستگی در آنها بیشینه شده است. حال بدلیل عدم تازن وزنی که به شکستگی‌های کوچک مقیاس داده شده میتوان طبق رابطه (۱۲) از افزونه‌ی تابع توزیع آنها نسبت به مقداری دلخواه بعنوان کمیت تعریف شده استفاده کرد. بدیهی است که این کمیت یکتا نیست و میتوان کمیت‌های معادل تعریف نمود.

$$\Delta(\mathrm{G}\,\mu;u)=\int_u^\infty P(\mathrm{G}\,\mu;x)dx \qquad (۱۲)$$

خلاصه و نتیجه گیری

در این مقاله از کوچک مقیاس‌ترین اجزای خمک یعنی جمله‌ی هفتم استفاده شده و حد رابطه ۱۲ نیز ۰.۴ میباشد. همانطور که در شکل (۲) قابل مشاهده است به ازای سه عملگر مورد استفاده، با دقت ۹۵ درصد محدوده‌ی اطمینان میتوان حد بالای $G\mu/c^2\le 2.4\times10^{-9}$ به ازای عملگر لاپلاسین و $0.7\times10^{-9}\le G\mu/c^2\le 2.7\times10^{-9}$ به ازای سوبل و $G\mu/c^2\le 2.2\times10^{-9}$ به ازای شار و برای میانگین دو داده، بدست آمد. قابل ذکر است که این کار برای تحلیل داده‌ها و تعیین حدی قویتر به ازای ترکیبات دیگر ابزارها ادامه دارد.

در اینجا سعی شد تا با استفاده از داده‌های تلسکوپ قطب جنوب که دارای وضوح بالاتری نسبت به ماهواره‌های فضایی هستند، حد محکتمری روی ریسمان‌های کیهانی گذاشته شود. روش استفاده شده ترکیبی از خمک، عملگرهای لبه‌یاب و توابع آماری یک نقطه‌ای بود که قدرت تشخیص آنها حد $G\mu/c^2\ge 3\times10^{-9}$ به ازای عملگر لاپلاسین و $G\mu/c^2\ge 2.4\times10^{-9}$ به ازای سوبل و $G\mu/c^2\ge 2.4\times10^{-9}$ به ازای شار است و نیز با استفاده از رصدهای تلسکوپ قطب جنوب که دارای وضوح بالاتری هستند حد $G\mu/c^2\le 3\times10^{-9}$ به ازای عملگر لاپلاسین و $G\mu/c^2\le 2.7\times10^{-9}$ به ازای سوبل و $G\mu/c^2\le 2.4\times10^{-9}$ به ازای شار و تا ۹۵ محدوده‌ی اطمینان بعنوان حد بالای شدت ریسمان در این داده‌ها بدست آمد.



شکل ۲: نتایج بدست آمده به ازای کمیت رابطه (۱۲) برای سه عملگر لاپلاسین، سوبل و شار

مراجع:

[1] L. Pogosian, S. H. Henry Tye, Ira Wasserman and Mark Wyman, JCAP 0902:013,(2009)

[2] M. Sadegh Movahed and S. Khosravi, JCAP 1103:012,(2011)

[3] Planck team papers: XXV (2013)

[4] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz and J. Urrestilla, *Phys. Rev. Lett.* 100 021301(2008)

[5] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz and J. Urrestilla, *Phys. Rev.* D 82 065004(2010)

[6] A. Vilenkin and E.P.S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, Cambridge University Press (2000)

[7] Nick Kaiser and Albert Stebbins, Nature Vol 310 2 August (1984)

[8] Cora Dvorkin, Mark Wyman, Wayne Hu, Phys.Rev.D.84:123519, (2011)

[9] Candes, E.J., Donoho, D.L., Comm. on Pure and Appl. Math, 57, 219-266(2004)

[10] Graca Rocha, M.P. Hobson, Sarah Smith, Pedro Ferreira and Anthony Challinor, MNRAS. 357 (2005) 1-11.

[11] Aurélien A. Fraisse, Christophe Ringeval, David N. Spergel, François R. Bouchet, Phys.Rev.D78:043535(2008)

تورم توانی و بینابینی در گرانش *f(T)*

رضازاده، کاظم[۱]؛ عبدالملکی، اسرین[۲]؛ کرمی، کیومرث[۱]

[۱]گروه فیزیک، دانشگاه کردستان، سنندج

[۲]مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه، مراغه

چکیده

در اینجا به مطالعه‌ی تورم در گرانش f(T) در حضور یک میدان اسکالر کانونی می‌پردازیم. بعد از مرور معادلات اساسی حاکم بر کیهان‌شناسی زمینه در گرانش f(T) به مطالعه‌ی اختلالات کیهان‌شناسی می‌پردازیم و روابط مربوط به طیف توان اختلالات اسکالری و تانسوری را برای این مدل به‌دست می‌آوریم. سپس یک شکل توانی برای تابع f(T) در نظر می‌گیریم و مدل‌های تورمی با ضریب مقیاس‌های توانی و بینابینی را بررسی می‌کنیم. خواهیم دید که در گرانش f(T)، برخلاف مدل استاندارد تورم که بر اساس گرانش اینشتین است، مدل‌های تورم توانی و بینابینی می‌توانند به خوبی با نتایج مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ سازگار باشند و پیش‌بینی این مدل‌ها می‌تواند در ناحیه‌ی با حد اطمینان ۶۸٪ داده‌های مشاهداتی قرار بگیرد.

Power-law and Intermediate Inflation in *f(T)*-Gravity

Rezazadeh, Kazem[1]; Abdolmaleki, Asrin[2]; Kayoomars, Kayoomars[1]

[1]*Department of Physics, University of Kurdistan, Sanandaj*
[2]*Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha (RIAAM), Maragha*

Abstract

Here, we study inflation in f(T)-gravity in the presence of a canonical scalar field. After reviewing the basic equations governing the background cosmology in f(T)-gravity, we turn to study the cosmological perturbations and obtain the power spectra of the scalar and tensor perturbations for this model. Then, we consider a power-law form for f(T) function and examine the inflationary models with the power-law and intermediate scale factors. We will see that in f(T)-gravity, in contrast with the standard inflationary model based on the Einstein gravity, power-law and intermediate inflationary models can be in well agreement with the Planck 2015 observational results and predictions of these models can lie inside the 68% CL region of the observational data.

PACS No. 98.80.Cq

مقدمه

سناریوی تورم برای برطرف کردن مشکلات اساسی مدل کیهان‌شناسی انفجار بزرگ داغ، از قبیل مشکل تختی، مشکل افق و مشکل تک‌قطبی مغناطیسی ارائه شد [۱]. همچنین رشد اختلالاتی که در دوره‌ی تورم تولید شده‌اند، می‌تواند ناهمسانگردی تابش زمینه‌ی ریزموج کیهانی و تشکیل ساختار بزرگ مقیاس را توضیح بدهد. داده‌های مشاهداتی مهمی به‌وسیله‌ی ماهواره‌ی پلانک از کاوش ناهمسانگردی‌های دمایی و قطبش تابش زمینه‌ی ریزموج کیهانی به‌دست آمده است [۲]. با استفاده از این داده‌های مشاهداتی می‌توانیم بین مدل‌های تورمی تمایز بگذاریم.

مدل استاندارد تورم بر پایه‌ی یک تک میدان اسکالر کانونی در گرانش اینشتین بنا شده است. همچنین تاکنون مدل‌های تورمی بسیاری پیشنهاد شده‌اند. یک دسته‌ی مهم از مدل‌های تورمی بر اساس نظریه‌های گرانش تعمیم‌یافته می‌باشند. از جمله‌ی این مدل‌ها می‌توان به نظریه‌ی گرانش *f(T)* اشاره کرد که تعمیم گرانش توازی سراسری معادل نسبیت عام اینشتین است [۳]. در این نظریه

برای توجیه اثرات گرانش از پیچش فضا–زمان به جای خمش آن استفاده می‌شود [۳].

در این مقاله، ما به بررسی تورم در گرانش $f(T)$ می‌پردازیم. برای این منظور ابتدا معادلات حاکم بر تحول کیهان‌شناسی زمینه را در چارچوب گرانش $f(T)$ مرور می‌کنیم. سپس به بررسی اختلالات کیهان‌شناسی می‌پردازیم و روابط مربوط به طیف توان اختلالات اسکالری و تانسوری را برای گرانش $f(T)$ به‌دست می‌آوریم. در ادامه مدل‌های تورمی با ضریب مقیاس‌های توانی و بینابینی را بررسی می‌کنیم و سازگاری این مدل‌ها را با نتایج مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ [۲] ارزیابی می‌کنیم.

گرانش $f(T)$

با تعمیم دادن گرانش توازی سراسری می توان کنش گرانش $f(T)$ را به صورت زیر نوشت [۳]

$$S=\frac{M_P^2}{2}\int d^4xe\left[f(T)+L_\phi\right] \tag{۱}$$

که در آن $M_P=1/\sqrt{8\pi G}$ جرم کاهش‌یافته‌ی پلانک است و L_ϕ لاگرانژی میدان اسکالر است. همچنین داریم $e=\det(e^i_\mu)=\sqrt{-g}$ که e^i_μ میدان چهارگانه است که به عنوان عنصر دینامیکی در گرانش $f(T)$ در نظر گرفته می‌شود. معادلات فریدمان در گرانش $f(T)$ برای یک جهان FRW تخت به صورت زیر می‌باشند [۶,۵,۴]

$$H^2=\frac{1}{3M_P^2}\left(\rho_T+\rho_\phi\right) \tag{۲}$$

$$\dot{H}+\frac{3}{2}H^2=-\frac{1}{2M_P^2}\left(p_T+p_\phi\right) \tag{۳}$$

که در آن $H\equiv\dot{a}/a$ پارامتر هابل است و $a(t)$ ضریب مقیاس است و نقطه نشان‌دهنده‌ی مشتق نسبت به زمان کیهانی t است. ρ_ϕ و p_ϕ به ترتیب بیانگر چگالی انرژی و فشار میدان اسکالر هستند. ρ_T و p_T به‌ترتیب بیانگر چگالی انرژی و فشار مربوط به پیچش هستند که به شکل زیر تعریف می‌شوند [۶,۵,۴]

$$\rho_T=\frac{M_P^2}{2}\left(2Tf_{,T}-f-T\right) \tag{۴}$$

$$p_T=-\frac{M_P^2}{2}\left[-8\dot{H}Tf_{,TT}+\left(2T-4\dot{H}\right)f_{,T}-f+4\dot{H}-T\right] \tag{۵}$$

که $f_{,T}=df/dT$. برای متریک FRW تخت، اسکالر پیچش به صورت زیر نتیجه می‌شود [۶,۵,۴]

$$T=-6H^2 \tag{۶}$$

در این مقاله فرض می‌کنیم که محتوای ماده–انرژی جهان در دوران تورم یک میدان اسکالر کانونی باشد که چگالی انرژی و فشار آن به صورت زیر هستند

$$\rho_\phi=\frac{1}{2}\dot{\phi}^2+V(\phi) \tag{۷}$$

$$p_\phi=\frac{1}{2}\dot{\phi}^2-V(\phi) \tag{۸}$$

که ϕ میدان اسکالر است و $V(\phi)$ پتانسیل مربوط به آن است. معادله‌ی حاکم بر تحول میدان اسکالر ϕ به صورت زیر است

$$\ddot{\phi}+3H\dot{\phi}+V_{,\phi}=0 \tag{۹}$$

فرض کردن شرطهای $\dot{\phi}^2\ll V(\phi)$ و $\left|\ddot{\phi}\right|\ll\left|3H\dot{\phi}\right|,\left|V_{,\phi}\right|$ در طول تورم به عنوان تقریب غلتش آهسته شناخته می‌شود. در تقریب غلتش آهسته از ترکیب کردن معادله‌های (۲)، (۴) و (۹) به صورت زیر در می‌آیند

$$V=\frac{M_P^2}{2}\left(f-2Tf_{,T}\right) \tag{۱۰}$$

$$\dot{\phi}^2=-2M_P^2\dot{H}\left(f_{,T}+2Tf_{,TT}\right) \tag{۱۱}$$

که از رابطه‌ی (۶) استفاده کرده‌ایم. توجه کنید که با داشتن تابع $f(T)$ و ضریب مقیاس $a(t)$ می‌توانیم شکل پتانسیل تورمی را با ترکیب کردن دو معادله‌ی بالا به‌دست بیاوریم.

اختلالات کیهان‌شناسی در گرانش $f(T)$

در پیمانه‌ی طولی که فقط شامل اختلالات اسکالری است، متریک مختل‌شده به صورت زیر در می‌آید [۸,۷]

$$ds^2=\left(1+2\Phi\right)dt^2-a^2(t)\left(1-2\Psi\right)dx^2 \tag{۱۲}$$

که Φ و Ψ اختلالات متریک هستند و با فرض صفر بودن تنش ناهمسانگرد خواهیم داشت $\Psi=\Phi$ [۸,۷]. در نظریه‌ی اختلالات کیهان‌شناسی اغلب از کمیت پیمانه‌ناوردای ζ استفاده می‌شود که اختلال خمش همراه نامیده می‌شود و به صورت ترکیبی از Φ و $\dot{\Phi}$ نوشته می‌شود [۸]. در اینجا میدان بهنجارشده‌ی کانونی $v=z_s\zeta$ را معرفی می‌کنیم که $z_s=a\sqrt{2\varepsilon_1}M_P$ و

$\varepsilon_1 = -\dot{H}/H^2$ پارامتر غلتش آهسته‌ی اول است. معادله‌ی حاکم بر اختلالات اسکالری برای مُد با طول موج همراه k به صورت زیر به‌دست می‌آید [۹,۸]

$$v_k'' + \left(c_s^2 k^2 - \frac{z_s''}{z_s} \right) v_k = 0 \qquad (۱۳)$$

که $c_s^2 = f_{,T} / \left(f_{,T} - 12H^2 f_{,TT} \right)$ سرعت صوت است. با حل کردن معادله‌ی (۱۳) و در نظر گرفتن شرایط اولیه‌ی خلأ بانچ-داویس [۱۰]، طیف توان اختلالات اسکالری به صورت زیر به-دست می‌آید [۹]

$$\mathrm{P}_s \equiv \frac{k^3}{2\pi^2} |\zeta|^2 = \frac{k^3}{2\pi^2} \frac{|v_k|^2}{z_s^2} \bigg|_{c_s k = aH} \qquad (۱۴)$$

وابستگی طیف اختلالات اسکالری به مقیاس با شاخص طیفی اسکالری مشخص می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود

$$n_s - 1 \equiv \frac{d \ln \mathrm{P}_s}{d \ln k} \qquad (۱۵)$$

حالا به بررسی اختلالات تانسوری در گرانش *f(T)* می‌پردازیم. در گرانش *f(T)* معادله‌ی حاکم بر اختلال تانسوری h_{ij} به صورت زیر است [۹,۷]

$$\ddot{h}_{ij} + 3H\dot{h}_{ij} - \frac{\nabla^2}{a^2} h_{ij} + \gamma \dot{h}_{ij} = 0 \qquad (۱۶)$$

در معادله‌ی بالا $\gamma \equiv \dot{T} f_{,TT} / f_{,T}$. در این مقاله فرض می‌کنیم $H >> |\gamma|$ و بنابراین معادله‌ی (۱۶) به معادله‌ی حاکم بر اختلال تانسوری در مدل استاندارد تورم منجر می‌شود که طیف توان اختلالات تانسوری را به صورت زیر نتیجه می‌دهد [۹]

$$\mathrm{P}_t = \frac{2H^2}{\pi^2 M_P^2} \bigg|_{k = aH} \qquad (۱۷)$$

نسبت تانسور به اسکالر به صورت زیر تعریف می‌شود

$$r \equiv \frac{\mathrm{P}_t}{\mathrm{P}_s} \qquad (۱۸)$$

که یک کمیت مشاهداتی مهم است و می‌تواند برای تمایز گذاشتن بین مدل‌های تورمی مورد استفاده قرار گیرد.

تورم توانی در گرانش *f(T)*

در این بخش به مطالعه‌ی تورم توانی در گرانش *f(T)* می‌پردازیم. برای این منظور، تابع *f(T)* را در کنش (۱) به شکل توانی زیر در نظر می‌گیریم [۵,۴]

$$f(T) = T_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^n \qquad (۱۹)$$

که T_0 و n ثابت هستند. با توجه به رابطه‌ی بالا می‌بینیم که برای $n = 1$ خواهیم داشت $f(T) = T$ و مدل ما به توازی سراسری معادل نسبیت عام اینشتین کاهش می‌یابد.

ضریب مقیاس تورم توانی به صورت زیر است

$$a(t) = a_i \left(\frac{t}{t_i} \right)^q \qquad (۲۰)$$

که $q > 1$ یک پارامتر ثابت است و a_i ضریب مقیاس کیهان در لحظه‌ی اولیه‌ی تورم t_i است. برای تورم توانی، پتانسیل تورمی در تقریب غلتش آهسته با استفاده از روابط (۱۰) و (۱۱) برای حالت $n = 1$ که به مدل استاندارد تورم مربوط می‌شود، به صورت پتانسیل نمایی $V(\phi) = V_0 \exp\left[-\sqrt{\frac{2}{q}} \left(\frac{\phi}{M_P} \right) \right]$ به‌دست می‌آید. اما برای حالت $n > 1$، پتانسیل تورمی به شکل توانی زیر نتیجه می‌شود

$$V(\phi) = V_0 \left(\frac{\phi}{M_P} \right)^{\frac{2n}{n-1}} \qquad (۲۱)$$

برای بررسی سازگاری توانی با نتایج مشاهداتی، می‌توانیم با استفاده از روابط (۱۵) و (۱۸) نمودار $r - n_s$ را رسم کنیم که در شکل ۱ نشان داده شده است [۹]. همان‌طور که در شکل ۱ می‌بینیم، برای حالت $n = 1$ که به مدل استاندارد تورم مربوط می‌شود، تورم توانی با داده‌های مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ [۲] سازگار نیست اما در چارچوب گرانش *f(T)* با $n \simeq 2$، تورم توانی می‌تواند به خوبی با نتایج پلانک ۲۰۱۵ [۲] سازگار باشد و پیش‌بینی مدل می‌تواند در ناحیه‌ی با حد اطمینان ۶۸٪ داده‌های مشاهداتی واقع شود.

تورم بینابینی در گرانش *f(T)*

در ایـن بخـش تـورم بینـابینی را در چـارچوب گـرانش *f(T)* بررسی می‌کنیم. تابع *f(T)* را در کنش (۱) به‌صـورت تـابع تـوانی (۱۹) درنظر می‌گیریم. ضریب مقیاس تورم بینابینی به‌صورت

$$a(t)=a_i\exp\left[A\left(M_P t\right)^{\lambda}\right] \qquad (۲۲)$$

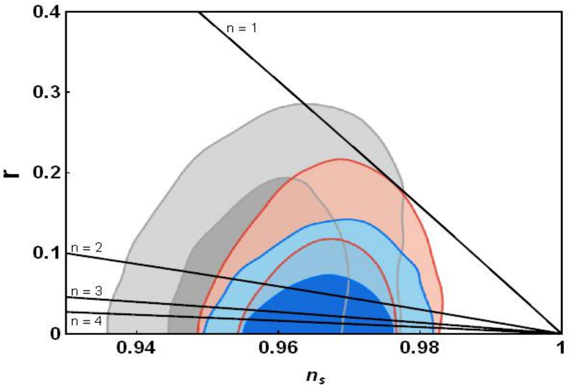
است که در آن $A>0$ و $0<\lambda<1$ پارامترهای ثـابتی هسـتند و a_i ضریب مقیاس کیهان در شروع تورم است. با استفاده از روابـط (۱۰) و (۱۱)، پتانسیل تورمی برای تورم بینابینی در تقریب غلـتش آهسته برای حالـت $n=1$ کـه بـه مـدل اسـتاندارد تـورم مربـوط مـــی‌شـــود، بـــه صـــورت پتانســـیل معکـــوس تـــوانی $V(\phi)=V_0\left(\phi/M_P\right)^{-\frac{4(1-\lambda)}{\lambda}}$ به‌دست می‌آید. برای حالت $n>1$، پتانسیل تورمی به صورت توانی زیر به‌دست می‌آید

$$V(\phi)=V_0\left(\frac{\phi}{M_P}\right)^{\frac{4n(1-\lambda)}{2n(1-\lambda)+\lambda-2}} \qquad (۲۳)$$

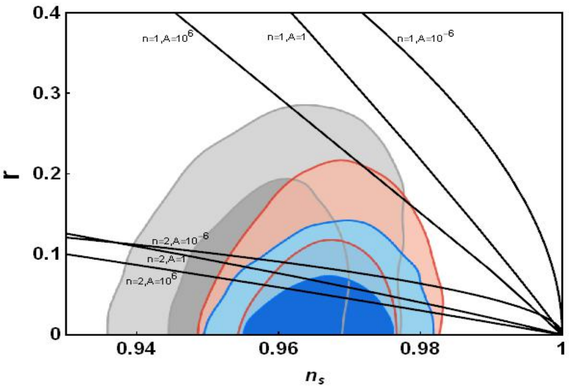
حالا با استفاده از معادله‌هـای (۱۵) و (۱۸) نمـودار $r-n_s$ را رسم می‌کنیم که در شکل ۲ نشان داده شده است [۹]. با توجـه بـه شکل ۲ مشخص است که تـورم بینـابینی بـا $n=1$ کـه بـه مـدل استاندارد مربوط می‌شود، با نتایج پلانک ۲۰۱۵ [۲] ناسازگار اسـت اما در چارچوب گرانش *f(T)* با n %‰2، تورم بینابینی مـی توانـد به خوبی با نتایج پلانک ۲۰۱۵ [۲] سـازگار باشـد و پـیش‌بینـی آن می‌تواند در ناحیه‌ی با حد اطمینان ۶۸٪ داده‌هـای مشـاهداتی قـرار بگیرد.

نتیجه گیری

در این مقاله تورم را در گرانش *f(T)* در حضـور یـک میـدان اسکالر کانونی مطالعه کردیم. بعد از مرور معادلات حاکم بر تحول کیهان‌شناسی زمینه در گرانش *f(T)*، به مطالعه‌ی اختلالات کیهـان-شناسی پرداختیم و روابط مربوط به طیف توان اختلالات اسکالری و تانسوری را برای این مدل به‌دست آوردیـم. سـپس یـک شـکل توانی برای تابع *f(T)* در نظر گرفتیم و مدل‌های تورمی با ضـریب مقیاس‌های توانی و بینابینی را بررسی کردیم. نتیجه گـرفتیم کـه در گرانش *f(T)*، برخلاف مدل استاندارد تورم که بر اسـاس گـرانش اینشتین است، مدل‌های تورم توانی و بینابینی می‌توانند به خوبی بـا نتایج مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ سازگار باشند و پیش‌بینی این مدل‌ها می‌تواند در ناحیه‌ی با حد اطمینان ۶۸٪ داده‌هـای مشـاهداتی قـرار بگیرد.



شکل ۱: نمودار $r-n_s$ تورم توانی در گرانش *f(T)*. ناحیـه‌هـای خاکسـتری، قرمز و آبی به ترتیب بـه داده‌هـای مشـاهداتی Planck 2013، Planck 2015 TT+lowP و Planck 2015 TT,TE,EE+lowP مربـوط مـی‌شـوند [۲]. در شکل ناحیه‌های با حد اطمینان ۶۸٪ به صورت پررنگ‌تر از ناحیـه‌هـای بـا حـد اطمینان ۹۵٪ متمایز شده‌اند.



شکل ۲: مشابه شکل ۱ اما برای تورم بینابینی.

مرجع‌ها

[۱] A.H. Guth, Phys. Rev. D **23**, 347 (1981).
[۲] P.A.R. Ade, et al., arXiv:1502.02114.
[۳] R. Ferraro, F. Fiorini, Phys. Rev. D **75**, 084031 (2007).
[۴] P. Wu, H.W. Yu, Phys. Lett. B **692**, 176 (2010).
[۵] E.V. Linder, Phys. Rev. D **81**, 127301 (2010).
[۶] K. Karami, A. Abdolmaleki, JCAP **04**, 007 (2012).
[۷] S.H. Chen, et al., Phys. Rev. D **83**, 023508 (2011).
[۸] Y.F. Cai, et al., Class. Quantum Grav. **28**, 215011 (2011).
[۹] K. Rezazadeh, A. Abdolmaleki, K. Karami, arXiv:1509.08769.
[۱۰] T. Bunch, P. Davies, Proc. Roy. Soc. Lond. A **360**, 117 (1978).

گرانش f(R,T) و قانون گسترش جهان

للـه گانی، فاطمه[۱]؛ میرزا، بهروز[۱]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، 84156-83111، اصفهان

چکیده

ما دراین مقاله نشان خواهیم داد که قانون اول ترمودینامیک منشأ رابطه‌ی گسترش جهان است که توسط پادمانابهان[۱] پیشنهاد شده است [۱]. همچنین از قانون گسترش جهان استفاده می‌کنیم و معادله‌ی فریدمن را برای گرانش f(R,T) در جهان فریدمن- روبرتسون–واکر به دست می‌آوریم.

f(R,T) gravity and the expansion law of the universe

Lalehgani, Fatemeh[1]; Mirza, Behrouz[1]

[1] *Department of Physics, Isfahan university of technology, 84156-83111, Isfahan*

Abstract

We suggest that using the first law of thermodynamics is a convenient method to obtain the expansion law of the universe [1]. By using the expansion law of the universe we can obtain the Friedmann equation for f(R,T) gravity.

PACS No.

مقدمه

در سال ۱۹۹۵، جاکوبسون[۲] با استفاده از رابطه‌ی کلازیوس $\delta Q = TdS$، معادلات انیشتین را برای افق ریندلر موضعی به دست آورد [۲]. δQ شار انرژی و T دمای آنرا است که توسط ناظر شتابدار دیده می‌شود [۳].

در جهان FRW، معادلات دینامیکی حاکم بر جهان، از قانون اول ترمودینامیک به دست می آیند به طوری‌که دمای افق $T = \frac{1}{2\pi\tilde{r}_A}$ و آنتروپی برابر با $S = \frac{A}{4G}$ است. $\tilde{r}_A$ و A شعاع$(\frac{1}{H})$ و مساحت افق ظاهری است. اخیراً پیشنهاد شده است که گسترش جهان توسط اختلاف بین تعداد درجات آزادی حجم و سطح توصیف می‌شود. با استفاده از این فرض، معادلات دینامیک جهان را می‌توان استخراج کرد. برای یک جهان دوسیته[۳] با ثابت هابل H، اصل هولوگرافی به صورت $N_{bulk} = N_{surf}$ بیان می‌شود. N_{surf} تعداد درجات آزادی سطح، $N_{surf} = \frac{A}{G}$ و N_{bulk} تعداد درجات آزادی حجم برای کره ای به شعاع $\frac{1}{H}$است. N_{bulk} از قانون همپاری پیروی می کند، $N_{bulk} = \frac{2|E|}{T}$. جهان ما به صورت کامل دوسیته نمی‌باشد اما شواهد قابل توجهی مبنی بر این‌که جهان ما به طور مجانبی دوسیته[٤] است وجود دارد. بنابراین این موضوع پیشنهاد

[۱] Padmanabhan

[۲] Jacobcon

[۳] De Sitter

[٤] Asymptotically de sitter

می‌کند که گسترش فضا باید مرتبط باشد با $(N_{surf} - N_{bulk})$ [۱].

برای جهان غیر تخت FRW، قانون تعمیم یافته‌ی بسط جهان در [٤] پیشنهاد شده است ولی تاکنون منشا قانون بسط شناخته نشده است و یک روش کلی برای استخراج این قانون و برای جهان تخت یا غیر تخت به دست نیامده است.

ما در این مقاله نشان خواهیم داد که قانون اول ترمودینامیک می تواند به عنوان منشا قانون گسترش جهان شناخته شود.

بنابراین می‌توان به رابطه‌ای بین قانون اول ترمودینامیک، معادلات میدان انیشتین و قانون بسط جهان دست یافت به طوری‌که با در دست داشتن یکی از این روابط می‌توان دو رابطه‌ی دیگر را به دست آورد.

قانون اول ترمودینامیک و قانون بسط جهان

در این قسمت قصد داریم از قانون اول ترمودینامیک استفاده کنیم و قانون بسط جهان را به دست آوریم. بنابراین نشان خواهیم داد که قانون اول ترمودینامیک منشا قانون بسط جهان است.

برای افق ظاهری یک جهان FRW ، انرژی عبوری از افق ظاهری در یک بازه ی dt به صورت زیر تعریف می‌شود [٥]

$$\begin{aligned}\delta Q &= dE_{MS}|_{\tilde{r}_A}\\ &= A(\rho+P)H\tilde{r}_A dt\\ &= 3H(\rho+P)V dt\\ &= TdS \qquad (۱)\end{aligned}$$

در عبارت بالا ρ و P ، چگالی و فشارماده است. ما در این قسمت فرض می‌کنیم که شعاع افق ظاهری ثابت است بنابراین قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر است

$$\frac{dE_{MS}}{dt} = T\frac{dS}{dt} \qquad (۲)$$

با استفاده از معادله‌ی (۱) و انرژی مایزنر، $E_{MS} = \rho V$ ، قانون اول به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\frac{dE_{MS}}{dt} = H\big((\rho+3P)V + 2E_{MS}\big) \qquad (۳)$$

حال می‌خواهیم قانون بسط را با استفاده از قانون ترمودینامیک استخراج کنیم. اولین قدم ارائه تعریفی برای تعداد درجات آزادی حجم است که به صورت زیر با انرژی کومار در ارتباط است [٦]

$$N_{bulk} = \frac{2|E_{Komar}|}{T} = \frac{2|(\rho+3P)V|}{T}$$

بنابراین رابطه ی (۳) به صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\left(\frac{-N_{bulk}}{2}\right)T + 2E_{MS} = \frac{1}{H}\frac{dE_{MS}}{dt} \qquad (٤)$$

جمله ی دوم در عبارت بالا متناسب است با تعداد درجات آزادی سطح به صورت زیر

$$E_{MS} = T\int dS = T\left(\frac{A}{2G}\right) = \frac{1}{4}TN_{sur} \qquad (٥)$$

از طرفی عبارت سمت راست معادله ی (٤) را می‌توان به صورت زیر نوشت

$$\begin{aligned}\frac{2}{T}\frac{1}{H}\frac{dE_{MS}}{dt} &= \left(\frac{1}{2H}\right)\frac{1}{2\pi\tilde{r}_A}\frac{d}{dt}\left(\frac{A}{4G}\right)\\ &= \frac{1}{GH\tilde{r}_A}\frac{dV}{dt} \qquad (٦)\end{aligned}$$

بنابراین ما در بالا نشان دادیم که می توان با استفاده از قانون اول ترمودینامیک، قانون بسط که توسط پادمانابهان پیشنهاد شده بود را به دست آورد

$$\frac{dV}{dt} = G(N_{surf} - N_{bulk}) \qquad (٧)$$

معادله‌ی فریدمن در گرانش *f(R,T)*

از مسائل مورد بررسی در رابطه با قانون گسترش جهان، به‌دست آوردن معادلات فریدمن[٥] برای گرانش‌های تعمیم یافته با استفاده از این قانون است. به عبارت دیگر یکی از مسائل مورد بررسی این است که آیا می‌توان از این قانون گسترش استفاده کرد و برای گرانش‌های تعمیم یافته‌ی مختلف، معادلات فریدمن را به‌دست آورد.

در این قسمت با استفاده از قانون بسط جهان، معادله‌ی فریدمن در گرانش *f(R,T)* را به‌دست می‌آوریم.

برای به‌دست آوردن معادلات فریدمن برای گرانش‌های تعمیم یافته از قانون بسط، می‌توان از دو روش استفاده کرد. می‌توان در این نوع گرانش‌ها تصحیحی را برای آنتروپی و انرژی مایزنر شارپ[٦] در نظر گرفت و بنابراین در قانون بسط، تعداد درجات آزادی و آهنگ

[٥] Friedmann

[٦] Misner Sharp

تغییرات حجم تصحیح می‌یابد زیرا این دو، با مساحت و در نتیجه با آنتروپی و انرژی مایزنر شارپ رابطه دارند. این گونه تصحیحات در کارهای قبلی در رابطه با گرانش *f(R)* و اسکالر تانسور انجام شده است[۷]. یک روش دیگر برای به دست آوردن معادلات فریدمن برای گرانش‌های تعمیم یافته از قانون بسط، تصحیح در تعداد درجات آزادی حجم است. از آنجایی که تعداد درجات آزادی حجم با انرژی کومار[۷] ارتباط دارد بنابراین باید تانسور تکانه انرژی را تصحیح و از آن‌جا انرژی کومار و تعداد درجات آزادی حجم تصحیح می‌یابد. از این روش هم در مقاله‌ی [۸] استفاده شده و معادلات فریدمن را مجددا برای گرانش *f(R)* و اسکالر تانسور از قانون بسط به دست آوردند.

تاکنون برای گرانش *f(R,T)* ، معادله‌ی فریدمن با استفاده از قانون بسط محاسبه نشده است. ما در این کار، از روش تصحیح در تعداد درجات آزادی حجم استفاده می‌کنیم و با استفاده از قانون بسط معادله‌ی فریدمن را برای گرانش *f(R,T)* به دست می آوریم.

در ابتدا توجه می‌کنیم که رابطه‌ی گسترش جهان برای گرانش *f(R,T)* به صورت زیر است

$$\frac{dV}{dt} = G_{eff}\left(N_{surf} - N_{bulk}\right) \quad (۸)$$

در رابطه‌ی بالا داریم

$$G_{eff} = \frac{1}{f_R(R,T)}\left(G + \frac{f_T(R,T)}{8\pi}\right) = \frac{G}{f_R(R,T)}\,\mathcal{F}$$

و $\mathcal{F} = 1 + \frac{f_T(R,T)}{8\pi G}$ است.

در نظریه‌ی گرانش *f(R,T)* ، کنش به صورت زیر داده می‌شود [۹و۱۰]

$$\mathcal{A} = \int dx^4\sqrt{-g}\left[\frac{f(R,T)}{16\pi G} + \mathcal{L}_{(matter)}\right]$$

در عبارت بالا $\mathcal{L}_{(matter)}$ محتویات ماده در جهان را مشخص می‌کند.

تانسور تکانه انرژی ماده به صورت زیر تعریف می‌شود

$$T_{\mu\vartheta}^{matter} = (\rho_m + p_m)u_\mu u_\vartheta + p_m g_{\mu\vartheta}$$

و تانسور تکانه انرژی مؤلفه‌های تاریک در گرانش *f(R,T)* به صورت زیر است

$$T_{\mu\vartheta}^{(d)} = \frac{1}{f_R(R,T)}\Big[\frac{1}{2}g_{\mu\vartheta}\big(f(R,T) - Rf_R(R,T)\big) + \left(\nabla_\mu\nabla_\vartheta - g_{\mu\vartheta}\nabla_\mu\nabla^\mu\right)f_R(R,T)\Big] \quad (۹)$$

در عبارت بالا $f_R(R,T) = \frac{\partial}{\partial R}f(R,T)$.

از تانسور تکانه انرژی در گرانش *f(R,T)* استفاده می‌کنیم و چگالی و فشار مؤلفه های تاریک را به صورت زیر به دست می آوریم

$$\rho_d = \frac{1}{8\pi G\mathcal{F}}\left[\frac{1}{2}(Rf_R - f) - 3H(\dot{R}f_{RR} + \dot{T}f_{RT})\right]$$

$$p_d = \frac{1}{8\pi G\mathcal{F}}\Big[-\frac{1}{2}(Rf_R - f) + 2H\big(\dot{R}f_{RR} + \dot{T}f_{RT}\big) + \ddot{R}f_{RR} + \dot{R}^2 f_{RRR} + 2\dot{R}\dot{T}f_{RRT} + \ddot{T}f_{RT} + \dot{T}^2 f_{RRT}\Big]$$

تعریف می‌کنیم $f_R(R,T) = \frac{\partial}{\partial R}f(R,T)$ و $f_T(R,T) = \frac{\partial}{\partial T}f(R,T)$.

از آنجایی که تعداد درجات آزادی حجم با چگالی و فشار ماده در ارتباط است بنابراین می‌توان تعریف تعداد درجات آزادی حجم تصحیح یافته را در گرانش *f(R,T)* به صورت زیر به دست آوریم

$$N_{bulk} = \frac{2|E_{Komar}|}{T} = \frac{2|(\rho_m + \rho_d + 3(p_m + p_d))V|}{T}$$

تعداد درجات آزادی سطح هم در گرانش *f(R,T)* به صورت زیر داده می‌شود

$$N_{surf} = \frac{A}{G_{eff}} = \frac{4\pi\tilde{r}_A^{\,2}}{G_{eff}}$$

همچنین آهنگ تغییرات حجم برابر است با

$$\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{4\pi}{3}\tilde{r}_A^{\,3}\right)$$

[۷] Komar

در رابطه‌ی بالا $\tilde{r}_A$ شعاع افق رویداد است که آن را به صورت $\frac{1}{H}$، که H ثابت هابل است در نظر می‌گیریم.

با جایگذاری روابط بالا دررابطه ی (۸) که قانون گسترش جهان برای گرانش $f(R,T)$ است می‌توان معادله‌ی فریدمن را برای این گرانش به دست آورد [۹].

$$3H^2 - 2\dot{H} = \frac{1}{f_R}\Big[-\frac{1}{2}(Rf_R - f) + 2H\big(\dot{R}f_{RR} + \dot{T}f_{RT}\big) + \ddot{R}f_{RR} + \dot{R}^2 f_{RRR} + 2\dot{R}\dot{T}f_{RRT} + \ddot{T}f_{RT} + \dot{T}^2 f_{RRT}\Big]$$

بنابراین توانستیم با استفاده از تصحیح در تعداد درجات آزادی حجم در قانون گسترش جهان، معادله‌ی فریدمن را برای گرانش $f(R,T)$ به دست آوریم.

نتیجه‌گیری

در این مقاله، قانون اول ترمودینامیک را به عنوان منشا قانون بسط جهان معرفی کردیم و نشان دادیم که با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می‌توان رابطه‌ی بسط را به دست آورد. بنابراین یک رابطه‌ای بین قانون اول ترمودینامیک، معادلات میدان انیشتین و قانون بسط وجود دارد. همچنین با استفاده از تصحیح در تعداد درجات آزادی حجم در قانون بسط استفاده کرده و معادله فریدمن را برای گرانش $f(R,T)$ به دست آوردیم. از دیگر مسائلی که می شود در رابطه با این گرانش انجام داد به دست آوردن معادله‌ی فریدمن از قانون بسط، با استفاده از تصحیح در انرژی مایزنر شارپ و آنتروپی است.

مرجع‌ها

[۱] T. Padmanabhan;" *Emergence and Expansion of Cosmic Space as due to the Quest for Holographic Equipartition*"; arXiv: 1206.4916v1 [hep-th].

[۲] T. Jacobson;" *Thermodynamics of spacetime: The Einstein Equation of State*"; *Phys. Rev. Lett* **75,** 1260 (1995).

[۳] R.- G. Cai and S. P. Kim;" *First law of thermodynamics and Friedmann equation of FRW*"; *JHEP* **02,** (2005) 050.

[۴] A. Sheykhi;" *Friedmann equation from emergence of cosmic space*"; *Phys. Rev. D* **87**, 061501 (R) (2013).

[۵] C. W. Misner, K.S. Thorne and J. A. Wheeler, Gravitation (Freeman, San Francisco 1973).

[۶] Arture Komar;" *Covariant Conservation Law In General Relativity*"; *Phys. Rev. D* **113**, 934 (1959).

[۷] Fatemeh Lalehgani Dezaki, Behrouz Mirza,"*Generalized entropy and the expansion law of the universe"; Gen Relativ Gravit* (2015) 47:67.

[۸] Yi Ling, Wen-Jian Pan, " *Note on the emergence of cosmic space in modified gravities*"; *Phys. Rev. D* **88**, 043518 (2013).

[۹] M. Sharif, M. Zubair," *Thermodynamics in f(R,T) Theory of Gravity*"; *JCAP* 03 (2012)028.

[۱۰] Behrouz Mirza and Fatemeh Oboudiat*," f(R,T) and future singularities";*arXiv:1412.6640 [gr-qc].

خواص ترمودینامیکی کیهانشناخت سیال گرانرو

مستقل ، بهرنگ; موحد، سید محمد صادق؛

دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، اوین، کد پستی ۱۹۸۳۹، تهران

چکیده

در این مقاله به بررسی خواص ترمودینامیک انرژی خلاء به عنوان یک سیال گرانرو می‌پردازیم. با کمک معادله حالت تعمیم یافته برای مدل، دمای مدل و کمیتهای ترمودینامیکی مانند ظرفیت‌های گرمایی، آنتالپی و چگالی آنتروپی تعیین می‌شوند. نشان می‌دهیم که ظرفیت گرمایی در حجم ثابت، دارای تکینگی است، در حالی که ظرفیت گرمایی در فشار ثابت برابر با مقداری ثابت است که به ضریب گرانروی بستگی دارد. نتایج نشان می‌دهند که در این مدل $c_{a,0}^2 < -1$ است.

Thermodynamical properties of Bulk-Viscous cosmology

Mostaghel, Behrang[1]; Movahed, S Mohammad Sadegh[1]

[1] *Department of Physics, Shahid Beheshti University, G.C., Evin, Tehran 19839, Iran*

Abstract

In this paper, we study the thermodynamical properties of vacuum energy as a bulk-viscous fluid. Using the modified EoS of the model, temperature, and thermodynamical quantities such as specific heat capacities, enthalpy and entropy of underlying system determined. We show that specific heat at constant volume has a singularity while specific heat at constant pressure is a constant parameter depending on the viscosity coefficient of the fluid. Results indicate that in this model adiabatic sound speed is $c_{a,0}^2 < -1$.

PACS No. 95

مقدمه

علاوه بر مدل‌های میدان اسکالری برای توجیه انبساط تند شونده کیهان، روش دیگر استفاده از مدل‌های استاندارد تانسور انرژی تکانه است که در آنها تغییراتی اعمال می‌گردد. برای سیستمهایی که از لحاظ ترمودینامیک در تعادل هستند، آنتروپی سیستم پایسته است. برای چنین سیستمی، می‌توان معادله حالتی به شکل $p(\rho)=w(\rho)\rho$ در نظر گرفت [۱]. اگر آنتروپی پایسته نباشد، در تقریب مرتبه اول فشار سیستم توسط رابطه زیر بیان می‌شود [۱]

$$p_{\rm eff}=p_{\rm eq}-\zeta\Theta(t), \qquad (۱)$$

که در آن $p_{\rm eq}$ فشار سیستم در حالت تعادل ، $\Theta(t)$ تابع اسکالر رشد، ζ ضریب گرانروی و $p_{\rm eff}$ فشار موثر سیستم است. در کلی‌ترین حالت، ضریب گرانروی می‌تواند تابعی از چگالی انرژی باشد، $\zeta=\zeta(\rho)$. از آنجایی که اگر تابع اسکالر رشد مثبت باشد، فشار سیستم کاهش می‌یابد، بنابراین وجود ضریب گرانروی می‌تواند فشار را کاهش دهد و آن را منفی کند و اگر این فشار منفی سبب نقض شرط انرژی قوی شود، انبساط تند شونده کیهان بدست می‌آید. از این مدلها استفاده می‌شود تا فقط با کمک ماده معمولی، انبساط تند شونده کیهان توضیح داده شود [۲]. ما قبلا به بررسی انرژی خلاء به عنوان یک سیال دارای ضریب گرانروی پرداختیم [۳]. نشان دادیم تحول چگالی انرژی خلاء از رابطه زیر بدست می‌آید [۳]

$$\Omega_\Lambda(z)=\Omega_\Lambda^0+9\gamma\sqrt{\Omega_\Lambda^0}\,\ln a+\frac{81\gamma^2}{4}\left[\ln a\right]^2,$$
$$\gamma=\frac{8\pi G_N}{3H_0}\zeta. \qquad (۲)$$

که در آن Ω_{Λ}^{0} ، γ و ζ به ترتیب برابر پارامتر چگالی انرژی خلاء، ضریب گرانروی بی بعد و ضریب گرانروی هستند. در مدلی که ما بررسی می‌کنیم، معادله (۲) نقش انرژی تاریک را بازی می‌کند. همانگونه که در شکل دیده می‌شود، چگالی انرژی دارای یک مقدار کمینه و برابر صفر است. وجود مقدار صفر به عنوان کمینه سبب می‌شود که معادله حالت جدید سیستم، دارای یک تکینگی از مرتبه دوم باشد. معادله حالت به شکل زیر است:

$$w_{\mathrm{eff}} = -1 - \frac{3\gamma\sqrt{\Omega_{\mathrm{de}}^{0}} + \frac{27}{2}\gamma^{2}\ln a}{\Omega_{\Lambda}^{0} + 9\gamma\sqrt{\Omega_{\Lambda}^{0}}\ln a + \frac{81\gamma^{2}}{4}[\ln a]^{2}}. \quad (۳)$$

در این مقاله به بررسی کمیتهای ترمودینامیکی و هم چنین سرعت صوت بی‌دررو سیستم می‌پردازیم.

سیال گرانرو به عنوان مدلی با سرعت صوت بی‌دررو متغیر

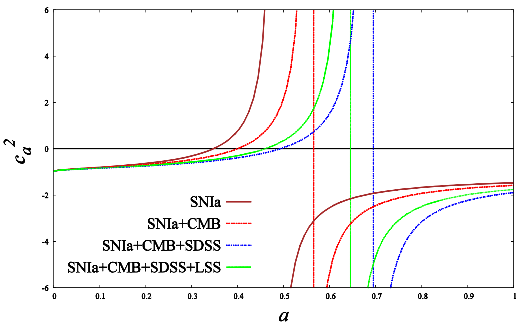
یکی از کمیت‌های مهم در توصیف خواص ترمودینامیک سیستم، سرعت صوت سیال است که به صورت $c_{s}^{2} = \frac{\delta p}{\delta \rho}$ بیان می‌شود [٤]. برای سیالی که معادله حالت آن ثابت باشد یا بسیار کند تغییر باشد، این کمیت برابر با معادله حالت سیال، w ، است. برای ماده معمولی، که برای آن $w < \frac{1}{3}$ است، سرعت صوت همیشه کوچکتر از سرعت نور است. ولی برای مواد سخت، موادی که برای آنها $w \ge \frac{1}{3}$ است، این کمیت بزرگتر از سرعت نور است. نمونه‌ای از این مواد، می‌توان به میدان‌های برداری جرم داری اشاره کرد که با بارهای نقطه‌ای کلاسیک مانا، در برهمکنش هستند. [٥]. علاوه بر این کمیت، سرعت صوت بی‌دررو به صورت $c_{a}^{2} = \frac{\dot{p}}{\dot{\rho}}$ تعریف می‌شود. در حالت کلی این کمیت متفاوت از c_{s}^{2} است، ولی نشان داده شده که رابطه‌ی $c_{s}^{2} = c_{a}^{2} + \sigma\frac{\delta S}{\delta \rho}$ همواره بر قرار است که در آن S آنتروپی سیستم است. بنابراین اختلاف میان سرعت صوت و سرعت صوت بی‌دررو نشان دهنده افت و خیزهای ذاتی آنتروپی میدان است[٤]. اگر سیالی گرانروی داشته باشد، بنابر معادله (۱) دارای سرعت صوت بی‌دررو متغیر است. رابطه میان معادله حالت این سیال و سرعت صوت بی‌دررو به صورت زیر است [٦]

$$a\frac{dw_{\mathrm{de}}}{da} = 3\left(1 + w_{\mathrm{de}}\right)\left(w_{\mathrm{de}} - c_{a}^{2}\right), \quad (٤)$$

که در آن c_{a}^{2} سرعت صوت بی‌دررو است. با استفاده از معادله (۳) برای سرعت صوت شکل

$$c_{a}^{2}(a) = -\frac{3\gamma}{9\gamma\ln a + 2\sqrt{\Omega^{0}}} - 1, \quad (٥)$$

بدست می‌آید. در شکل (۱) رفتار سرعت صوت بی‌دررو به ازای آزمون‌های رصدی گوناگون رسم شده است.



شکل ۱: c_{a}^{2} به ازای مقادیر بهینه کمیت γ بر اساس آزمون‌های رصدی مختلف.

برای حالت خاص خلاء یعنی برای حالتی که ضریب گرانروی برابر صفر باشد، به نتیجه‌ی آشنای $c_{a}^{2} = -1$ می‌رسیم. از طرفی در زمانی که مقدار چگالی انرژی برابر صفر می‌شود، یعنی در عامل مقیاس $\ln a = -\frac{2\sqrt{\Omega^{0}}}{9\gamma}$ ، سرعت صوت بی‌دررو واگرا می‌شود و این واگرایی از نوع مرتبه دوم است. از طرفی می‌توانیم مقدار ضریب گرانروی یعنی γ را به صورت تابعی از سرعت صوت بی‌دررو در زمان حال تعریف کنیم

$$\gamma = \frac{-2\sqrt{\Omega^{0}}}{3}\left(1 + c_{0,a}^{2}\right). \quad (٦)$$

از آنجایی که طبق تعریف مقدار ضریب گرانروی باید مثبت باشد، در نتیجه باید داشته باشیم $c_{0,\mathrm{a}}^2 < -1$. نتیجه‌ای که در اینجا از لحاظ نظری بدست آوردیم، به وسیله جدیدترین آزمون‌های رصدی حمایت می‌شود [٦]. از طرفی رابطه *(٦)* نشان میدهد که اگر مقدار سرعت صوت بی‌دررو در زمان حال دقیقا برابر با -1 باشد، ضریب گرانروی برابر با صفر می‌شود. اکنون می‌توان معادله تحول دمای این مدل را به صورت زیر بیان کرد [۷]

$$\frac{dT(a)}{T(a)}=\left[\frac{w'(a)}{1+w(a)}-\frac{3w(a)}{a}\right]da, \qquad (۷)$$

که در آن علامت پرایم نشان دهنده مشتق نسبت به عامل مقیاس است. با در دست داشتن دمای سیستم، می‌توانیم بسیاری از خواص ترمودینامیکی آن نظیر ظرفیت‌های گرمایی، چگالی آنتروپی و آنتالپی را بررسی کرد. دما در این مدل به صورت زیر بدست می‌آید

$$T(a)=T_0a^3\,\frac{2\sqrt{\Omega^0}+9\gamma\ln a}{2\sqrt{\Omega^0}}. \qquad (۸)$$

این معادله نشان می‌دهد که در زمانی که چگالی انرژی برابر صفر می‌شود، دما برابر با صفر است. آنتالپی سیستم به شکل زیر بدست می‌آید [۷]

$$\begin{aligned} h &= -\frac{V_0}{3}\frac{3H_0^2}{8\pi G_\mathrm{N}}\frac{9}{2}\gamma\left(2\sqrt{\Omega^0}+9\gamma\ln a\right)a^3 \\ &= -\frac{9V_0H_0^2\gamma\sqrt{\Omega^0}}{8\pi G_\mathrm{N}T_0}T(a). \end{aligned} \qquad (۹)$$

که نشان می‌دهد آنتالپی تابع صریحی از دمای سیستم است. مزیت عمده تعریف آنتالپی سیستم این است که می‌توانیم برای چنین سیستمی به بررسی ظرفیت گرمایی بپردازیم. با توجه به معادلات ماکسول در ترمودینامیک داریم

$$\begin{aligned} C_\mathrm{V} &= \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_\mathrm{V}, \\ C_\mathrm{P} &= \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_\mathrm{P}. \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

که در آن انرژی و آنتالپی به ترتیب به صورت $U=V_0\rho a^3$ و $h=V_0\left(1+w\right)\rho a^3$ تعریف می‌شوند. بنابراین ظرفیت‌های گرمایی عبارتند از

$$\begin{aligned} C_\mathrm{V} &= \frac{\beta\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}\left(9\gamma\ln a+2\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}\right)}{2T_0}\times \\ &\quad \frac{\left(9\gamma\ln a+6\gamma+2\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}\right)}{\left(9\gamma\ln a+3\gamma+2\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}\right)}, \\ C_\mathrm{P} &= -\frac{3\beta\gamma\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}}{T_0}. \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

که در آن تعریف کرده‌ایم $\beta=\frac{3H_0^2V_0}{8\pi G_\mathrm{N}}$. در حالت خاصی که ضریب گرانروی مدل را برابر صفر قرار دهیم، کمیت C_V به مقدار ثابت $C_{\mathrm{V},\Lambda}=\frac{\beta\Omega_\mathrm{de}^0}{T_0}$ تبدیل می‌شود، در حالی که کمیت C_P برابر صفر می‌شود. در مدل‌های کوئینتئسنس که با گذشت زمان چگالی انرژی کاهش می‌یابد و دمای مدل مثبت است، کمیت $C_{\mathrm{V},\Lambda}=\frac{\beta\Omega_\mathrm{de}^0}{T_0}$ مثبت است، در حالی که در مدل‌های شبح گونه، این کمیت منفی است [۸]. از طرف دیگر کمیت C_P برای مدل‌های کوئینتئسنس منفی و برای مدل‌های شبح مثبت است. از طرف دیگر، در کمینه مقدار چگالی انرژی مدل، که برابر صفر است، کمیت C_V برابر صفر می‌شود. ولی به غیر از عامل مقیاس مذکور، نقطه دیگری نیز وجود دارد که در آن این کمیت صفر می‌شود و این نقطه $a=\exp\left(-\frac{6\gamma+2\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}}{9\gamma}\right)$ است. ولی توجه به رابطه *(۱۱)* نشان می‌دهد که در نقطه $a=\exp\left(-\frac{3\gamma+2\sqrt{\Omega_\mathrm{de}^0}}{9\gamma}\right)$ ظرفیت گرمایی دارای یک واگرایی است. بررسی این که آیا در این نقطه یک گذار فاز ترمودینامیک روی داده است خود دارای اهمیت است. در زمانهای بسیار کوچک، یعنی در اوایل پیدایش کیهان، کمیت C_V برابر است با:

$$C_{\mathrm{V}} \simeq \frac{9\gamma\beta\sqrt{\Omega^0_{\mathrm{de}}}}{2T_0}\ln a. \qquad (۱۲)$$

از آنجایی که $\ln a < 0$ است، می‌توانیم بگوییم که دمای فعلی مدل تعیین می‌کند که در آن دوره، ظرفیت گرمایی در حجم ثابت مثبت است یا منفی. در زمان حاضر برای ظرفیت گرمایی در حجم ثابت داریم

$$C_{\mathrm{V}} = C_{\mathrm{V},\Lambda}\frac{6\gamma+2\sqrt{\Omega^0_{\mathrm{de}}}}{3\gamma+2\sqrt{\Omega^0_{\mathrm{de}}}}. \qquad (۱۳)$$

در زمان حال چگالی آنتروپی این مدل با توجه به ارتباط آنتالپی و آنتروپی به صورت زیر خواهد بود:

$$s_0 = -\frac{3\gamma\sqrt{\Omega^0_{\mathrm{de}}}}{T_0}. \qquad (۱٤)$$

بنابراین برای مدل‌های شبح چگالی آنتروپی مثبت و برای مدل‌های کوئینتسنس این کمیت منفی است. این موضوع که برای مدل‌های شبح چگالی انتروپی مثبت است، در توافق با [۹] است که نشان می‌دهد آنتروپی مدل‌های شبح گونه الزاما نباید منفی باشند. تحول آنتروپی کل به صورت $S = s_0 a^{-3}$ است که نشان می‌دهد آنتروپی کل پایسته است. البته ممکن است که این نتیجه بر خلاف دیدگاه اولیه باشد. زیرا دلیل وجود گرانروی در سیال، پایسته نبودن آنتروپی است. تنها برای سیستمهایی که آنتروپی آنها پایسته است می‌توان یک معادله حالت تعیین کرد. یعنی می‌توان معادله‌ای به شکل $p = w(\rho)\rho$ نوشت. اگر آنتروپی پایسته نباشد، آنگاه فشار سیستم تغییر خواهد کرد. بنابراین می‌توان گفت که فرض کردیم آنتروپی پایسته است، ولی معادله حالت سیستم از شکل ساده نخستین خود خارج شده به نحوی که . این دو دیدگاه هم ارز است. یا می‌توان شکل معادله حالت را حفظ کرد و پایستگی آنتروپی را در نظر نگرفت، یعنی می‌توان فرض کرد که آنتروپی پایسته است و معادله حالت را تغییر داد.

نتیجه گیری

در این مقاله برخی از مهمترین خواص ترمودینامیکی مدل انرژی تاریک گرانرو بررسی شد. با توجه به رفتار سرعت صوت بی‌دررو نشان دادیم که سرعت صوت بی‌دررو دارای یک تکینگی است. از سوی دیگر نشان دادیم علی‌رغم اینکه ضریب گرانروی داریم، می‌توان معادله حالت را به نحوی تعریف کرد که نهایتا بتوان بقای آنتروپی را بدست آورد. از آنجایی که در این مدل، تغییرات آنتروپی را برابر با صفر بدست آوردیم، می‌توانیم نتیجه بگیریم که سرعت صوت برابر با سرعت صوت بی‌دررو است. اختلاف میان این دو کمیت، در معادله حاکم بر تباین چگالی انرژی تاریک ظاهر می‌شود [۱۰]. در حالتی که سرعت صوت برابر با سرعت صوت بی‌دررو باشد، تباین چگالی انرژی تاریک برابر صفر می‌شود و هیچ گونه خوشه‌شدگی برای انرژی تاریک روی نمی‌دهد. بنابراین در این مدل، در حد دینامیک زمینه، مانند مدل استاندارد ΛCDM هیچ گونه خوشه شدن انرژی تاریک دیده نمی‌شود.

مراجع

[1]R. Maartens," *Causal Thermodynamics in Relativity*" astro-ph/9609119

[2] A. S. Sasidharan and T. K. Mathew, "*Bulk viscous matter and recent acceleration of the Universe*", arXiv:1411.5154v1

[3] مستقل، بهرنگ. موحد، سید محمد صادق. "*تناظر کیهانشناخت ضریب چسبندگی ثابت و میدان شبح موثر جفت شده غیر کمینه با هندسه* " کنفرانس فیزیک ایران ، مشهد ۱۳۹٤.

[4] G. F.R. Ellis, R. maartens, M. A.H. Macllum, "*Causality and speed of sound* "Gen Relativ Gravit (2007) 39:1651-1660

[5] Ya. B. Zel'dovich, "*The quotation state at ulthrahigh densities and its relativistic limitations* "SOVIET PHYSYCS JETP. **14.** 1962**.**

[6] B. Novosyadlyj, O. Sergijenko, R. Durrer and V. Pelykh," *Constraining the dynamical dark energy parameters: Planck-2013 vs WMAP9* " JCAP **1405** (2014) **030**

[7] Emmanuel N. Saridakis, Pedro F. Gonzalez-Diaz, Carmen L. Siguenza "*Unified dark energy thermodynamics: varying w and the -1-crossing*" Class.Quant.Grav**.** **26** (2009) **165003**

[8] H. Mohseni Sadjadi, "*Generalized second law in phantom dominated universe*" Phys.Rev. D73 (2006) 063525

[9] Neven Bilic. "*Thermodynamics of Dark Energy*" Fortsch.Phys.56:363-372, 2008

[10] B. Novosyadlyj, V. Peylkh, Yu, Shtanov, A. Zhuk, "*Dark Energy: Observational Evidence and Theoretical Models*" KYIV, AKADEMPRIODYKA-2013

تورم، مدل برهمکنشی غیرکمینه دیفرانسیلی و فرمول‌بندی هامیلتون-ژاکوبی

حیدر شیخ احمدی[۱]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، گاوازنگ زنجان، ایران

چکیده

در این کار مدل تورمی عالم بر اساس یک حالت از برهمکنش غیرکمینه، اضافه شدن حاصلضرب مشتق میدان اسکالر در تانسور انیشتین به کنش، به کمک مکانیزم هامیلتون-ژاکوبی بررسی خواهد شد. سازوکار هامیلتون-ژاکوبی که از معادله فریدمان به‌دست می‌آید بر اساس تغییرات پارامتر هابل به صورت تابعی از میدان اسکالر مطرح می‌شود. در واقع برای مدل‌هایی که بوسیله تبدیل همدیس به چارچوب انیشتین برنگردند روشی ساده‌تر و کارآمدتر برای بدست آوردن پارامترهای مربوط به دوره تورم خواهد بود. با فرض اینکه پارامتر هابل به صورت توانی با میدان اسکالر در ارتباط باشد، پتانسیلی که انبساط عالم را در آن دوره توجیه کند به‌دست خواهد آمد و مقادیر به‌دست آمده برای اندیس‌های طیف توانی همخوانی خوبی با داده‌های رصدی از خود نشان خواهند داد.

Inflation, non-minimal derivative coupling and Hamilton-Jacobi formalism

Haidar Sheikhahmadi [1a]

[1] *Institute for Advance Studied in Basic Science (IASBS) Gava Zang, Zanjan 45137-66731, Iran.*

Abstract

During this work the non-minimal derivative coupling inflationary regime by virtue of Hamilton-Jacobi approach is investigated. The Hamilton-Jacobi mechanism which arises from Friedmann equation, based on evolution of Hubble Parameter, allows one to easily obtain the main parameters to investigate inflation era. We mention here that in the usual approach, against Hamilton-Jacobi approach, it is more convenient to transform to the Einstein frame where calculations are significantly easier, and hence this approach cannot be easily applied to models where there is not a conformal transformation to such a frame, such are the non-minimal derivative coupling constructions. Hence, in such cases we expect the Hamilton-Jacobi formalism to be more convenient and significantly easier. By introducing a well-known form of Hubble parameter, namely power law function the free parameters of the model are obtained. The results of our study show that the potential have suitable behavior to derive inflation and also the values of tensor spectral index and the scalar field, at initiation and end of inflation, are in good agreement in comparison to observations.

[a] h.sh.ahmadi@gmail.com
h.sh.ahmadi@iasbs.ac.ir

مقدمه

با گذشت سه دهه از مطرح شدن بحث تورم، این اتفاق نظر به-وجود آمده است که این نظریه بایستی جزئی جدایی ناپذیر از مدل استاندارد کیهان‌شناسی باشد. از دلایل اهمیت و موفقیت این نظریه، توانایی آن در حل مشکلات تخت بودن، افق و تک قطبی‌های مغناطیسی است [۱]. البته برای آن‌که یک مدل تورمی، قابل قبول باشد باید مقادیر قابل توجیه برای افت و خیزهای اولیه را پیش بینی کند و چگالی طیف توانی که مقیاس ناوردا باشد را نتیجه بدهد [۲]. همچنین بایستی توانایی توجیه مقادیر مناسب برای اختلالات تانسوری را داشته باشد [۳]. معمولا دو شیوه برای توجیه یک رفتار تورمی در اوائل عالم وجود دارد؛ راه اول مبتنی بر توسعه قسمت هندسی کنش انشتین–هیلبرت است، که اجازه یک انبساط سریع را برای عالم فراهم می‌کند (به عنوان یک مرور می‌توان به مقاله [۴] رجوع کرد). شناخته‌ترین مورد ازاین رهیافت مدل استاروبینسکی[۲] است که یک جمله توان دوم از اسکالر خمش ریچی به جمله مرتبه اول در کنش افزوده شده است [۵]. و اما روش دوم که مبتنی بر افزودن یک فرم مبهم از ماده، معمولا میدان اسکالر در نقش انرژی تاریک، به کنش می‌باشد توانائی خوبی در توجیه تورم را دارد و به همین دلیل اخیرا توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در این رهیافت هردو فرم کانونی[۳] و غیر کانونی در نظر گرفته می‌شود. از فرم کانونی آن می‌توان به مدل‌های آشوبناک[۴][۶]، جدید[۷] و فانتوم [۸] اشاره کرد و از فرم غیر کانونی می‌توان به مدل تاکیون[۵] [۹] یا دیراک–بورن–اینفلد [۱۰] اشاره کرد. علاوه بر این دو مدل شناخته شده، مدل‌های دیگری که بر اساس ترکیبی از دو حالت فوق باشند اخیرا توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند. به‌عنوان یک مثال خاص می‌توان به مدل‌های اسکالر تانسوری اشاره کرد، که میدان اسکالر به صورت کمینه با گرانش برهمکنش دارد [۱۱]. اما حالت‌های دیگری نیز قابل تصور خواهند بود که مشتقات میدان اسکالر با گرانش برهمکنش داشته باشد، که به نتایج معتنابهی منجر شده است [۱۲]. یکی از نتایج مهم چنین مدلی رفع مشکل یکانی بودن مدل هنگام بازبهنجارش، که برای حالت‌های قبلی برهمکنشی وجود داشت، می‌باشد [۱۳]. البته این مدل با تبدیل همدیس به چارچوب انیشتین برنمی‌گردد و برای بررسی پارامترهای مبتنی بر بحث تورم در مورد این مدل ما از فرمول‌بندی هامیلتون–ژاکوبی بهره می‌گیریم که به کمک آن، با سهولت بیشتری می‌توان مدل را مورد بررسی قرار داد.

معرفی مدل

برای شروع می‌توان کنشی به صورت زیر را در نظر گرفت [۱۳]،

$$S_\phi=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{M_P^2}{2}R-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi+\frac{1}{2M^2}G^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi-V(\phi)\right],\quad (۱)$$

که $g_{\mu\nu}=(-1,a^2\delta_{ij})$، $G^{\mu\nu}=R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}R$، M ثابتی با بعد جرم و $M_P=\sqrt{(8\pi G)^{-1}}=2.4\times10^{18}GeV$ است. با گرفتن وردش از کنش نسبت به متریک و میدان اسکالر به ترتیب به معادلات زیر می‌رسیم

$$H^2=\frac{1}{3M_P^2}\rho_\phi,\rho_\phi=\frac{1}{2}(1+9\frac{H^2}{M^2})\dot\phi^2+V(\phi),\quad (۲)$$

$$\dot H=\frac{-1}{2M_P^2}(\rho_\phi+P_\phi),P_\phi=\frac{1}{2}(1-3\frac{H^2}{M^2})\dot\phi^2-V(\phi)-\frac{1}{M^2}\frac{d(H\dot\phi^2)}{dt},$$

و

$$(1+\frac{3H^2}{M^2})\ddot\phi+3H(1+\frac{3H^2}{M^2}+\frac{2\dot H}{M^2})\dot\phi+V'(\phi)=0.\quad (۳)$$

که البته به کمک معادله (۲) می‌توان معادله پایستگی را نیز به صورت زیر به دست آورد

$$\dot\rho_\phi+3H(P_\phi+\rho_\phi)=0\quad (۴)$$

لازم به یادآوری است که از سهم تابش و ماده به دلیل بحث در مورد اوائل عالم صرفنظر شده است. به همین دلیل و به دلیل سهم قابل توجه نیروی اصطکاک می‌توان فرض کرد که $\frac{H^2}{M^2}\gg 1$، و در نتیجه نابرابری‌های $\frac{H^2}{M^2}\dot\phi^2\ll V(\phi)$, $\ddot\phi\ll H\dot\phi$ که از شرایط غلتش آهسته[۶] می‌باشند قابل دست‌یابی هستند. به کمک این تقریب‌ها و رابطه (۲)، خواهیم داشت

[۲] Starobinsky model

[۳] Canonic

[۴] Chaotic

[۵] Tachyon

[۶] Slow-rolling

$$H^2 \approx \frac{1}{3M_P^2}V(\phi),\ \dot{\phi} \approx -\frac{M^2V'(\phi)}{9H^3}\ . \qquad (۶)$$

به کمک رابطه (۶) می‌توان مشتق زمانی میدان اسکالر را بر اساس مشتق پارامتر هابل به صورت تابعی از میدان اسکالر به دست آورد

$$\dot{\phi} \approx -\frac{2}{3}\frac{M^2M_P^2H'(\phi)}{H^2}, \qquad (۷)$$

حال به کمک معادلات (۲) و (۷) معادله زیر که به معادله هامیلتون–ژاکوبی مشهور است به دست خواهد آمد

(۸)

$$[H'(\phi)]^2 - \frac{3}{2}\frac{H^6(\phi)}{M^2[9H^2(\phi)+M^2]} + \frac{V(\phi)H^4(\phi)}{18M_P^2M^2[9H^2(\phi)+M^2]} = 0.$$

حال بر اساس معادله هامیلتون–ژاکوبی معادله پتانسیل که نقش مهمی در دوره تورم داشته است به فرم زیر در می‌آید

(۹)

$$V(\phi) = 27M_P^2H^2(\phi) - \frac{18M_P^2M^2[H'(\phi)]^2[9H^2(\phi)-M^2]}{H^4(\phi)}.$$

در حالتی که بخواهیم از فرمولبندی هامیلتون–ژاکوبی استفاده کنیم پارامترهای غلتش آهسته (با قید بسیار کوچکتر از واحد)، به صورت زیر خواهند بود [۱۴، ۱۳]

$$\varepsilon(\phi) \equiv \frac{2}{3}\left(\frac{H'(\phi)}{H^2(\phi)}\right)^2,\quad \eta(\phi) \equiv \frac{1}{3}\left(\frac{H''(\phi)}{H^3(\phi)}\right), \qquad (۱۰)$$

تورم زمانی متوقف می‌شود که $\varepsilon=1$ شود، و در نتیجه براساس پارامتر اول غلتش آهسته در معادله (۱۰)، در انتهای تورم خواهیم داشت

(۱۱)

$$H^4(\phi) = \frac{2}{3}[H'(\phi)]^2.$$

به کمک این معادله و رابطه $\dot{a} = \dot{\phi}a'$، معادله زیر برای فاکتور مقیاس قابل حصول است

(۱۲)

$$a(t) = a_0\, exp\left[-\frac{3}{2}\int M_P^2M^2\frac{H^3(\phi)}{H'(\phi)}d\phi\right],$$

که a_0ثابت انتگرال‌گیری است. همچنین از تعریف عدد e-fold برای تعیین میزان انبساط عالم در آغاز کیهان داریم

$$N \equiv \int_{t_i}^{t_e} H(t)dt = \int_{\phi_i}^{\phi_e}\frac{H(\phi)}{\dot{\phi}}d\phi, \qquad (۱۳)$$

که اندیس‌های i و e به ترتیب مربوط به آغاز و پایان تورم است.

پارامتر هابل به صورت یک تابع توانی

دراین مرحله با استفاده از تعریف $H(\phi) = a\phi^n$، که a,n ثابت هستند موارد به دست آمده در بخش قبلی را کمی سازی خواهیم کرد و بر همین اساس مقادیر مربوط به میدان اسکالر در ابتدا و انتهای تورم و اندیس‌های طیف اسکالر و تانسوری را محاسبه

خواهیم کرد. به کمک این تعریف از پارامتر هابل و رابطه (۷) خواهیم داشت

$$\dot{\phi} \approx -\frac{2}{3}\frac{M^2M_P^2n}{a\phi^{n+1}}, \qquad (۱۴)$$

که با جایگزاری در معادله (۹)، تابع پتانسیل به شکل زیر خواهد بود

(۱۵)

$$V(\phi) = 27M_P^2a^2\phi^{2n} - 18M_P^2M^2\frac{n^2}{a^2\phi^{2(n+1)}}[9a^2\phi^{2n} + M^2].$$

به علاوه پارامترهای غلتش آهسته، معادله (۱۰)، به کمک تعریف پارامتر هابل به صورت زیر در می‌آیند

$$\varepsilon(\phi) \equiv \frac{2n^2}{3a^2}\phi^{-2(n+1)},\quad \eta(\phi) \equiv \frac{n(n-1)}{3a^2}\phi^{-2(n+1)}, \qquad (۱۶)$$

و بنابراین در انتهای انبساط سریع خواهیم داشت $\phi_e = (\frac{4n}{9a})^{\frac{n+1}{2}}$

که به کمک معادله (۱۳) مقدار میدان اسکالر در ابتدای تورم نیز قابل حصول است، یعنی

$$\phi_i = \left(\frac{4nMM_P}{9a}\right)^{\frac{n+1}{2}}\left[\frac{2N(n+1)}{n} + \frac{1}{M^2M_P^2}\right]^{n+1}.$$

(۱۷)

حال به کمک معادله فوق و تعاریف مربوط به اندیس طیف اسکالر و تانسوری و نسبت آن‌ها [۱۴]، می‌توان نتایج نظری را با مشاهدات مقایسه کرد

$$n_S - 1 \simeq 2\eta(\phi_i) - 8\varepsilon(\phi_i) = \frac{-(7n+1)}{2(n+1)NM^2M_P^2 + n},$$

$$n_T \simeq -2\varepsilon(\phi_i) = -\frac{2nM^2M_P^2}{2(n+1)NM^2M_P^2 + n},\quad r = -8n_T.$$

(۱۸)

همچنین می‌توان رابطه‌ای میان n_T و n_S از روی رابطه فوق به صورت زیر پیدا کرد

$$n_S - 1 = \frac{(7n+1)}{2nM^2M_P^2} n_T . \qquad (۱۹)$$

در جدول‌های زیر مقادیر مربوط به n، به کمک معادله (۱۸)، به دست آمده‌اند سپس به کمک آنها مقادیر اندیس طیف تانسوری نیز محاسبه شده‌اند. سپس به کمک معادلات (۱۶) و (۱۷) مقادیر مربوط به میدان اسکالر در ابتدا و انتهای تورم محاسبه شده‌اند.

N	60	55	65
n	1.48	1.14	1.94
n_T	-0.0088	-0.0096	-0.0091
ϕ_i	7.955	9.842	6.266
ϕ_e	2.73	2.83	2.55

TabI. به کمک داده‌های رصدی ماهواره پلانک ۲۰۱۵ [۱۵]، که اندیس طیف اسکالر n_S=0.968-0.006=0.962 را پیش بینی می‌کند، مقادیر اندیس طیف تانسوری، میدان اسکالر در ابتدا و انتهای تورم به‌دست آمده است.

N	60	55	65
n	2.71	1.9	4.143
n_T	-0.0120	-0.0118	-0.0123
ϕ_i	4.6	6.2	3.2
ϕ_e	2.3	2.57	1.9

TabII. به کمک داده‌های رصدی WMAP9+BAO+eCMB+H_0، که اندیس طیف اسکالر n_S=0.9608-0.0080=0.9528 را پیش بینی می‌کند، مقادیر اندیس طیف تانسوری، میدان اسکالر در ابتدا و انتهای تورم به‌دست آمده است.

N	60	55	65
n	3.61	2.38	6.28
n_T	-0.0129	-0.0127	-0.0131
ϕ_i	3.59	5.08	2.42
ϕ_e	2.08	2.40	1.71

TabIII. به کمک داده‌های رصدی Planck2013+WP+highL+BAO، که اندیس طیف اسکالر n_S=0.9608-0.0054=0.9554 را پیش بینی می‌کند، مقادیر اندیس طیف تانسوری، میدان اسکالر در ابتدا و انتهای تورم به‌دست آمده است.

تشکر

حیدر شیخ احمدی مایل است از بنیاد ملی نخبگان به جهت حمایت مالی در دوره تحقیقات پسا دکتری، و از دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان (به‌ویژه استاد یوسف ثبوتی) به‌خاطر میزبانی صمیمانه‌شان مراتب تشکر خود را اعلام دارد.

نتیجه گیری

مدل تورم بر اساس کنش انیشتن-هیلبرت با فرض اضافه شدن حاصلضرب مشتق میدان اسکالر در تانسور انیشتین به کنش، به کمک فرمول‌بندی هامیلتون-ژاکوبی مورد بررسی قرار گرفت. فرمول‌بندی هامیلتون-ژاکوبی که بر اساس معادله فریدمان و بر اساس تغییرات پارامتر هابل به صورت تابعی از میدان اسکالر مطرح شده است، در واقع برای مدل‌هایی که بوسیله تبدیل همدیس به چارچوب انیشتین برنگردند روشی مناسب برای به‌دست آوردن پارامترهای مربوط به دوره انبساطی سریع خواهد بود. به کمک داده‌های مشاهداتی از ماهواره پلانک همچنین MAP9+BAO+eCMB+H_0 و Planck2013+WP+highL+BAO، نتایج قابل قبولی برای مقادیر مربوط به اندیس طیف تانسوری و میدان اسکالر در ابتدا و انتهای انبساط سریع به‌دست آمده است.

مرجع‌ها

[۱] D. Kazanas, Astrophys. J. **241** L59 (1980); K. Sato, Mon. Not. R. Astron. Soc. 195, 467 (1981); A. H. Guth and S. Y. Pi, Phys. Rev. Lett. **49**, 1110 (1982); David H. Lyth and Antonio Riotto, arXiv:hep-ph/9807278, 1999.
[۲] A. R. Liddle, astro-ph/9901124; D. H. Lyth and A. Riotto, Phys. Rept. **314**, 1 (1999).
[۳] L. P. Grishchuk, Sov. Phys. JETP **40**, 409 (1975); A. A. Starobinsky, JETP Lett. **30**, 682 (1979); M. Sami and V. Sahni, Phys. Rev. D **70**, 083513 (2004).
[۴] S. Capozziello and M. De Laurentis, Phys. Rept. **509**,167 (2011).
[۵] A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91**,99 (1980).
[۶] A. D. Linde, Phys. Lett. B **129**, 177 (1983).
[۷] A. Albrecht and P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **48**, 1220 (1982).
[۸] K. Freese, J. A. Frieman and A. V. Olinto, Phys. Rev. Lett. **65**, 3233 (1990).
[۹] A. Aghamohammadi, A. Mohammadi, T. Golanbari and K. Saaidi, Phys. Rev. D **90**, no. 8, 084028 (2014) .
[۱۰] Z. K. Guo and N. Ohta, *JCAP* **0804**, 035 (2008).
[۱۱] C. Brans and R. H. Dicke, *Phys. Rev.* **124**, 925 (1961).
[۱۲] L. Amendola, Phys. Lett. B **301**, 175 (1993); E. N. Saridakis and S. V. Sushkov, Phys. Rev. D **81**, 083510 (2010); S. Tsujikawa, Phys. Rev. D **85**, 083518 (2012).
[۱۳] C. Germani and A. Kehagias, Phys. Rev. Lett. **105**, 011302 (2010).
[۱۴] D. S. Salopek and J. R. Bond, Phys. Rev. D **42**, 3936 (1990).
[۱۵] P. A. R. Ade et al., arXiv 1502.0211 (2015).

بررسی تورم دو میدانی بدون تقریب غلتش کند

اسدی، کوثر[1]؛ نوذری، کوروش[1]

[1] گروه فیزیک دانشگاه مازندران، بابلسر

چکیده

در این پژوهش، یک مدل تورمی دو میدانی شامل یک میدان اسکالر معمولی و یک میدان DBI در نظر می‌گیریم و اختلالات تورمی را مطالعه می‌کنیم. با بررسی تحول پارامترهای تورمی در این مدل و مقایسه با داده‌های Planck2015 TTT, EEE, TTE, EET قیدهایی بر روی مدل به دست می‌آوریم. ما نشان می‌دهیم این مدل سازگاری خوبی با مشاهدات دارد.

Testing a Two Field Inflation without Slow-Roll Approximation

Asadi, Kosar; Nozari, Kourosh

Department of Physics, University of Mazandaran, babolsar

Abstract

We consider a model of two field inflation, containing a scalar field and a DBI field. We study the spectrum of the primordial perturbations in details. We test the model with recent observational data and find some constraints on the model. Our study shows that for some ranges of the DBI geometry parameter, the model is consistent with observation.

PACS No. 98.80. Es, 98.80.Cq, 98.80.-k,

مقدمه

اگرچه داده‌های رصدی نظریه استاندارد کیهانشناسی را به خوبی تایید می‌کنند، اما این نظریه از مشکلاتی از قبیل مشکل افق، مشکل تختیدگی و مشکل تشکیل ساختار رنج می‌برد. در نظر گرفتن یک دوره‌ی تورمی در زمان‌های اولیه از تاریخچه انبساط عالم می‌تواند راه‌گشای حل این مشکلات باشد. ایده‌ی تورم این است که در عالم اولیه، یک ناحیه‌ی کوچک، هموار و از نظر علی همدوس، دست‌خوش یک انبساط شتابدار می‌شود. حاصل این انبساط شتابدار، حجمی است که در بر گیرنده‌ی کل عالم مشاهده‌پذیر کنونی است[1,2] . به بیان دیگر اختلالات اولیه در عالم سبب شکل‌گیری ساختار شده‌اند. تورم به ما اطلاعاتی پیرامون منشا اختلالات اولیه می‌دهد. طیف اولیه‌ی اختلالات چگالی، با افت و خیزهای کوانتومی میدان اسکالر(میدان تورمی) داده می‌شود[3,4] . در این پژوهش ما با در نظر گرفتن مدل تورمی شامل دو میدان اسکالر، به بررسی دینامیک اختلالی عالم می‌پردازیم. با بسط کنش تا مرتبه‌ی دوم و بررسی اختلالات خطی، شاخص‌های طیفی اسکالر و تانسوری را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در نهایت با مقایسه نتایج مدل مورد بررسی با داده‌های رصدی جدید [5,6] قیدهایی مشخص بر روی فضای پارامترها به دست می‌آوریم[8,9,10].

چینش مدل

کنش برای مدلی شامل یک میدان اسکالر با جمله جنبشی کانونیک و یک میدان DBI عبارت است از

$$\mathcal{S} = \int \sqrt{-g}\, d^4x \left[\frac{{M_{pl}}^2}{2}\,\mathcal{R} - \frac{1}{2}\,\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - f^{-1}(\chi)\,(1-\gamma^{-1}) - V(\phi,\chi)\right], \quad (1)$$

که در آن، $\mathcal{R}$ اسکالر ریچی چهار بعدی، ϕ میدان اسکالر معمولی، χ میدان DBI و $V(\phi,\chi)$ پتانسیل می‌باشد. $f^{-1}(\chi)$ که معکوس تنش شامه می‌باشد، با هندسه‌ی گلوگاه فضای فشرده در میدان DBI مرتبط است و γ ، فاکتور تابدار توصیف کننده‌ی شکل ابعاد اضافه، به صورت $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-f(\chi)\partial_\alpha\chi\partial^\alpha\chi}}$ تعریف می‌شود.

با در نظر گرفتن متریک FRW، معادلات حرکت برای هر یک از دو میدان ϕ و χ در این مدل عبارتند از

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0, \quad (2)$$

$$\ddot{\chi} + 3H\,\gamma^{-2}\dot{\chi} + \frac{1}{2}f_{,\chi}f^{-2}[1-3\gamma^{-2} + 2\gamma^{-3}] + \gamma^{-3}V_{,\chi}\ , \quad (3)$$

و معادلات فریدمن نیز به فرم زیر بدست می‌آیند

$$H^2 = \frac{1}{3{M_{pl}}^2}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{f(\chi)}\,(\gamma-1) + V\right), \quad (4)$$

$$-2\dot{H} = \dot{\phi}^2 + \gamma\dot{\chi}^2. \quad (5)$$

در روابط اخیر، $V_{,\phi} = \frac{dV}{d\phi}$ و بطور مشابه برای $V_{,\chi}$. همچنین $f_{,\chi} = \frac{df}{d\chi}$. علامت نقطه نشان دهنده‌ی مشتق نسبت به زمان کیهانی می‌باشد.

پارامترهای غلتش آرام که با روابط $\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2}$ و $\eta = -\frac{1}{H}\frac{\ddot{H}}{\dot{H}}$ تعریف می‌شوند، در این مدل چنین فرمی به خود می گیرند

$$\varepsilon = \frac{{M_{pl}}^2(3\dot{\phi}^2+3\gamma\dot{\chi}^2)}{(\dot{\phi}^2+2f^{-1}(\gamma-1)+2V)}, \quad (6)$$

$$\eta = \frac{-2\left(\dot{\phi}\,\ddot{\phi}+\gamma\dot{\chi}\ddot{\chi}+\frac{1}{2}\gamma^3\left(f\,\ddot{\chi}+\frac{f_{,\chi}}{2}\dot{\chi}^2\right)\dot{\chi}^3\right)}{H\,(\dot{\phi}^2+\gamma\dot{\chi}^2)}. \quad (7)$$

مطالعه‌ی طیف اختلالات میدان اینفلتون یکی از راه-های مهم در سنجش اعتبار یک مدل تورمی است. بدین منظور، در ادامه به تحلیل اختلالات اسکالر و تانسوری برای مدل تورمی مورد مطالعه می‌پردازیم.

دینامیک اختلالی

در این بخش، به مطالعه اختلالات خطی برآمده از رفتار کوانتومی میدان‌های تورمی (ϕ و χ) می‌پردازیم. در این راستا متریک اختلال یافته‌ی زیر را در نظر می‌گیریم

$$ds^2 = -(1+2\Phi)dt^2 + a^2(t)(1-2\Psi)\,\delta_{ij}dx^i dx^j\ . \quad (8)$$

با جاگذاری متریک اختلالی فوق در کنش (1) و بسط کنش تا مرتبه‌ی دوم، به دست می‌آوریم

$$\mathcal{S}_2 = \int dt\, d^3x\ a^3\left[-3{M_{pl}}^2\dot{\Psi}^2 + \frac{{M_{pl}}^2}{a^2}\left(2\dot{\Psi} - 2H\Phi\right)\partial^2 B - 2\,\frac{{M_{pl}}^2}{a^2}\,\Phi\,\partial^2\Psi + \right.$$

$$6{M_{pl}}^2 H\Phi\dot{\Psi} + \left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\gamma\dot{\chi}^2 + \frac{1}{2}f\gamma^3\dot{\chi}^4 - 3{M_{pl}}^2H^2\right)\Phi^2 + \frac{{M_{pl}}^2}{a^2}(\partial^2\Psi)^2\Big]. \quad (9)$$

با استفاده از کنش مرتبه‌ی دوم فوق، معادله‌های حرکت Φ و B، به ترتیب، به صورت زیر حاصل می‌شوند

$$\Phi = \frac{1}{H}\dot{\Psi}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{a^2}\partial^2 B = \frac{1}{{M_{pl}}^2 H}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\gamma\dot{\chi}^2 + \frac{1}{2}f\gamma^3\dot{\chi}^4 - 3{M_{pl}}^2H^2\right)\Phi + 3\dot{\Psi} - \frac{1}{a^2 H}\partial^2\psi. \quad (11)$$

با لحاظ کردن قید اخیر (10)، رابطه‌ی زیر را برای کنش مرتبه‌ی دوم می‌یابیم

$$\mathcal{S}_2 = \int dt\, d^3x\ a^3\ \mathcal{W}\left[\dot{\Psi} - \frac{C_s^2}{a^2}(\partial\Psi)^2\right], \quad (12)$$

که در آن ${C_s}^2$ (که به عنوان سرعت صوت شناخته شده است) و $\mathcal{W}$ عبارتند از

$${C_s}^2 = \frac{{M_{pl}}^2(\dot{\phi}^2+\gamma\dot{\chi}^2)}{\dot{\phi}^2+\gamma\dot{\chi}^2+f\gamma^3\dot{\chi}^4}, \quad (13)$$

$$\mathcal{W} = \frac{\dot{\phi}^2+\gamma\dot{\chi}^2+f\gamma^3\dot{\chi}^4}{2H^2}. \quad (14)$$

طبق تعریف، بزرگی دامنه‌ی اختلالات اسکالر با رابطه‌ی $\mathcal{A}_s = \frac{H^2}{8\pi^2\mathcal{W}{C_s}^3}$ به‌دست می‌آید و با استفاده از تعریف شاخص طیفی اسکالر، $n_s - 1 = \frac{d\ ln\,\mathcal{A}_s}{dN}$ ، در این مدل تورمی با حضور دو میدان بدست می‌آوریم

$$n_s - 1 = -2\varepsilon - \frac{1}{H}\frac{d}{dt}ln\,C_s - \frac{1}{H}\frac{d}{dt}ln\,\varepsilon. \quad (15)$$

دامنه‌ی اختلالات تانسوری که با رابطه‌ی $\mathcal{A}_T = \frac{H^2}{2\pi^2\mathcal{W}_T}$ تعریف می‌شود، منجر به رابطه‌ی زیر برای شاخص طیفی اختلالات تانسوری می‌گردد

$$n_T = \frac{d\ ln\,\mathcal{A}_T}{dN} = -2\varepsilon. \quad (16)$$

همچنین با استفاده از رابطه‌ی $r = \frac{\mathcal{A}_T}{\mathcal{A}_S}$، نسبت تانسور به اسکالر به‌صورت زیر نوشته می‌شود

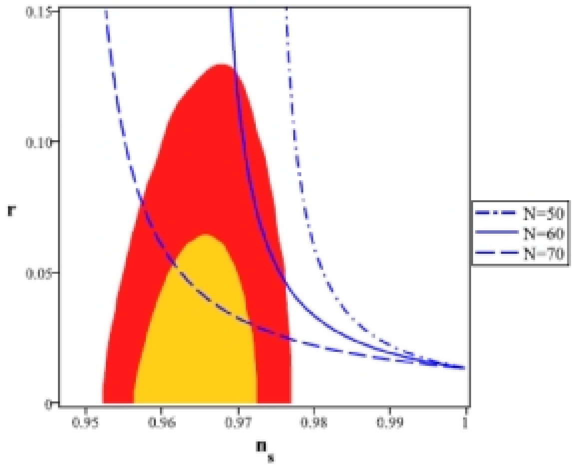
$$r = 16\,C_s\varepsilon. \quad (17)$$

پس از به دست آوردن معادلات اصلی مدل، در بخش بعد این مدل را با داده‌های رصدی اخیر مقایسه می‌کنیم و قیدهایی روی فضای پارامترهای مدل به‌دست می‌آوریم .تمرکز اصلی ما، روی پارامتر هندسی میدان DBI می‌باشد.

قیدهای رصدی

در این بخش قصد داریم به تحلیل عددی فضای پارامترها در مدل تورمی مورد مطالعه بپردازیم. معمولا، $f(\chi)$ در قالب مقیاس تاب گلوگاه آنتی دوسیته در نظر گرفته می شود. در یک AdS_5 خالص، تابع هندسی میدان DBI شکل ساده‌ی $f(\chi) = \frac{\lambda}{\chi^4}$ را به خود می‌گیرد[7,8] . از طرفی یک پتانسیل مربعی به‌صورت $V = {m_\phi}^2(\phi^2 + \Gamma\chi^2)$ را در نظر می‌گیریم که در آن m_ϕ جرم میدان اسکالر معمولی و $\Gamma = \frac{m_\chi}{m_\phi}$ نسبت جرم دو میدان است. به منظور یافتن بازه‌ای از λ که به ازای آن مدل تورمی دو میدانی مورد مطالعه سازگار با داده‌های رصدی می‌باشد، چگونگی تحول نسبت تانسور به اسکالر، r، را

بر حسب شاخص طیفی اختلالات اسکالر، n_s، بررسی می‌کنیم (شکل 1). همانطور که شکل نشان می‌دهد، به ازای برخی مقادیر λ، مدل تورمی شامل میدان اسکالر معمولی و میدان DBI از نظر رصدی قابل قبول است. در جدول (1) بازه‌های قابل قبول پارامتر λ به ازای 70 و $N = 60$ نشان داده شده است. لازم به ذکر است به ازای $N = 50$ مدل مذکور با داده‌های رصدی همخوانی ندارد.



شکل 1: رفتار نسبت تانسور به اسکالر بر حسب شاخص طیفی اسکالر به ازای مقادیر مختلف λ و با یک پتانسیل مربعی با مقادیر $m_\phi = 1$ و $\Gamma = 1$. شکل در یک پس‌زمینه‌ی داده‌های Planck2015 TTT, EEE, TTE, EET رسم شده است.

نتیجه گیری

با تحلیل فضای پارامترهای اختلالی مدل تورمی دو میدانی شامل یک میدان اسکالر معمولی و یک میدان DBI، مشاهده شد این مدل، به ازای بازه‌ای از مقادیر پارامتر هندسی میدان DBI، λ، با داده های رصدی اخیر سازگار است. بررسی‌های عددی ما نشان می‌دهد که برای $N = 60$ چنانچه $40 \le \lambda \le 140$ و برای $N = 70$ چنانچه $9 \le \lambda \le 52$، فاز تورمی عالم اولیه قابل دسترسی است.

جدول 1: بازه‌هایی از مقادیر λ که به ازای آن مدل با مشاهدات سازگار است.

$N = 60$	$N = 70$
$40 \le \lambda \le 140$	$9 \le \lambda \le 52$

مراجع:

[1] A. Guth;" *Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems*"; Physical Review D (1981) **62** 105030.

[2] A. D. Linde; "*A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems*"; Physics Letters B (1982) **108** 389.

[3] V. F. Mukhanov, H.A. Feldman and R. H. Brandenberger; "*Theory of cosmological perturbations*"; Physics Reports. (1992) **215** 203.

[4] A. Riotto; "*Inflation and the Theory of Cosmological Perturbations*" ; (2002) [arXiv:hep-ph/0210162].

[5] P. A. R. Ade et al.; "*Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation*"; [arXiv:1502.02114].

[6] P. A. R. Ade et al.; "*Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters*"; [arXiv:1502.01589].

[7] M. Alishahiha, E. Silverstein and D. Tong; "*DBI in the Sky*"; *Phys. Rev. D. (2004) 70 123505.*

[8] K. Nozari, K.Asadi and N. Rashidi; "*Constraining nonminimal DBI inflation with Planck2015 results*"**;** *Astrophysics and Space Science (2015),* DOI 10.1007/s10509-015-2532-z.

[9] K. Nozari and N. Rashidi; "*DBI inflation with a non-minimally coupled Gauss-Bonnet term*"**;** Phys. Rev. D **88**, (2013) 084040.

[10] K. Nozari and N. Rashidi; "*Some Aspects of Tachyon Field Cosmology*"**;** Phys. Rev. D **88**, (2013) 023519.

سیاه‌چاله‌های آنیونی

آقائی آبچویه ، مریم[۱] ؛ میرزا، بهروز[۱]؛ کریمی تکرمی ، معین[۱]؛ یونسی زاده ، یونس[۱]
۱دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی اصفهان ، بلوار دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

چکیده

انیون‌ها ذراتی با آمار میانی هستند و از نظر آماری بین بوزونها و فرمیونها قرار دارند. یک پارامتر $0<\alpha<1$ آنیون‌ها را دسته بندی می‌کند. معادله‌ی حالت آنیون‌ها نشان می‌دهد آنیون‌ها برای $\alpha<\alpha_c$ آمار شبه بوز–اینشتینی و برای $\alpha>\alpha_c$ آمار شبه فرمی–دیراکی دارند. با فرض کردن یک صورت کلی متریک برای یک سیاه‌چاله‌ی AdS در فضا زمان ۱+۲ بعدی و در نظر گرفتن معادله حالت گاز آنیونی واندروالس متریکی برای سیاهچاله‌ی AdS بدست آورده ایم که با این متریک ویژگیهای ترمودینامیکی این سیاهچاله با ویژگیهای ترمودینامیکی گاز آنیونی واندروالس یکسان است. نتایج نشان می‌دهد برای $\alpha<0.5$ چگالی انرژی گاز آنیونی واندروالس با کاهش مقدار α کاهش می‌یابد یعنی برهم کنشهای بین ذرات به میزان بیشتری جاذبه می‌شود و بنابراین آمار شبه بوز–اینشتینی برسیاهچاله‌ی واندروالس آنیونی حاکم است. و برای $\alpha>0.5$ چگالی انرژی سیاهچاله‌ی AdS آنیونی واندروالس با افزایش مقدار α، افزایش می‌یابد که نشان دهنده‌ی آمار شبه فرمی–دیراکی است.

Anyon Black Holes

Aghaei Abchouye, Maryam[1]; Mirza, Behrouz[1]; Karimi Takaromi, Moein[1]; Younesizadeh, Younes[1]

[1] *Department of Physics, Isfahan University of Technology, Isfahan*

Abstract

Anyons are particles with intermediate statistics that interpolates between Fermi-Dirac statistics and Bose-Einstein statistics. A parameter ($0<\alpha<1$) characterizes this intermediate statistics of Anyons. The equation of state of Anyon Van der Waals fluid shows that for $\alpha>\alpha_c$ Anyon Van der Waals fluid (black hole) has quasi Fermi-Dirac statistics, but for $\alpha<\alpha_c$ the Anyon Van der Waals fluid has quasi Bose-Einstein statistics. By defining a general form of the metric for ($2+1$) dimensional AdS black hole and considering the temperature of the black hole to be equal with that of the Anyon Van der Waals fluid, we construct the exact form of the metric for a (۲+۱) dimensional AdS black hole. The thermodynamic properties of this black hole is consistent with that of the Anyon Van der Waals fluid. For $\alpha>0.5$ the energy density of the AdS Anyon Van der Waals black hole increases as the value of α increases so the interactions are almost attractive and the AdS Anyon Van der Waals black hole have quasi Fermi-Dirac statistics. For $\alpha<0.5$ the energy density of the solution is decreases as the value of α decreases and the solution has quasi Bose-Einstein statistics.

PACS No.

مقدمه

مطالعه‌ی فیزیک سیاهچاله ها از زمان معرفی دما و ترمودینامیک برای افق سیاهچاله‌ها[۱]، یکی از زمینه های تحقیقاتی بسیار مورد توجه در فیزیک گرانش است. در این میان سیاهچاله‌های AdS بسیار مورد بررسی قرار گرفته اند چون ارتباطهایی بین ساهچاله‌های AdS و گاز واندروالس وجود دارد. ارتباط بین این سیاهچاله‌ها و گاز واندروالس از این نظر حائز اهمیت است که به کمک آن می‌توان ترمودینامیک حاکم بر سیاهچاله‌ی AdS را با توجه به ترمودنامیک گاز واندوالس توضیح داد. برای این منظور میتوان به راحتی یک فضای فاز ترمودینامیکی برای سیاهچاله‌ی AdS شامل، دما، آنتروپی و حجم، معرفی کرد. البته می

توان فضای فاز تعمیم یافته ای برای این سیستم در نظر گرفت. ایده‌ای که در سالهای اخیر بسیار مورد بحث قرار گرفته این است که تغییرات ثابت کیهان شناسی را در قانون اول ترمودینامیک وارد کنیم. این ایده هر چند در ابتدا مناسب به نظر نمی‌آید، اما میتوان نشان داد که قابل قبول است. وقتی ثابت کیهان شناسی را به عنوان یک پارامتر ترمودینامیکی در نظر بگیریم باید متغیر ترمودینامی همیوغ آن را هم در نظر بگیریم. از آنجا که ثابت کیهان شناسی متناسب با فشار است $P=\frac{-\Lambda}{8\pi}=\frac{(d-1)(d-2)}{16\pi\ell^2}$ (در دستگاه واحدهای طبیعی) *که در آن d بعد فضا زمان است*، بنابراین متغیر همیوغ آن باید متناسب با حجم باشد. بنابراین یک جمله‌ی $P\delta V$ به قانون اول ترمودینامیک اضافه خواهد شد. حال در این فضای فاز تعمیم یافته می‌توان معادله‌ی حالت را برای سیاهچاله‌ی AdS مشخص نموده و آنرا با معادله حالت گاز واندروالس مقایسه کنیم. معادله‌ی حالت برای گاز واندروالس در فضای سه بعدی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$T=(P+\frac{a}{v^2})(v-b) \qquad (۱)$$

که در آن $v=\frac{V}{N}$ و N تعداد کل ذرات و V حجم کل گاز است. b حجم یک مولکول گاز و a عاملی است که فشار ناشی از حجم دار بودن مولکول های گاز را نشان می دهد. a و b هر دو ثابت هستند. در [۲] متریکی برای سیاهچاله‌ی AdS محاسبه شده است که ترمودینامیک متناظر با آن دقیقاً با ترمودینامیک گاز واندروالس در فضای ۳+۱ بعدی هماهنگ است. ما در اینجا قصد داریم گاز واندروالس آنیونی را معرفی کنیم که ترمودینامیک متناسب با آن با ترمودینامیک سیاهچاله‌ی AdS آینونی هماهگ باشد.

معمولاً ذرات را به دو دسته ی فرمیون ها و بوزون ها تقسیم می‌کنیم. فرمیونها ذراتی هستند با اسپین نیم صحیح و تابع آمار فرمی دیراک و بوزونها ذراتی هستند با اسپین صحیح و تابع آمار بوز اینشتین. اما در فضا زمان ۲+۱ بعدی ذراتی وجود دارند که تابع آمار میانی هستند. این ذرات را آنیون می نامیم. آنیون‌ها را می توان با یک پارامتر $0<\alpha<1$مشخص کرد. فرمیون‌ها و بوزون‌ها دو حالت حدی آنیونها هستند، $\alpha=0$نشان دهنده‌ی بوزون‌ها و $\alpha=1$ نشن دهنده ی فرمیون‌ها است. در این مقاله قصد داریم متریکی برای یک یک سیاهچاله‌ی AdS در فضا زمان ۲+۱ بعدی محاسبه کنیم که ویژگی‌های ترمودینامیکی آن با ویژگیهای ترمودینامیکی گاز واندروالس آنیونی یکسان است. در بخش دوم به طور مختصر به معرفی سیاهچاله‌ی واندروالس و روابط مربوط به فشار و چگالی انرژی آن در فضا زمان ۳+۱ بعدی می‌پردازیم. در بخش سوم معادله‌ی حالت گاز واندروالس آنیونی بیان می‌شود. در بخش چهارم فرم دقیق متریک برای شاره‌ی سیاهچاله‌ی AdS آنیونی که ترمودینامیک آن با شاره‌ی واندروالس آنیونی هماهنگ است، محاسبه می شود و معادلات مربوط به فشار و چگالی انرژی این سیاهچاله به دست می‌آید و در انتها به بیان نتایج می-پردازیم.

سیاهچاله‌ی واندروالس

در [۲] به مطالعه‌ی متریکی برای سیاهچاله‌ی AdSپرداخته شده که ترمودینامیک متناظر با آن، با ترمودینامیک گاز واندروالس یکسان باشد. برای به دست آوردن متریک مناسب از این فرضیه استفاده شده است که ثابت کیهان شناسی یک پارامتر کیان شناسی است. در این فضای فاز تعمیم یافته و در فضا زمان ۳+۱ بعدی برای ثابت کیهان شناسی داریم:

$$P=\frac{-\Lambda}{8\pi}=\frac{3}{8\pi\ell^2} \qquad (۲)$$

که ارتباط بین ثابت کیهان شناسی و فشار ترمودینامیکی را بیان می‌کند. حال که یک متغیر ترمودینامیکی وابسته به فشار معرفی کرده‌ایم، باید متغیر همیوغ آن را هم معرفی کنیم که طبیعتاً از جنس حجم خواهد بود. بنابراین معادله‌ی مربوط به جرم سیاهچاله، $\delta M=T\,\delta S$، تغییر خواهد کرد:

$$\delta M=T\,\delta S+V\,\delta P+.... \qquad (۳)$$

و به همین دلیل در فضای فاز تعمیم یافته، جرم سیاهچاله به آنتالپی سیاهچاله مربوط خواهد بود. با استفاده از رابطه‌ی (۳)، حجم ترمودینامیکی از رابطه‌ی

$$V=\left(\frac{\partial M}{\partial P}\right)_{s,...} \qquad (٤)$$

بدست می‌آید. بنابراین اگر متریک سیاهچاله مشخص باشد می‌توان معادله‌ی حالت سیاهچاله را به صورت $P=P(V,T)$ نوشته و آنرا با معادله حالت گاز مقایسه کرد. برای سادگی فرض می‌کنیم شکل کلی متریک به صورت

$$\begin{aligned} ds^2&=-fdt^2+\frac{dr^2}{f}+r^2d\Omega^2 \\ f&=\frac{r^2}{\ell^2}-\frac{2M}{r}-h(r,P) \end{aligned} \qquad (۵)$$

باشد. که در آن M جرم سیاهچاله است. اگر فرض کنیم این متریک حل معادله اینشتین باشد و تانسور انرژی تکانه را به صورت $T^{\mu\nu}=\rho e_0^\mu e_0^\nu+\sum_i p_i e_i^\mu e_i^\nu$ تعریف کنیم (که در آن ρ چگالی انرژی سیاهچاله و p فشار ترمودینامیکی سیاهچاله است)، فشار و چگالی انرژی سیاهچاله به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\rho=-p_1=\frac{1-f'-rf''}{8\pi r^2}+P$$
$$p_2=p_3=\frac{rf''+2f'}{16\pi r}-P \qquad (٦)$$

و در آنها علامت پریم به معنای مشتق نسبت به r است.

حال باید تابع f را به گونه ای مشخص کنیم که معادله ی حالت گاز واندروالس و سیاهچاله‌ی AdS با هم هماهنگ باشند. حجم ویژه‌ی سیاهچاله و دمای آن به صورت تابعی از افق سیاهچاله و فشار ترمودینامیکی تعیین می‌شوند(در فضا زمان۱+۳ بعدی):

$$v=\frac{k}{4\pi r_+^2}\left[\frac{4}{3}\pi r_+^3-\frac{r_+}{2}\frac{\partial h(r_+,P)}{\partial P}\right]$$
$$T=\frac{f'}{4\pi}=2r_+P-\frac{h(r_+,P)}{4\pi}-\frac{1}{4\pi}\frac{\partial h(r_+,P)}{\partial r_+} \qquad (٧)$$

در این رابطه $k=\frac{4(d-1)}{d-2}$ و $v=k\frac{V}{N}$ و $N=\frac{A}{L_{pl}^2}$ هستند. چون قصد داریم معادله حالت سیاهچاله‌ی AdS با معادله حالت گاز واندروالس یکسان باشد، باید معادله حالت (۱) را با معادله حالت حاصل از معادلات (۷) مقایسه کنیم. اگر در معادله های (۷) روابط مربوط به دما را در نظر بگیریم و بین این دو رابطه دما را حذف کنیم، رابطه‌ای به صورت زیر بدست می‌آید:

$$2pr_+-\frac{h}{4\pi r_+}-\frac{h'}{4\pi}-(P+\frac{a}{v^2})(v-b)=0 \qquad (٨)$$

اگر قرار دهیم $h(r,P)=A(r)-PB(r)$ و تابع $h(r,P)$ را در رابطه‌ی (۸) جاگزین کنیم، معادله دیفرانسیلی به صورت $F_1(r)P+F_2(r)=0$ بدست می‌آید که توابع F_1 و F_2 تابعی از توابع A و B و مشتقات آنها است. اگر توابع F_1 و F_2 را جداگانه برابر صفر قرار دهیم، می‌توان تابع $h(r,P)$ را محاسبه نمود و در نتیجه می‌توان فشار و چگالی انرژی سیاهچاله را به صورت تابعی از P و r بیان کرد.

سیاهچاله‌ی آنیونی واندروالس

در فضا زمان ۱+۳ بعدی فقط می‌توان ذراتی با آمار بوز– اینشتین یا آمار فرمی–دیراک تعریف کرد. اما در فضا زمان۱+۲ بعدی ممکن است ذراتی با آمار میانی هم وجود داشته باشند. برای این ذرات آماری بین آماری فرمیونی و آمار بوزنی وجود دارد. ذرات با آمار میانی را آنیون می‌نامند. آنیون‌ها را می‌توان با یک پارامتر $0<\alpha<1$دسته بندی کرد. فرمیونها و بوزونها دو حالت حدی آنیون‌ها هستند. $\alpha=0$ نشان دهنده‌ی ذرات بوزونی و $\alpha=1$ نشان دهنده‌ی فرمیونها است. با بدست آوردن معادله حالت ترمودینامیکی آنیون‌ها می توان نشان داد که برای $\alpha<\alpha_c$ گاز رفتار شبه بوزونی (آمار شبه بوز–اینشتینی) دارد و برای $\alpha>\alpha_c$ گاز رفتار شبه فرمیونی (آمار شبه فرمی–دیراک) دارد. بنابر [۳] اگر فرض کنیم $E=PV$ (گاز غیر نسبیتی)، در این صورت معادله حالت گاز آنیونی به صورت زیر است:

$$PV=NK_BT\left[1+(2\alpha-1)\frac{N\lambda^2}{4V}\right] \qquad (٩)$$

که در آن $\lambda=\sqrt{\frac{2\pi\hbar}{mK_BT}}$ است. با توجه به رابطه‌ی (۹)،برای $\alpha<\frac{1}{2}$ آمار آنیونها شبیه آمار بوز–اینشتین بوده و برای $\alpha>\frac{1}{2}$ شبیه آمار فرمی–دیراک است. می توان رابطه‌ی (۹) را به معادله حالت مربوط به گاز آنیونی واندروالس تعمیم داد

$$(P+\frac{a}{v^2})(v-b)=K_BT\left[1+(2\alpha-1)\frac{N\lambda^2}{4V}\right] \qquad (١٠)$$

در فضا–زمان ۱+۲ بعدی، متریک را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد[٤]:

$$ds^2=-fdt^2+\frac{dr^2}{f}+r^2d\phi^2$$
$$f=\frac{r^2}{\ell^2}-2M-h(r,P) \qquad (١١)$$

که در صفحه‌ی استوایی مختصات قطبی کروی تعریف شده است. ما قصد داریم تابع $h(r,P)$ *را به گونه‌ای محاسبه کنیم که ویژگی‌های ترمودینامیکی سیاهچاله‌ی AdS با ویژگی‌های ترمودینامیکی گاز* واندوالس آنیونی یکسان باشد. اگر فرض کنیم این متریک حل معادله‌ی

میدان اینشتین باشد، می‌توان روابط مربوط به فشار و چگالی انرژی سیاهچاله را با استفاده از متریک به صورت زیر بدست آورد:

$$\rho = -p_1 = \frac{-f'}{16\pi r} + P$$
$$p_2 = p_3 = \frac{-f''}{16\pi} - P \qquad (۱۲)$$

باز هم این امکان $P = \frac{-\Lambda}{8\pi}$ که با توجه به دو بعدی بودن فضا داریم $h(r,P) = A(r) - PB(r)$ وجود دارد که بتوانیم در نظر بگیریم که با جایگذاری این رابطه در معادله‌ی متریک، معادله دیفرانسیلی به صورت

$$\frac{2K_B am(v-b) + v\,(2K_B mPv\,(v-b) + (\pi - 2\pi\alpha)\hbar)}{2K_B amv^2} - \frac{A'(r)}{4\pi} + P\,\frac{B'(r)}{4\pi} + 4\,\mathrm{Pr} \qquad (۱۳)$$

بدست می آید. باید به این نکته توجه کرد که در فضا زمان ۲+۱ بعدی حجم ویژه رابطه‌ای به صورت $v = \frac{4(B(r) + 8\pi r^2)}{\pi r}$ دارد. از رابطه‌ی (۱۳) مشاهده می‌شود که معادله دیفرانسیلی به صورت $F_1(r)P + F_2(r) = 0$ داریم. اگر این معادله دیفرانسیل را به طور جداگانه برای $F_1(r) = 0$ و $F_2(r) = 0$ حل کنیم، توابع $A(r)$ و $B(r)$ بدست می‌آید:

$$A(r) = \frac{15r(-\pi aK_B m + 16\pi^2\alpha\hbar - 8\pi^2\hbar)}{64bK_B m} + C_1$$
$$B(r) = \frac{4}{15}\pi r(b - 30r) + C_2 r^{16} \qquad (۱٤)$$

که در آن C_1 و C_2 ثابت های انتگرال‌گیری هستند و می‌توان آنها را صفر در نظر گرفت. بنابراین تابع $f(r,P)$ قابل محاسبه است.

$$f(r,P) = \frac{15r(\pi aK_B m - 16\pi^2\alpha\hbar + 8\pi^2\hbar)}{64bK_B m} + \frac{4}{15}\pi r(b - 30r) - M + 8\pi\,\mathrm{Pr}^2 \qquad (۱۵)$$

با استفاده از این متریک در روابط (۱۲) می‌توان رفتار فشار و چگالی انرژی سیاهچاله را بررسی کرد. نتیجه نشان می‌دهد برای $\alpha < \frac{1}{2}$ که گاز آنیونی واندروالس رفتاری شبه بوزونی دارد، با کاهش مقدار α چگالی انرژی کم می‌شود و برای $\alpha > \frac{1}{2}$ که گاز رفتاری شبه فرمیونی دارد با افزایش مقدار α چگالی انرژی زیاد می‌شود.

نتیجه گیری

با در نظر گرفتن صورت کلی متریک برای یک سیاهچاله‌ی واندروالس در فضا زمان ۲+۱ بعدی و معادله حالت گاز واندروالس آنیونی، متریکی برای سیاهچاله‌ی AdS در فضا زمان ۲+۱ بعدی محاسبه کردیم (با استفاده از رابطه‌ی (۱۵)) که رفتار ترمودینامیکی این سیاهچاله با رفتار ترمودینامیکی گاز واندروالس آنیونی یکسان است. نتایج بدست آمده از محاسبات نشان می‌دهد اگر این متریک را برای سیاهچاله‌ی AdS در نظر بگیریم، برای $\alpha < \frac{1}{2}$ با کاهش مقدار α چگالی انرژی کم می‌شود که به معنی این است که با کاهش مقدار α برهم کنش بین ذرات بیشتر جاذبه می‌شود و بنابراین سیاهچاله‌ی AdS آنیون واندروالس رفتاری شبه بوزونی خواهد داشت. برای $\alpha > \frac{1}{2}$ که گاز رفتاری شبه فرمیونی دارد با افزایش مقدار α چگالی انرژی زیاد می‌شود. این بیانگر این است که برای $\alpha < \frac{1}{2}$ آمار شبه بوز-اینشتینی و برای $\alpha > \frac{1}{2}$ آمار شبه فرمی-دیراکی بر این سیاهچاله حاکم است.

مرجع‌ها

[۱] J.D. Bekenstein, *Lett. Nuovo. Cimento* ٤ (۱۹۷۲) ۷۳۷; J.D. Bekenstein, *Phys. Rev. D* ۷ (۱۹۷۳) ۲۳۳۳

[۲] Aruna Rajagopal, David Kubiznak, and Robert B. Mann, arXiv:۱٤۰۸.۱۱۰۵۷۲ [gr-qc] ۱۹ Aug ۲۰۱٤.

[۳] Yong-Shi Wu, *Phys. Rev. Lett.*, ۷۳, (۱۹۹٤).

[٤] M. Ba nados, C. Teitelboim and J. Zanelli, *Phys. Rev. Lett*. ٦۹, ۱۸٤۹ (۱۹۹۲).

سیاه‌چاله‌های دیلاتونی باردار در گرانش رنگین کمانی

هندی، سید حسین[1]؛ اسلام پناه، بهزاد[1]؛ پناهیان، شهرام[2]

[1] بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز 71454

[2] دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران 19839

چکیده

در این مقاله، ابتدا با در نظر گرفتن گرانش رنگین کمانی و در حضور میدان‌های ماکسول و دیلاتونی برای فضازمان ایستای متقارن کروی (1+3)-بعدی، به بررسی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای می‌پردازیم. سپس خصوصیات هندسی جواب‌ها را مورد مطالعه قرار داده و در نهایت، کمیت‌های ترمودینامیکی را محاسبه کرده و به بررسی قانون اول ترمودینامیک می‌پردازیم.

Charged Dilatonic Black Holes in Gravity's Rainbow

Hendi, Seyed Hossein[1]; Eslam Panah, Behzad[1]; Panahiyan, Shahram[2]

[1] *Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University 71454, Shiraz*
[2] *Physics Department, Shahid Beheshti University 19839, Tehran*

Abstract

In this paper, at first, we consider static and spherically symmetric (3+1)-dimensional spacetime gravity's rainbow with Maxwell and dilatonic fields, and obtain black hole solutions. Then, we study the geometric properties of the solutions and finally, we will thermodynamical quantities and check the first law of black holes thermodynamics.

PACS No. 04

مقدمه

گرانش اینشتین قادر به توصیف بعضی از مشاهدات فرا منظومه شمسی از قبیل مشاهدات ابرنواخترهای نوع Ia (Supernova) [1] نبود. همچنین این نظریه دارای محدودیت‌هایی از قبیل عدم پاسخگویی در مورد شرایط اولیه کیهان و به طور کلی عدم توضیح رژیم‌های قوی گرانشی می‌باشد. از اینرو گرانش اینشتین نیاز به تصحیح دارد و این اصلاح به عنوان نمونه با اضافه کردن یک میدان نرده‌ای در گرانش‌های دیلاتونی و یا مشتقات بالاتر انحنا در گرانش لاولاک صورت می‌گیرد. در بین نظریه‌های مختلف، میدان‌های دیلاتونی به دلیل ریشه در نظریه‌ی ریسمان علاقمندان بیشتری دارد. نظریه پردازان مدلی برای ماده تاریک دارند که بر طبق آن ممکن است ماده تاریک از نوع غیرباریونی باشد [2]. برای این نوع ماده تاریک سه مدل وجود دارد، ماده تاریک سرد، ماده تاریک گرم و ماده تاریک داغ. در میان آنها مدل ماده تاریک سرد بیشترین توافق را با مشاهدات تجربی دارد. یکی از کاندیداهای پیشنهاد شده برای ماده تاریک سرد، میدان دیلاتون می‌باشد [3]. از سوی دیگر معروف‌ترین رهیافت برای پیدا کردن ماهیت انرژی تاریک، در نظر گرفتن میدان نرده‌ای است که مولد انرژی تاریک (کوئینتسنس) است در بعضی روش‌ها، دیلاتون را به عنوان عامل انبساط جهان، جفت شده با کوئینتسنس در نظر می‌گیرند [4].

اگرچه تقارن لورنتز یکی از مهمترین تقارن‌ها در طبیعت است، نشانه‌هایی از روش‌های متفاوت برای به دست آوردن گرانش کوانتومی وجود دارد که نشان دهنده‌ی آن است که در حد فرابنفش ممکن است این تقارن شکسته شود [5]. با شکسته شدن تقارن لورنتز انتظار می‌رود که رابطه‌ی پراکندگی انرژی–تکانه نیز در حد فرابنفش تغییر یابد. این تغییر در رابطه‌ی پراکندگی انرژی–تکانه باعث گسترش نسبیت خاص دوگانه شده است. بدین معنا که علاوه بر حد بالای سرعت نور، حد بالای برای انرژی که ذرات

می‌توانند کسب کنند وجود دارد که انرژی پلانک است. بسط نظریه نسبیت خاص دوگانه به فضازمان خمیده به عنوان گرانش رنگین کمانی شناخته می‌شود.

در این مقاله، ابتدا با در نظر گرفتن گرانش رنگین کمانی و در حضور میدان‌های ماکسولی و دیلاتونی برای فضازمان (3+1)-بعدی، جواب‌های سیاهچاله‌ای را به دست می‌آوریم. سپس به بررسی کمیت‌های ترمودینامیکی خواهیم پرداخت و در نهایت قانون اول ترمودینامیک را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

معادلات میدان

کنش (3+1)-بعدی گرانش دیلاتون در حضور میدان ماکسول به صورت زیر می‌باشد

$$I_G=\frac{1}{16\pi}\int_{\mathcal{M}}d^4x\sqrt{-g}\left[R-2(\nabla\phi)^2-V(\phi)-e^{-2\alpha\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}\right],\quad (1)$$

که در آن R تانسور ریچی، ϕ میدان دیلاتونی، $V(\phi)$ پتانسیل برای ϕ می‌باشد. همچنین $F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu$ تانسور الکترومغناطیسی و A_μ پتانسیل پیمانه‌ای است.

با وردش کنش نسبت به $g_{\mu\nu}$ (تانسور متریک)، میدان دیلاتونی ϕ و پتانسیل پیمانه‌ای، معادلات میدان به صورت زیر به دست می آیند

$$\begin{aligned}R_{\mu\nu}&=2\left(\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi+\frac{1}{4}g_{\mu\nu}V(\phi)\right)\\&+2e^{-2\alpha\phi}\left(F_{\mu\eta}F_\nu^{\eta}-\frac{1}{4}g_{\mu\nu}F_{\lambda\eta}F^{\lambda\eta}\right),\end{aligned}\quad (2)$$

$$\nabla^2\phi=\frac{1}{4}\frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi}-\frac{\alpha}{2}e^{-2\alpha\phi}F_{\lambda\eta}F^{\lambda\eta},\quad (3)$$

$$\nabla_\mu\left(e^{-2\alpha\phi}F^{\mu\nu}\right)=0,\quad (4)$$

اکنون یک متریک متقارن کروی برای فضازمان 4-بعدی به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$\begin{aligned}ds^2&=-\frac{\psi(r)}{f(E)^2}dt^2\\&+\frac{1}{g(E)^2}\left[\frac{dr^2}{\psi(r)}+r^2R(r)^2d\Omega_k^2\right],\end{aligned}\quad (5)$$

که در آن $d\Omega_k^2$ به صورت زیر است

$$d\Omega_k^2=\begin{cases}d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2 & k=1\\ d\theta^2+\sinh^2\theta d\varphi^2 & k=-1,\\ d\theta^2+d\varphi^2 & k=0\end{cases}\quad (6)$$

که $g(E)$ و $f(E)$ توابع رنگین کمانی می‌باشد. با در نظر گرفتن پتانسیل پیمانه‌ای به صورت $A_\mu=h(r)\delta_\mu^0$ و با استفاده از معادله‌ی (4) و متریک (5)، خواهیم داشت

$$\begin{aligned}&2E(r)\left[R(r)+rR'(r)-\alpha rR(r)\phi'(r)\right]\\&+rR(r)E'(r)=0,\end{aligned}\quad (7)$$

که پریم بیانگر مشتق مرتبه اول نسبت به r است. با در نظر گرفتن معادله (7)، تانسور میدان الکترومغناطیسی به صورت زیر حاصل می‌شود

$$F_{tr}=\frac{qe^{2\alpha\phi}}{r^2R(r)},\quad (8)$$

لازم به ذکر است که با برابر قرار دادن $\alpha=0$ در معادله‌ی بالا، تانسور میدان الکترومغناطیسی به تانسور شناخته شده در گرانش اینشتین-ماکسول تبدیل می‌شود. به عبارت دیگر با برابر قرار دادن $\alpha=0$ اثر دیلاتون حذف می‌شود.

به منظور یافتن تابع متریک ($\psi(r)$)، از پتانسیل لیوویل تصحیح شده‌ی زیر استفاده می‌کنیم

$$V(\phi)=\frac{2\alpha^2k}{b^2\Gamma_{-1,1}}g(E)^2e^{\frac{2\phi}{\alpha}}+2\Lambda e^{2\alpha\phi},\quad (9)$$

که در رابطه‌ی بالا $\Gamma_{i,j}=i+j\alpha^2$ و Λ ثابت کیهان شناسی می‌باشد. لازم به ذکر است که برای حالت $g(E)^2=f(E)^2=1$ پتاسیل فوق به پتانسیل لیوویل مورد استفاده در گرانش دیلاتون-ماکسول تبدیل می‌شود [6]

$$\underset{g(E)^2=f(E)^2\to 1}{V(\phi)}=\frac{2\alpha^2k}{b^2\Gamma_{-1,1}}e^{2\phi/\alpha}+2\Lambda e^{2\alpha\phi},\quad (10)$$

با در نظر گرفتن یک انتخاب برای تابع $R(r)$ به صورت زیر [7]

$$R(r)=e^{\alpha\phi(r)},\quad (11)$$

و با استفاده از معادلات (2)، (4) و با متریک معرفی شده، تابع متریک و میدان دیلاتونی به صورت زیر حاصل می‌شوند

$$\psi(r) = -\frac{\Gamma_{1,1}}{\Gamma_{-1,1}}\left(\frac{b}{r}\right)^{-2\gamma}k + \frac{\Gamma^{2}_{1,1}\Lambda r^{2}}{g(E)^{2}\Gamma_{-3,1}}\left(\frac{b}{r}\right)^{2\gamma} - \frac{m}{r^{\frac{\Gamma_{1,-1}}{\Gamma_{1,1}}}} + \frac{q^{2}\Gamma_{1,1} f(E)^{2}}{r^{2}}\left(\frac{b}{r}\right)^{-2\gamma}, \tag{12}$$

$$\phi(r) = \frac{\alpha}{\Gamma_{1,1}}\ln\left(\frac{b}{r}\right), \tag{13}$$

در معادلات بالا، b ثابت انتگرال گیری است و $\gamma = \frac{\alpha^2}{\Gamma_{1,1}}$ می‌باشد. m ثابت انتگرال گیری و مربوط به جرم سیاه‌چاله است. برای بررسی بیشتر جواب‌ها، حالت حدی آنها را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، بنابراین با در نظر گرفتن $\alpha = \gamma = 0$، جواب‌های به دست آمده در گرانش رنگین کمانی با میدان ماکسول را نتیجه می‌دهد که به صورت زیر می‌باشد [8]

$$\psi(r) = k - \frac{m}{r} - \frac{\Lambda r^{2}}{3g(E)^{2}} + \frac{q^{2} f(E)^{2}}{r^{2}}, \tag{14}$$

با قرار دادن $g(E)^2 = f(E)^2 = 1$، جواب‌های گرانش اینشتین-ماکسول را نتیجه می‌دهد.

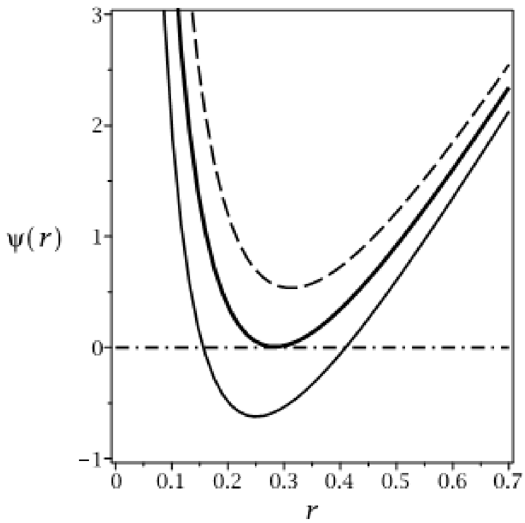
خصوصیات هندسی جواب‌ها

برای بررسی ویژگی‌های هندسی جواب‌ها، اسکالر کریشمان را محاسبه می‌کنیم.
با استفاده از متریک (5) و با تابع متریک (12)، اسکالر کریشمان به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\lim_{r\to 0} R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} \propto r^{\frac{-4(2+\alpha^2)}{1+\alpha^2}}, \tag{15}$$

$$\lim_{r\to \infty} R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{12\Lambda\left(\alpha^4 - 2\alpha^2 + 2\right)}{\left(3-\alpha^2\right)^2}\left(\frac{b}{r}\right)^{\frac{4\alpha^2}{1+\alpha^2}}, \tag{16}$$

رابطه‌ی (15) نشان می‌دهد که با یک تکینگی اساسی در مبدأ ($r = 0$) روبرو می‌شویم. در حالیکه معادله‌ی (16) نشان می‌دهد که برای α غیر صفر، رفتار مجانبی جواب‌ها (آنتی) دوسته نمی‌باشد. برای بررسی این که آیا این تکینگی بوسیله‌ی افقی پوشانده می‌شود، شکل تابع (12) را رسم می‌کنیم. شکل (1) نشان می‌دهد که این تکینگی می‌تواند توسط افق رویداد پوشانده شود، بنابراین می‌توانیم این تکینگی را به عنوان یک سیاهچاله تعبیر کنیم. همان طور که در شکل (1) دیده می‌شود، با تنظیم کمیت‌های متفاوت می‌توان به سیاهچاله‌هایی با دو افق (افق‌های درونی (افق کوشی) و بیرونی (افق رویداد))، یک افق (اکسترمم) و یا تکینگی عریان دست یافت.



شکل (1): $\psi(r)$ **بر حسب** r **برای** $\alpha = 0.9$، $b = 1.2$، $\Lambda = -0.5$، $m = 5$، $k = 1$، $q = 0.68$، $g(E)^2 = 1$ **و** $f(E)^2 = 0.80$ **(خط چین)**، $f(E)^2 = 1.05$ **(نقطه پررنگ) و** $f(E)^2 = 1.20$ **(خط پیوسته).**

بررسی کمیت‌های پایا و قانون اول ترمودینامیک

حال به بررسی کمیت‌های پایا و ترمودینامیکی جواب‌های به دست آمده می‌پردازیم. ابتدا با استفاده از مفهوم گرانش سطحی، دمای این دسته از سیاهچاله‌ها را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$T_{+} = -\frac{g(E)\Gamma_{1,1}\left(\frac{b}{r_+}\right)^{2\gamma}}{4\pi r_+^{3} f(E)\Gamma_{-1,1}}\left[\frac{\Gamma_{1,1}\Lambda r_+^{4}}{g(E)^{3} f(E)\Gamma_{-3,1}} + \left(q^{2} f(E)^{2}\Gamma_{-1,1} + k r_+^{2}\right)\left(\frac{b}{r_+}\right)^{-4\gamma}\right], \tag{17}$$

با استفاده از قانون گاوس، بار این سیاهچاله‌ها در حضور این میدان الکترومغناطیس ماکسول، به صورت زیر داده می شود

$$Q = \frac{q f(E)}{4\pi g(E)}, \tag{18}$$

پتانسیل الکتریکی سیاهچاله بر روی افق رویداد نسبت به بی‌نهایت محاسبه می‌شود که برای این میدان‌ها به زیر به دست می‌آید

$$U(\mathrm{r})=A_{\mu}\chi^{\mu}\Big|_{r=r_{\infty}}-A_{\mu}\chi^{\mu}\Big|_{r=r_{+}}=\frac{q}{r_{+}}. \tag{19}$$

آنتروپی جواب‌های به دست آمده را با استفاده از قانون مساحت به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$S=\frac{r_{+}^{2}}{4g\left(E\right)^{2}}\left(\frac{b}{r_{+}}\right)^{2\gamma}. \tag{20}$$

در نهایت، جرم ADM این دسته از سیاه‌چاله‌ها را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$M=\frac{b^{2\gamma}}{8\pi g\left(E\right)f\left(E\right)\Gamma_{1,1}}\mathrm{m}. \tag{21}$$

با استفاده از کمیت‌های پایا به دست آمده، به بررسی قانون اول ترمودینامیک می‌پردازیم. برای این منظور، جرم ADM را بر حسب کمیت‌های ترمودینامیکی S و Q بازنویسی می‌کنیم. در نتیجه به رابطه‌ی زیر دست می‌یابیم

$$M\left(S,Q\right)=\frac{A\,bB^{\Gamma_{1,-1}/2}}{8\pi\Gamma_{-3,1}\Gamma_{-1,1}g\left(E\right)f\left(E\right)S}, \tag{22}$$

که A و B به صورت زیر می‌باشند

$$B=\frac{4Sg\left(E\right)^{2}}{b^{2}}, \tag{23}$$

$$\begin{aligned}A=&\left[4Q^{2}\pi^{2}\Gamma_{-1,1}B^{-\alpha^{2}}-kS\right]\Gamma_{-3,1}B^{\alpha^{2}}\\&+4S^{2}\Lambda\Gamma_{1,1}\Gamma_{-1,1},\end{aligned} \tag{24}$$

دما و پتانسیل الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$T=\left(\frac{\partial M}{\partial S}\right)_{Q}, \tag{25}$$

$$U=\left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_{S}, \tag{26}$$

با استفاده از روابط (25)، (26) و (22)، قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$dM=\left(\frac{\partial M}{\partial S}\right)_{Q}dS+\left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_{S}dQ. \tag{27}$$

نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی جواب‌های تحلیلی گرانش رنگین کمانی در حضور میدان‌های ماکسولی و دیلاتونی پرداختیم.

محاسبات مربوط به اسکالر کریشمان نشان داد که این جواب‌ها در $r=0$ تکینگی دارند و این تکینگی توسط افق رویداد پوشیده می‌شود. همان طور که از نمودارهای رسم شده دیده شد، این تکینگی ممکن است توسط دو افق (افق‌های درونی (افق کوشی) و بیرونی (افق رویداد))، یک افق (اکسترمم) و یا تکینگی عریان پوشانده شده باشند.

با در نظر گرفتن این گرانش به بررسی کمیت‌های ترمودینامیکی پرداختیم. یکی از نتایج جالب به دست آمده در این مقاله مربوط است به اثرات توابع رنگین کمانی بر روی کمیت‌های ترمودینامیکی. به عبارت دیگر، توابع رنگین کمانی بر روی دما، بار، آنتروپی و جرم کل تاثیر می‌گذارد. همچنین نشان دادیم که این کمیت‌های ترمودینامیکی قانون اول ترمودینامیک را ارضا می‌کنند.

مراجع

[1] S. Perlmutter et al., Astrophys. J. **517**, 565 (1999);
S. Perlmutter, M. S. Turnerand M. White, Phys. Rev. Lett. **83**, 670 (1999).
[2] R. Dick, [arXiv:hep-th/9609190].
[3] Y. M. Cho, Phys. Rev. D **41**, 2462 (1900);
Y. M. Cho, Phys. Rev. D **47**, 3465 (1993).
[4] Z. G. Huangh, H. Q. Lu and W. Fang, Phys. Rev. D **16**, 1109 (2007);
Z. G. Huangh and X. M. Song, Astrophys. Space Sci. **315**, 175 (2008).
[5] R. Iengo, J. G. Russo and M. Serone, JHEP **11**, 020 (2009).
[6] K. C. K. Chan, J. H. Horne and R. B. Mann, Nucl. Phys. B **447**, 441 (1995);
S. S. Yazadjiev, Class. Quant. Gravit. **22**, 3875 (2005).
[7] M. H. Dehghani and N. Farhangkhah, Phys. Rev. D **71**, 044008 (2005).
[8] S. H. Hendi, S. Panahiyan, B. Eslam Panah and M. Momennia, submitted for publication.

رسانندگی هولوگرافیک سیاهچاله های لیفشیتز دیلاتونی با میدان الکترودینامیک غیر خطی نمایی

کردزنگنه، مهدی[۱] ؛ ده یادگاری، امین[۱] ؛ شیخی، احمد[۱و۲] ؛ دهقانی، محمدحسین[۱و۲]

[۱] *بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز ، شیراز*

[۲] *قطب علمی نجوم واخترفیزیک ایران*

چکیده

در این مقاله ابتدا ضمن معرفی کنش گرانش اینشتین جفت شده با دیلاتون و میدان الکترودینامیک نمایی در $(n+1)$ – بعد، با وردش این کنش معادلات میدان بدست آمده است. سپس به حل جواب های سیاهچاله ای لیفشیتز پرداخته شده است. بعد از آن با محاسبه جرم، دما، آنتروپی و بار، ترمودینامیک این سیاهچاله ها مورد بررسی قرارگرفته است. در انتها با اعمال دوگانی پیمانه/گرانش رفتار رسانندگی برای یک سیستم (۲+۱)-بعدی که میتواند یک گرافن در نظر گرفته شود مطالعه شده است.

Holographic conductivity of Lifshitz dilaton black holes with exponential nonlinear electrodynamics

Kord Zangeneh, Mahdi[1]; Dehyadegari, Amin[1]; Sheykhi, Ahmad[1,2]; Dehghani, Mohammad Hossein[1,2]

[1] *Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University, Shiraz*
[2] *Center for Excellence in Astronomy and Astrophysics of Iran (CEAAI)*

Abstract

In this paper, first, the $(n+1)$-dimensional action of Einstein gravity coupled to a dilaton and exponential nonlinear electrodynamics field is introduced and field equations are obtained. Next, Lifshitz black hole solutions are presented. Calculating mass, entropy, temperature and charge, thermodynamics of these solutions is studied. Finally, by applying gauge/gravity duality the behavior of conductivity of an $(2+1)$-dimensional system which can be regarded as graphen is investigated.

مقدمه

حدس دوگانی گرانش و نظریات میدان که اولین بار توسط مالداسنا در سال ۱۹۹۷ ارائه شد [۱] ، امروزه با ارائه شدن مثالهای زیادی که همگی درستی آن را تایید می کنند به یک باور برای فیزیکدانان تبدیل شده است. طبیعی ترین جوابهای گرانش که در این دوگانی می توانند در نظر گرفته شوند سیاهچاله ها هستند چرا که می توان به آن ترمودینامیکی معادل ترمودینامیک نظریه میدان نسبت داد. حدس دوگانی بیان می دارد که تابع پارش نظریه میدان در مرز با تابع پارش گرانش در بالک برابر هستند و این کمک می کند که در مواردی که تابع پارش نظریه میدان به سادگی یا بطور کلی قابل محاسبه نیست (که موارد مهمی را به عنوان نمونه در فیزیک ذرات بنیادی و حالت جامد شامل می شود) بتوان کمیت های فیزیکی مربوط به آن را محاسبه نمود. یکی از این کمیتهای مورد اهمیت رسانندگی است که رفتار آن بستگی بسیار زیادی به نوع مدل الکترودینامیکی انتخابی دارد.

هدف اصلی ما در این مقاله مطالعه رفتار رسانندگی برای یک سیستم (۲+۱) – بعدی مانند گرافن است که دارای تقارن لیفشیتز

$$t \to \lambda^z t, \qquad \vec{\mathbf{x}} \to \lambda \vec{\mathbf{x}}.$$

باشد. مدل الکترودینامیکی انتخابی ما مدل نمایی است[۲]، از آنجاییکه جواب سیاهچاله ای دوگان می بایست دارای ترمودینامیک باشد، ما پس از بدست آوردن جوابهای سیاهچاله ای توپولوژیک ابتدا به بررسی برقراری قانون اول ترمودینامیک پرداخته و سپس به مطالعه رسانندگی می پردازیم.

معادلات میدان و جوابها

کنش $(n+1)$-بعدی گرانش اینشتین-دیلاتون در حضور دو میدان ماکسول خطی و یک میدان الکترودینامیکی نمایی می توان به شکل زیر نوشت:

$$S=\int_{\mathcal{M}} d^{n+1}x\mathcal{L}, \qquad (1)$$

$$\mathcal{L}=\frac{\sqrt{-g}}{16\pi}\Big(\mathcal{R}-\frac{4}{n-1}(\nabla\Phi)^2-2\Lambda+L(F,\Phi)-\sum_{i=1}^{2}e^{-4/(n-1)\lambda_i\Phi}H_i\Big),$$

که در آن

$$L(F,\Phi)=4\beta^2e^{4\lambda_1\Phi/(n-1)}\left[\exp\left(\frac{-e^{-8\lambda_1\Phi/(n-1)}F}{4\beta^2}\right)-1\right]. \qquad (2)$$

که در آن $\mathcal{R}$ اسکالر ریچی و Φ میدان دیلاتونی است و $F=F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ و $H_i=(H_i)_{\mu\nu}(H_i)^{\mu\nu}$ هستند که در آنها $F_{\mu\nu}=\partial_{[\mu}A_{\nu]}$ و $(H_i)_{\mu\nu}=\partial_{[\mu}(B_i)_{\nu]}$ می باشند که A_ν و $(B_i)_\nu$ پتانسیل های الکترومغناطیسی هستند. λ_i، Λ و β نیز ثابت هایی هستند. با وردش کنش نسبت به $g_{\mu\nu}$، Φ، A_ν و $(B_i)_\nu$ معادلات میدان به شکل زیر بدست می آیند:

$$\mathcal{R}_{\mu\nu}=\frac{g_{\mu\nu}}{n-1}\Big\{2\Lambda+2L_FF-L(F,\Phi)-\sum_{i=1}^{2}H_ie^{-4\lambda_i\Phi/(n-1)}\Big\}+\frac{4}{n-1}\partial_\mu\Phi\,\partial_\nu\Phi-2L_FF_{\mu\lambda}F_\nu{}^{\lambda}+2\sum_{i=1}^{2}e^{-4\lambda_i\Phi/(n-1)}(H_i)_{\mu\lambda}(H_i)_\nu{}^{\lambda}, \qquad (3)$$

$$\nabla^2\Phi+\frac{n-1}{8}L_\Phi+\sum_{i=1}^{2}\frac{\lambda_i}{2}e^{-4\lambda_i\Phi/(n-1)}H_i=0, \qquad (4)$$

$$\nabla_\mu(L_FF^{\mu\nu})=0, \qquad (5)$$

$$\nabla_\mu\big(e^{-4\lambda_i\Phi/(n-1)}(H_i)^{\mu\nu}\big)=0, \qquad (6)$$

که در آنها $X_Y=\partial X/\partial Y$ است.

ما مایل به یافتن جوابهای توپولوژیک لیفشیتز ایستا برای معادلات میدان فوق هستیم. کلی ترین شکل چنین متریکی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$ds^2=-\frac{r^{2z}f(r)}{l^{2z}}dt^2+\frac{l^2dr^2}{r^2f(r)}+r^2d\Omega_{n-1}^2, \qquad (7)$$

که در آن $z\geq 1$ نمای بحرانی پویا و $d\Omega_{n-1}^2$ ابررویه ای با ثابت انحنای $(n-1)(n-2)k$ که $k=0,1,-1$ و دارای حجم ω_{n-1} است. همچنین $f(r)\to 1$ اگر $r\to\infty$.

می توان از معادلات (۵) و (۶) مستقیما انتگرالگیری کرده و جوابهایی به شکل زیر بدست آورد:

$$F_{rt}=\frac{qe^{4\lambda_1\Phi/(n-1)}}{r^{n-z}}\exp\left[-\frac{1}{2}L_W(\rho)\right], \qquad (8)$$

$$(H_i)_{rt}=\frac{q_ie^{4\lambda_i\Phi/(n-1)}}{r^{n-z}}, \qquad (9)$$

که در آنها $\rho\equiv q^2l^{2z-2}/(\beta^2r^{2n-2})$ و $L_W(x)=\mathrm{Lambert}W(x)$ تابع لمبرت است. اکنون می توانیم جوابهای $f(r)$ و $\Phi(r)$ معادلات میدان را به شکل زیر بدست آوریم

$$\Phi(r)=\frac{(n-1)\sqrt{z-1}}{2}\ln\left(\frac{r}{b}\right), \qquad (10)$$

$$f(r)=1-\frac{m}{r^{n+z-1}}+\frac{(n-2)^2kl^2}{(n+z-3)^2r^2}-\frac{4\beta^2l^2b^{2z-2}}{(n-1)(n-z+1)r^{2z-2}}+\frac{4\beta^2l^2b^{2z-2}}{(n-1)r^{n+z-1}}\left(\frac{q^2l^{2z-2}}{\beta^2L_W(\rho)}\right)^{(n-z+1)/(2n-2)}\times\left\{\frac{L_W^2(\rho)}{3n+z-5}\mathbf{F}\left(\frac{3n+z-5}{2n-2},\frac{5n+z-7}{2n-2},\frac{z-2}{2n-2}L_W(\rho)\right)+\frac{1}{n-z+1}\mathbf{F}\left(\frac{z-n-1}{2n-2},\frac{z+n-3}{2n-2},\frac{z-2}{2n-2}L_W(\rho)\right)\right\}. \qquad (11)$$

که در آن $\mathbf{F}(x,y,z)$ تابع هندسی می باشد و ثابتها به منظور ارضای کامل معادلات میدان به شکل زیر تنظیم شده اند:

$$\lambda_1=-\sqrt{z-1},\ \lambda_2=\frac{n-1}{\sqrt{z-1}},\ \lambda_3=\frac{n-2}{\sqrt{z-1}},$$

$$q_1^2=\frac{(n+z-1)(z-1)b^{2(n-1)}}{2l^{2z}},$$

$$q_2^2=\frac{k(n-1)(n-2)(z-1)b^{2(n-2)}}{2(z+n-3)l^{2(z-1)}},$$

$$\Lambda=-\frac{(n+z-1)(n+z-2)}{2l^2}. \qquad (12)$$

این نکته شایان ذکر است که بازای $z=1$، $\Lambda=-n(n-1)/2l^2$ می شود که برای حالت آنتی دسیتر شناخته شده است. همچنین در حالت $k=-1$ بار q_2 موهومی

می شود که به همین دلیل این حالت را در ادامه بررسی نمی کنیم. نکته دیگر اینکه $f(r)$ در حد β های بزرگ که الکترودینامیک غیرخطی نمایی به ماکسول خطی تقلیل می یابد، همانطور که انتظار داریم نتیجه میدان ماکسول خطی را بازتولید می کند[۳]:

$$f(r) = 1 - \frac{m}{r^{n+z-1}} + \frac{(n-2)^2 k l^2}{(n+z-3)^2 r^2} + \frac{2 q^2 b^{2z-2} l^{2z}}{(n-1)(n+z-3) r^{2n+2z-4}} - \frac{q^4 b^{2z-2} l^{4z-2}}{2(n-1)(3n+z-5)\beta^2 r^{4n+2z-6}} + O\left(\frac{1}{\beta^4}\right). \qquad (13)$$

ترمودینامیک سیاهچاله های لیفشیتز

ابتدا دمای هاوگینگ را محاسبه کنیم که به شکل زیر در می آید:

$$T = \frac{r_+^{z+1} f'(r_+)}{4\pi l^{z+1}} = \frac{(n+z-1) r_+^z}{4\pi l^{z+1}} + \frac{(n-2)^2 k l^{1-z}}{4\pi (n+z-3) r_+^{2-z}} - \frac{2\beta^2 l^{1-z} b^{2z-2}}{\pi (n-1) r_+^{z-2}} \left[\frac{1}{2} + \frac{q l^{z-1}}{2\beta r_+^{n-1}} \left(\sqrt{L_W(\rho_+)} - \frac{1}{\sqrt{L_W(\rho_+)}}\right)\right]. \qquad (14)$$

با استفاده از روش ارائه شده در مرجع [۴] می توان جرم به ازای واحد حجم را به شکل زیر محاسبه کرد:

$$M = \frac{(n-1) m}{16\pi l^{z+1}}, \qquad (15)$$

همچنین آنتروپی را با استفاده از تعریف استاندارد آن بصورت یک چهارم سطح افق رویداد می توان به ازای واحد حجم به شکل زیر بدست آورد:

$$s = \frac{r_+^{n-1}}{4}. \qquad (16)$$

بار را نیز با استفاده از قانون گاوس می توان به شکل زیر محاسبه کرد:

$$Q = \frac{q l^{z-1}}{4\pi}. \qquad (17)$$

با استفاده از تعریف پتانسیل الکتریکی به شکل:

$$U = A_\mu \chi^\mu \big|_{r\to\infty} - A_\mu \chi^\mu \big|_{r=r_+}, \qquad (18)$$

که در آن $\chi = \partial_t$ عبارتست از مولد پوچ افق، می توان پتانسیل الکتریکی را محاسبه نمود:

$$U = q b^{2z-2} \left(\frac{q^2 l^{2z-2}}{\beta^2 L_W(\rho_+)}\right)^{(3-n-z)/(2n-2)} \left\{\frac{L_W(\rho_+)}{3n+z-5} \mathbf{F}\left(\frac{3n+z-5}{2n-2}, \frac{5n+z-7}{2n-2}, \frac{z-2}{2n-2} L_W(\rho_+)\right) + \frac{1}{n+z-3} \mathbf{F}\left(\frac{n+z-3}{2n-2}, \frac{3n+z-5}{2n-2}, \frac{z-2}{2n-2} L_W(\rho_+)\right)\right\}. \qquad (19)$$

با استفاده از آنچه در بالا بدست آورده ایم و همچنین محاسبه m از $f(r_+) = 0$ می توان جرم را برحسب بار و آنتروپی به شکل زیر بدست آورد:

$$M(s,Q) = \frac{(n-1)(4s)^{(n+z-1)/(n-1)}}{16\pi l^{z+1}} + \frac{(n-1)(n-2)^2 k (4s)^{(n+z-3)/(n-1)}}{16\pi l^{z-1} (n+z-3)^2} - \frac{\beta^2 b^{2z-2} (4s)^{(n-z+1)/(n-1)} \Pi}{2\pi l^{z-1} (n-z+1)}, \qquad (19)$$

که در آن

$$\Pi = \frac{1}{2} - \frac{(n-z+1)}{2(4s)^{(n-z+1)/(n-1)}} \left(\frac{16\pi^2 Q^2}{\beta^2 L_W(\zeta)}\right)^{(n-z+1)/(2n-2)} \times \left\{\frac{L_W(\zeta)^2}{3n+z-5} \mathbf{F}\left(\frac{3n+z-5}{2n-2}, \frac{5n+z-7}{2n-2}, \frac{z-2}{2n-2} L_W(\zeta)\right) + \frac{1}{n-z+1} \mathbf{F}\left(\frac{z-n-1}{2n-2}, \frac{n+z-3}{2n-2}, \frac{z-2}{2n-2} L_W(\zeta)\right)\right\},$$

و $\zeta = \pi^2 Q^2/(\beta^2 s^2)$. اکنون با در نظر گرفتن آنتروپی و بار به عنوان مجموعه کاملی از پارامترهای فزونور برای جرم $M(s,Q)$ و تعریف دما و پتانسیل الکتریکی به عنوان کمیتهای نافزونور متناظر به شکل:

$$T = \left(\frac{\partial M}{\partial s}\right)_Q \qquad \text{and} \qquad U = \left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_s. \qquad (20)$$

می توان نشان داد که دما و پتانسیل الکتریکی محاسبه شده با استفاده از روابط (۱۴) و (۱۹) با آنچه در (۲۰) بدست می آید مطابقت دارند. در نتیجه این کمیتهای ترمودینامیکی قانون اول ترمودینامیک را ارضا می کنند.

بررسی رفتار رسانندگی هولوگرافیک

در این قسمت هدف ما مطالعه رفتار رسانندگی هولوگرافیک با استفاده از دوگانی پیمانه/گرانش است. بدین منظور یک متریک تخت ۴-بعدی را در نظر می گیریم

$$ds^2 = -\frac{F(u) r_+^{4z}}{l^{2z} u^{2z}} dt^2 + \frac{l^2 du^2}{F(u) u^2} + \frac{r_+^4}{u^2}(dx_1^2 + dx_2^2), \qquad (21)$$

که با تعریف $u = r_+^2/r$ از متریک (۷) بدست می آید. افق در $u = r_+$ قرار دارد و نظریه میدان در $u = 0$ است. با اعمال اختلال های $g_{tx_1}(u) e^{-i\omega t}$ و $A_{x_1}(u) e^{-i\omega t}$ به دو معادله

اضافی در معادلات میدان خواهیم رسید که از ترکیب آنها یک معادله واجفتیده به شکل زیر بدست می آید

$$(1+L_W(\rho_u))A''_{x_1}(u)+\left[\frac{3(1-z)}{u}+\frac{5-3z}{u}L_W(\rho_u)+\frac{f'(u)}{f(u)}(1+L_W(\rho_u))\right]A'_{x_1}(u)+\frac{l^{2z+2}u^{2z-2}}{r_+^{4z}f(u)^2}(1+L_W(\rho_u))\left(\omega^2-\frac{4q\beta b^{2z-2}f(u)}{l^{z+1}}\sqrt{L_W(\rho_u)}\right)A_{x_1}(u)=0 \qquad (۲۲)$$

که در آن $\rho_u=q^2l^{2z-2}u^4/r_+^8\beta^2$. در نزدیکی مرز $u=0$ معادله بالا به

$$A''_{x_1}(u)+\frac{3(1-z)}{u}A'_{x_1}(u)+\cdots=0, \qquad (۲۳)$$

تقلیل می یابد که جواب آن به شکل زیر است.

$$A_{x_1}(u)=A^0+A^1u^{3z-2}+\cdots, \qquad (۲۴)$$

که در آن A^0 و A^1 ثابتهای انتگرالگیری هستند. با استفاده از روش ارائه شده در مرجع [۵]، می توانیم رسانندگی را به صورت زیر محاسبه کنیم

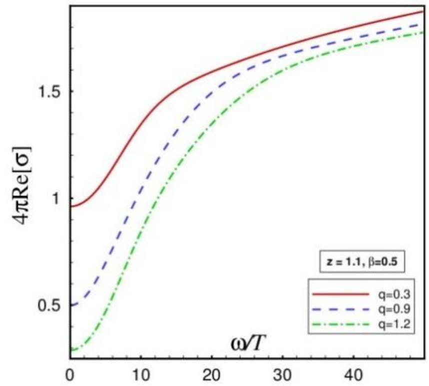
$$\sigma=\begin{cases}\frac{(3z-2)r_+^{6z-4}A^1}{4\pi i\omega b^{2z-2}l^{z+1}A^0}, & \text{for} z<3\\ \frac{(3z-2)r_+^{6z-4}A^1}{4\pi i\omega b^{2z-2}l^{z+1}A^0}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{l^z\omega A^0r_+^{2z-6}}{\beta b^{2z-2}}\right)^2\right], & \text{for} z=3\\ 0, & \text{for} z>3\end{cases} \qquad (۲۵)$$

به منظور رسم رفتار رسانندگی می بایست معادله دیفرانسیل (۲۲) را حل کنیم برای این کار نیاز به شرایط اولیه است. با تعریف

$$A_{x_1}(u)=f(u)^{-i4\pi\omega/T}S(u), \qquad (۲۶)$$

در نزدیکی افق بطوریکه $S(u)=1+a(u-r_+)+b(u-r_+)^2+\cdots$، نوسانات را بمنظور پایداری عددی حذف می کنیم. در رابطه (۲۶) شرط مرزی ingoing نیز اعمال شده است. ضرایب a، b و... با استفاده از بسط تیلور معادله دیفرانسیل (۲۲) می توانند محاسبه شده و بعنوان شرایط اولیه در نظر گرفته شوند.

با روش ارائه شده در بالا می توانیم رفتار رسانندگی را رسم کنیم. در شکل ۱ قسمت حقیقی رسانندگی بازای $z=1.1$ بر حسب نسبت فرکانس به دما رسم شده است. رفتار مشابهی برای رسانندگی نوری گرافن تک لایه ای که در نتیجه نوردهی توسط پلاسمای اکسیژن بوجود آمده است اخیرا در مرجع [۶] گزارش شده است.



شکل ۱: رفتار قسمت حقیقی رسانندگی بر حسب نسبت فرکانس به دما برای $z=1.1$ با $l=b=r_+=1$

خلاصه و نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی جوابهای سیاهچاله ای توپولوژیک ایستای لیفشیتز در چارچوب گرانش دیلاتونی اینشتین با منبع الکترومغناطیسی غیرخطی نمایی پرداختیم. با محاسبه ثابتهای مدل بطوریکه معادلات میدان ارضا شود، نشان دادیم نمی توانیم سیاهچاله هایی با افق هذلولوی داشته باشیم. سپس با محاسبه جرم، آنتروپی، بار، پتانسیل الکتریکی و دما به تحقیق برقراری قانون اول ترمودینامیک پرداختیم و مشاهده کردیم که این قانون ارضا می شود. در انتها با اعمال دوگانی گرانش/پیمانه به محاسبه رسانندگی برای یک سیستم (۲+۱)-بعدی مانند گرافن پرداختیم و نشان دادیم رفتار رسانندگی بدست آمده با رفتار رسانندگی نوری گرافنی که توسط پلاسمای اکسیژن نوردهی شده است، همخوانی دارد.

مرجع ها

[۱] J. M. Maldacena, Adv. Theor. Math. Phys. ۲, ۲۳۱ (۱۹۹۸).
[۲] S. H. Hendi, JHEP, ۱۲۰۳, ۰٦٥ (۲۰۱۲).
[۳] M. Kord Zangeneh, A. Sheykhi and M. H. Dehghani, Phys. Rev. D ۹۲, ۰۲٤۰٥۰ (۲۰۱٥).
[۴] S. H. Hendi, A. Sheykhi and M. H. Dehghani, Eur. Phys. J. C ۷۰, ۷۰۳ (۲۰۱۰).
[۵] S. A. Hartnoll, Class. Quant. Grav. ۲٦, ۲۲٤۰۰۲ (۲۰۰۹).
[۶] I. Santoso, R. S. Singh, P. K. Gogoi, T. C. Asmara, D. Wei, W. Chen, A. T. S. Wee, V. M. Pereira and A. Rusydi, Phys. Rev. B ۸۹, ۰۷٥۱۳٤ (۲۰۱٤).

متریک سیاه چاله برای هندسه هایی که تقارن آنها به صورت فرامقیاس می شکند

[۱] ابراهیم، هاجر؛ [۲] زاهدی، نجمه الصباح

[۱] دانشکده ی فیزیک، دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگرشمالی، تهران

[۲] دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی

چکیده

در این مقاله ابتدا نگاهی به فضا-زمان هایی که تقارن آن ها به صورت فرا مقیاس[1] می شکند خواهیم داشت و سپس به یافتن متریک سیاه چاله ی مربوط به چنین فضا-زمان هایی می پردازیم. چنین متریکی می تواند برای مطالعه گذار فاز بین پس زمینه ی گرمایی و سیاه چاله ها در چنین هندسه هایی استفاده شود که به گذار فاز هاوکینگ-پیج در نظریه های میدان دوگان آن ها شباهت دارد.

Black hole metric for geometries with hyperscaling violating factor

[1]Ebrahim, Hajar;[2] Zahedi, Najmeh Sabah

[1]Department of Physics, University of Tehran, Tehran,
[2]Islamic Azad University Central Tehran Branch,

Abstract

In this article, we will reviwe spacetimes with hyperscaling violating factor. then we will find black hole metric for these kinds of geometries. Such metric can be used to study phase transition between thermal back ground and black holes in such geometries wich resembles Hawking-Page phase transition in the dual field theories.

مقدمه

تناظر[2] *AdS/CFT* *[1]* یا به معنای عمومی تر آن دوگانی[3]نظریه میدان/گرانش، در سال های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است. یکی از دلایل گسترش آن دوگانی بین گرانش کلاسیک و نظریه ی میدان با کوپل شدگی قوی، برای مطالعه ی سیستم های مختلف ذرات بنیادی و یا ماده ی چگال که دارای کوپل شدگی قوی و یا همپوشانی قوی هستند می باشد. با الهام از تناظر *AdS/CFT* مدل های گرانشی برای سیستم های ماده چگالی با تقارن ناهمسانگرد[4]

1-Hyperscaling
2- Correspondence
3-Duality
4-*Anisotropic scaling*

یافت شده است *[2]* که از آن جمله می توان سیستمهایی با نقاط ثابت شبه لیفشیتز[5] را نام برد که تقارن مقیاس در آن ها به صورت مقابل است: $t \to \lambda^z t \quad , \quad \vec{x} \to \lambda \vec{x}$

در سال ۱۹۸۳ گذار فازی بین AdS گرمایی[6] و سیاه چاله های مجانباً AdS توسط هاوکینگ و پیج بررسی شد *[3]*. **اخیراً** در مقاله ای با ا ستفاده از تئوری گرانشی دوگان سیستم های ماده چگال با نقاط ثابت شبه لیفشیتز، گذار فاز هاوکینگ-پیج برای فضا–زمان لیفشیتز مورد بررسی قرار گرفته است [4]، که درآن ابتدا به یافتن پاسخ سیاه چاله های مجانباً لیفشیتز پرداخته شده و سپس گذار فاز هاوکینگ–پیج مربوط به آن مطالعه شده است. در اینجا قصد داریم به مروری بر هندسه هایی بسیار کلی ترو پیچیده تر از هندسه ی لیفشیتز بپردازیم که تقارن در آنها به صورت فرامقیاس می شکند و فضا–زمان لیفشیتز را با کاهش دادن یک پارامتر شکننده ی تقارن در آن ها می توان بازیافت. در نهایت متریک سیاه چاله هایی را که مجانباً دارای چنین هندسه هایی هستند می یابیم. این پاسخ می تواند کمک کند تا گذار فاز هاوکینگ–پیج در این گونه فضا–زمان ها به آسانی مورد مطالعه قرار گیرد.

مسئله

برای بدست آوردن متریک سیاه چاله مدلی که ارائه می شود باید دارای حداقل سه میدان پیمانه ای باشد که با یک میدان اسکالر جفت شده است که در آن میدان پیمانه ای اول ساختار فضا–زمان مورد نظررا پوشش می دهد، برای پاسخ سیاه چاله به میدان پیمانه ای دوم نیز نیاز داریم تا کرویت مربوط به ساختار سیاه چاله را پوشش دهد. در این مدل می توان تعداد N میدان پیمانه ای داشت که میدان های اضافی به صورت بارهای اضافی در سیاه چاله ظاهر می شوند. در *[5]* پاسخ سیاه شامه ی باردار مربوط به هندسه هایی که به صورت فرامقیاس تقارن را می شکنند مورد بررسی قرار گرفته است که در این جا با استفاده از مدلی که در *[5]* ارائه شده است و با تغییر تعداد میدان ها ازدو میدان به سه میدان پیمانه ای، برای سیاه چاله ی باردار کنش کمینه ای به صورت زیر خواهیم داشت:

$$S = -\int d^{d+2}x\sqrt{-g}\,[R - \tfrac{1}{2}(\partial\varphi)^2 + V(\varphi) - \tfrac{1}{4}\textstyle\sum_{i=1}^{3} e^{\lambda_i\varphi}{F_i}^2\,] \qquad (1)$$

که در آن i نمایش گر تعداد میدان های پیمانه ای است و پتانسیل در آن به این صورت تعیین می شود :

$$V(\varphi) = V_0 e^{\varphi} \qquad (2)$$

نقشی که این پتانسیل در این جا ایفا می کند مشابه نقش ثابت کیهان شناختی در مدلی است که برای بررسی سیاه شامه و سیاه چاله در فضا–زمان لیفشیتز در *[4]* ارائه شده است.

در قدم اول لازم است معادلات حرکت برای کنش (*1*) نوشته شود، این معادلات به صورت زیر خواهند بود:

$$\mathrm{R}_{\mu\upsilon} + \frac{\mathrm{V}(\varphi)}{\mathrm{d}} g_{\mu\upsilon} = \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial_\upsilon\varphi + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} e^{\lambda_i\varphi}\left(F_{i\ \ \mu}^{\rho}F_{i\rho\upsilon} - \frac{g_{\mu\upsilon}}{2d}F_i^2\right), \qquad (3)$$

$$\nabla^2\varphi = -\frac{dV(\varphi)}{d\varphi} + \frac{1}{4}\textstyle\sum_{i=1}^{3}\lambda_i\, e^{\lambda_i\varphi}F_i^2 \qquad (4)$$

$$\nabla_\mu\left(\sqrt{-g e^{\lambda_i\varphi}}{F_i}^{\mu\upsilon}\right) = 0 \qquad (5)$$

فضا–زمان هایی که به طورفرا مقیاس تقارن را می شکنند هندسه ای به صورت زیر دارند *[6]*:

$$ds^2 = r^{\frac{-2\theta}{d}}\left(-r^{2z}dt^2 + r^2\textstyle\sum_{i=1}^{d}{dx_i}^2 + \frac{dr^2}{r^2}\right), \qquad (6)$$

5-Lifshitz like fixed points
6-Thermal AdS

(در صورتی که θ را در بالا برابر صفر قرار دهیم متریک فضا–زمان لیفشیتز را خواهیم داشت ، شایان ذکر است که در این جا شعاع فضا–زمان برابر با ۱(واحد) منظور شده است.)

این متریک از لحاظ فضایی همگن است وتحت تبدیلات زیر همورداست: $r \to \lambda^{-1} r, \quad x_i \to \lambda x^i,$

$$\mathrm{t} \to \lambda^{\mathrm{z}} t, \;\; ds_{d+2} \to \lambda^{\frac{\theta}{d}} ds_{d+2}$$

محاسبه ی متریک سیاه چاله

حال برای یافتن متریک سیاه چاله در چنین هندسه ای بخش فضایی متریک آنساتز شده در *[3]* را از متریک فضای تخت به متریک کره تبدیل می کنیم تا پاسخ مورد نظر را برای متریک سیاه چاله بیابیم. متریکی که آنساتز می کنیم به شکل زیر است:

$$ds^2 = r^{\frac{-2\theta}{d}}\left(-r^{2z} f(r) dt^2 + \frac{dr^2}{f(r) r^2} + r^2 d\Omega_i{}^2\right) \qquad (7)$$

که در آن *f(r)* را تابع سیاه کننده می نامند و این تابع در بینهایت باید به واحد میل کند تا متریک سیاه چاله حدود مجانبی را دارا باشد. در ادامه با تغییر متغیری به صورت مقابل محاسبات را دنبال می کنیم: $\alpha = \frac{-\theta}{d}$

در قدم بعدی از معادلات ماکسول (*4*) و با استفاده از آنساتز *(7)* می توانیم جوابی به صورت زیر داشته باشیم :

$$F_{i\,rt} = e^{-\lambda_i \varphi} r^{\alpha(2-d)+z-d-1} \rho_i \qquad (8)$$

سپس با ترکیب مولفه های *tt* و*rr* از معادلات انیشتین به نتیجه ی زیر دست می یابیم:

$$\mathrm{R}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{t}} - \mathrm{R}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{r}} = -\frac{1}{2} \mathrm{g}^{\mathrm{rr}} (\partial_{\mathrm{r}} \varphi)^2. \qquad (9)$$

از طرفی با محاسبه ی تانسور ریچی برای ترکیب بالا از طریق آنساتزی که انتخاب کردیم نتیجه ای به صورت زیر داریم:

$$\mathrm{R}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{t}} - \mathrm{R}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{r}} = -d(\alpha+1)(\alpha+z-1) r^{-2\alpha} f(r) \qquad (10)$$

حال با مساوی قرار دادن طرف های راست *(9)* و *(10)* معادله به صورت زیر حل خواهد شد:

$$e^{\varphi} = \mathrm{e}^{\varphi_0} \mathrm{r}^{\sqrt{2\mathrm{d}(\alpha+1)(\alpha+\mathrm{z}+1)}} = \mathrm{e}^{\varphi_0} \mathrm{r}^{\beta} \quad (11)$$

این نتایج شبیه نتایجی است که در*[5]* برای مورد سیاه شامه بررسی شده است.

حال برای یافتن تابع *f(r)* باید به ترکیب های معادله ی انیشتین در یکی از جهت های زاویه ای فضا بنگریم، در این جا با محاسبه ی این معادلات در جهت های مختلف مشاهده شد که نتایج بدست آمده در تمام جهات یکسان خواهد بود از این رو به نمایش محاسبات مربوطه در جهت فضایی θ که به دلخواه انتخاب شده می پردازیم.

معادله ی انیشتین در جهت θ به صورت زیر است:

$$R_{\theta}^{\theta} = \left(-\frac{\mathrm{V}(\varphi)}{\mathrm{d}}\right) - \frac{1}{2} \sum_{\mathrm{i}=1}^{3} \mathrm{e}^{\lambda_{\mathrm{i}} \varphi} \frac{2 \mathrm{F}_{\mathrm{i\,rt}}{}^2 \mathrm{g}^{\mathrm{tt}} \mathrm{g}^{\mathrm{rr}}}{2\mathrm{d}} \qquad (12)$$

همچنین پس از انجام محاسبات مربوط به تانسور ریچی در جهت θ نتیجه ای که بدست خواهد آمد عبارت است از:

$$R_{\theta}^{\theta} = (\mathrm{d}-1) \mathrm{R}^{-2(\alpha+1)} - (1+\alpha) \mathrm{r}^{-\alpha(\mathrm{d}+2)-\mathrm{z}-\mathrm{d}+1} (\mathrm{r}^{\mathrm{d}(\alpha+1)+\mathrm{z}} \mathrm{f(r)})' \qquad (13)$$

با مساوی قرار دادن طرف های راست معادلات (*11*) و *(12)* همچنین با جایگذاری *(7)* و (*10*) تابع سیاه کننده را به شکل زیر می یابیم:

$$f(r) = \frac{k(d-1)r^{-2}}{(z+d\alpha-2+d)(1+\alpha)} - mr^{-d\alpha-z-d} + \frac{V_0 e^{\gamma\varphi_0} r^{\gamma\beta+2\alpha}}{d(\alpha+1)(\gamma\beta+\alpha(d+2)+z+d)} - \sum_{i=1}^{3} \rho_i{}^2 e^{-\lambda_i\varphi_0} \frac{r^{-2d(d-1)-\beta\lambda_i-2d}}{2d(\alpha+1)(\alpha(2-d)+z-d-\beta\lambda_i} \quad (15)$$

(k برای سیاه شامه برابر صفر و برای سیاه چاله برابر یک است.)

برای حفظ رفتار مجانبی فضا–زمانی با عامل شکننده ی فرامقیاس لازم است γ به شکل روبرو تعیین شود: $\gamma = \frac{-2\alpha}{\beta}$

با استفاده از معادلات حرکت برای میدان اسکالر به معادله ی جبری به صورت زیرر دست میابیم:

$$\left(\frac{4\beta}{d(\alpha+1)} - \frac{8\alpha}{\beta}\right) V_0 e^{-2\alpha\emptyset_0} r^{-2\alpha} + \frac{4k(d-1)\beta r^{-2-2\alpha}}{1+\alpha} = -2\sum_{i=1}^{3} e^{-\lambda_i\emptyset_0}\, r^{-\lambda_i\beta-2d(\alpha+1)} \rho_i{}^2 (\lambda_i - \frac{\beta}{d(\alpha+1)}) \quad (16)$$

با کمک این معادله می توان پارامترهای زیر را محاسبه کرد:

$$\lambda_1 = \frac{-2\alpha(d-1)+2d}{\sqrt{2d(\alpha+1)(\alpha+z-1)}}$$

$$\rho_1{}^2 = \frac{2V_0(Z-1)e^{-\sqrt{\frac{2d(\alpha+1)}{\alpha+Z-1}}\emptyset_0}}{d\alpha+d+z-1},$$

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{2(\alpha+z-1)}{d(\alpha+1)}},$$

$$\lambda_3 = \frac{-2d(\alpha+1)(d-1)}{\sqrt{2d(\alpha+1)(\alpha+z-1)}} \quad ,$$

$$\rho_3{}^2 = k\,\frac{2d(d-1)(\alpha+z-1)}{d(\alpha+1)+z-2}\, e^{\frac{-2(\alpha+1)(d-1)}{\sqrt{2d(\alpha+1)}}\emptyset_0}, \quad (17)$$

ρ_2 به عنوان پارامتر آزاد نامعینی که از طریق بار پاسخ تشخیص داده می شود باقی می ماند. جمله ی ثابت در تابع *f(r)* در بی نهایت باید به واحد میل کند ازاین رو پتانسیلی به صورت زیر خواهیم داشت:

$$V_0 = e^{\frac{2\alpha\emptyset_0}{\sqrt{2d(1+\alpha)(-1+z+\alpha)}}}\,(d\alpha+z+d-1)(d\alpha+z+d) \quad (18)$$

و شکل نهایی پاسخ نیز خواهد بود:

$$F_{1\,rt} = \sqrt{2(z-1)(z+d-\theta)}\,r^{d+z-\theta-1} e^{\frac{\frac{\theta(1-d)}{d}+d}{\sqrt{2(d-\theta)\left(z-1-\frac{\theta}{d}\right)}}\emptyset_0}$$

$$F_{2\,rt} = \rho_2\sqrt{2(d-\theta)(z-\theta+d-2)}\,r^{-(z+d-\theta)} e^{-\sqrt{\frac{z-1-\theta/d}{2(d-\theta)}}\emptyset_0} \quad (19)$$

$$F_{3\,rt} = r^{-\theta+d+z-3}\sqrt{\frac{2k(d-1)d\left(-\frac{\theta}{d}+z-1\right)}{d(d+1)+z-2}}$$

مقایسه و نتیجه گیری:

در *[4]* محاسبات مربوط به سیاه شامه و سیاه چاله های مجانباً لیفشیتز در مدلی با ابعادی به شکل *d+1* ارائه شده است .به سادگی خواهیم دید با جایگزینی شعاع فضا–زمان برابر با واحد و حذف پارامتر θ عیناً به متریک سیاه چاله ای دست خواهیم یافت که در*[4]* برای سیاه چاله های مجانباً لیفشیتز ارائه شده، که این نتیجه رضایت بخش است. . در ادامه ی این کار می توان گذار فاز در چنین فضا–زمان هایی را بین پس زمینه ی گرمایی و سیاه چاله مورد بررسی قرار داد.

مراجع

[1] J. M. Maldacena, "The Large N limit of superconformal field theories and supergravity," Adv.Theor. Math. Phys. 2 (1998) 231-252. [hep-th/9711200].
[2]S. Kachru, X. Liu, M. Mulligan, "Gravity Duals of Lifshitz-like Fixed Points," Phys. Rev. D78 (2008) 106005. [arXiv:0808.1725 [hep-th]].
[3] S. W. Hawking, D. N. Page, "Thermodynamics of Black Holes in anti-De Sitter Space," Commun. Math. Phys. 87 (1983) 577.
[4]Black holes and black branes in Lifshitz spacetimes Javier Tarr´ıo, Stefan Vandoren. [arXive:1105.6335v2[hep-th]].
[5] Charged Black Branes with Hyperscaling Violating FactorMohsen Alishahiha, Eoin O Colgain and Hossein Yavartanoo,[arXive:1909.3946v3[hep-th]].
*[6]C. Charmousis, B. Gouteraux, B. S. Kim, E. Kiritsis and R. Meyer, \Effective Holographic Theories for low-temperature condensed matter systems," JHEP 1011, **151** (2010) [arXiv:1005.4690[hep-th]].*

بررسی اثرات ابعاد اضافه بر منحنی‌های چرخش کهکشانی در مدل جهان‌ـشامه‌ای

احمدی ، فاطمه[۱] ؛ باژدان ، فریبا [۲]

[۱و۲]دانشکده علوم پایه دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی ، لویزان ، تهران

چکیده

منحنی چرخشی، نمودار سرعت دورانیِ اجزاء کهکشان بر حسب فاصله‌ی آنها از مرکز کهکشان است که از ابزار اصلی برای تعیین توزیع جرم می‌باشد و اطلاعات اساسی برای درک دینامیک، تکامل و شکل‌گیری کهکشان فراهم می‌کند. طبق گرانش نیوتنی انتظار می‌رفت این منحنی‌ها با افزایش فاصله از مرکز کهکشان، افت نمایند ولی مشاهدات رفتاری کاملا متفاوت را نشان می‌داد. برای توصیف این پدیده، کیهان‌شناسان اغلب به وجود ماده تاریک استناد می‌کنند؛ و برخی نیز سعی در اصلاح گرانش نیوتنی دارند مانند مدل جهان‌ـشامه‌ای که از جمله نظریه‌های ابعاد اضافه است. در این مدل، فضا زمان آشنای چهار بعدی ما یک ابر سطح است که شامه نامیده می‌شود و در فضا زمانی با ابعاد بالاتر به نام توده غوطه‌ور است که فقط گرانش در آن منتشر می‌شود. ما با استفاده از معادلات میدان روی شامه و حل خلأ متقارن کروی به مطالعه‌ی نقش عبارات ناشی از هندسه‌ی ابعاد اضافه در معرفی یک پتانسیل گرانشی مؤثر در حد میدان‌های گرانشی ضعیف می‌پردازیم که این پتانسیل، علاوه بر ثابت گرانشی نیوتون، G_N، دو ثابت اضافی α و β نیز دارد. این پتانسیل را برای به دست آوردن توزیع سرعت چرخشی در کهکشان به کار می‌بریم و در روند تطبیق با داده‌های مشاهداتی، با استفاده از آزمون مجذور کای، χ^2 بهترین مقادیر را برای α و β تعیین می‌کنیم. معرفی یک میدان پتانسیل گرانشی ضعیف مؤثر در مدل جهان‌ـشامه‌ای پنجره‌ای جدید به کاربردهای این نظریه باز می‌کند

A study on the effects of extra dimensions on the galaxy rotation curves in brane-worlds

Ahmadi, Fateme[1]; Bazhdan, Fariba[2]

[1&2] *Department of Physics, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran.*

Abstract

Rotational curves are diagrams of the rotational velocity of galactic objects according to distance from the center of galaxy, which are the major tools for determining the dynamical mass distribution in galaxy. According to Newtonian gravity, we expect the curves falling with increasing distance from the center of galaxy. But observations showed completely different behavior. To describe this phenomenon, cosmologists often rely the existence of dark matter; and some others are trying to correct Newtonian gravity, such as Brane World model, which has its roots in extra dimensions theories. In this model, our 4-dimensional universe as a hyper surface (the brane) embedded in a higher dimensional space-time (the bulk) through which only gravity can propagate. We study geometry of the extra dimensions with apply field equations in brane and spherically symmetric vacuum solutions to introduce a effect gravitational potential in weak gravitational limit, which This potential, in addition to the Newtonian gravitational constant, G_N, has two additional constant parameters α and β. We use the effective potential to find distribution of rotation velocity in galaxies. In the fitting process, we determine the good fits for α and β of the model whit using chi-square test. The introduction of an effective weak gravitational potential field in the model, open a new window to applications of the theory.

PACS No. (11 Times New Roman, italic)

مقدمه

در سال های اخیر، پیشرفت بی‌سابقه در مشاهدات کیهان، اطلاعات زیادی را در مورد هندسه، توزیع جرم و تکامل ساختار جهان آشکار کرده است. با این حال، این مشاهدات، کیهان‌شناسان نظری

را با برخی مسائل چالش برانگیز مواجه کرد . به عنوان مثال، هیچ شواهد آزمایشگاهی برای حدود ۹۵ درصد از ماده جهان، موجود نیست؛ حدود یک سوم از آن، سیال غیر نسبیتیِ بدون فشار است که با تابش بر هم‌کنش ندارد؛ در حالی که دو سوم بقیه فشار منفی دارد.به طور مشابه ما هنوز مدل رضایت بخشی که فیزیک شکل‌گیری ساختارهای باریونی در کیهان، مانند کهکشان‌ها، را توصیف کند نداریم[۱].

یکی از بزرگترین مسائل حل نشده در اختر فیزیک این است که با توجه به میزان مقدار ماده‌ی بار یونی موجود در جهان ، کهکشان ها و خوشه های کهکشانی سریع تر از آنچه انتظار می‌رود؛ می‌چرخند. اگر بخواهیم قانون‌های گرانش و مکانیک نیوتنی معتبر باشد، باید جرم خارج از کهکشان افزایش یابد. این موضوع باعث شده دانشمندان به این فکر کنند که احتمالاً هر کهکشان داخل یک حلقه از ماده‌ای نامرئی که از ذرات غیر باریونی تشکیل شده، قرار گیرد. چیزی که به طور معمول ماده تاریک نامیده می‌شود و هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌کند. در حال حاضر آزمایش‌هایی انجام می‌شود تا این ذرات عجیب آشکار شوند. هر چند، هیچ یک از این آزمایش‌ها تا کنون نتوانسته‌اند این ذره را بیابند. توجیه‌های دیگری نیز به عنوان اصلاحاتی در گرانش نیوتنی یا اصلاحاتی در نسبیت عام مطرح شده است[۲].

در این مقاله، ما با استفاده از مؤلفه‌ی زمانی متر متقارن کروی ایستا، به بررسی سرعت چرخشی کهکشان‌ها در مدل جهان شامه‌ای را می‌پردازیم. در این مدل، فضا زمان آشنای چهار بعدی ما یک ابر سطح است که شامه نامیده می‌شود و در فضا زمانی با ابعاد بالاتر به نام توده غوطه‌ور است. ایده‌ی فضا–زمانِ در حال تحولِ غوطه‌ور در فضای با ابعاد بالاتر، در کاربردهای مختلف مرتبط، از جمله گرانش کوانتومی، تعمیم تقارن‌های داخلی، نظریه‌های نوین کالوزا–کلاینی و کیهان‌شناسی مطرح شده است[۳].

ما معادلات میدان روی شامه و حل خلأ آن، در حد میدان‌های ضعیف رابطه‌ای برای توزیع سرعت چرخشی به دست می‌آوریم و پارامترهای مدل را به کمک داده های مشاهداتی تعیین می‌کنیم.

معادلات میدانی خلأ روی شامه

در این قسمت از مدل مطرح شده در[۴] استفاده می‌کنیم که هندسه‌ی مختل شده را برای گرانش ماده تاریک در یک فضا–زمان با ابعاد بالا به کار گرفته است و نشان می‌دهد اختلالات گرانشی در مقیاس محلی، می‌تواند توسط انحنای بیرونی توضیح داده شود[۵]. در اینجا تحلیل‌ها به توده با خمیدگی ثابت محدود گشته و از اثر ثابت کیهان‌شناختی نیز صرف‌نظر شده است. داریم:

$$G_{\mu\nu} = Q_{\mu\nu} \qquad (۱)$$

$Q_{\mu\nu}$ تصحیح هندسی و کمیتی پایسته است؛ به این معنی که هیچ انتقال انرژی بین آن و ماده‌ی معمولی وجود ندارد. پس می‌توان آن را به تانسور انرژی–تکانه‌ی یک سیال انرژی تاریک مربوط کرد[۶]. این کمیت در پنج بعد به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$Q_{\mu\nu} = \left(KK_{\mu\nu} - K_{\mu\alpha}K^{\alpha}_{\ \nu}\right) + \frac{1}{2}\left(K_{\alpha\beta}K^{\alpha\beta} - K^{2}\right)g_{\mu\nu} \qquad (۲)$$

متر متقارن کروی ایستا روی شامه که فقط بستگی شعاعی دارد را در نظر می‌گیریم:

$$ds^2 = -e^{\mu(r)}\,dt^2 + e^{\nu(r)}\,dr^2 + r^2\,d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 \qquad (۳)$$

با انجام محاسبات لازم[۴] داریم:

$$e^{\mu(r)} = \frac{f(r)}{4r}\left(-c_2 + 2\alpha c\int \frac{r^{\frac{3}{2}}}{f(r)^{\frac{3}{2}}}dr + 2\beta c\int \frac{r^{\frac{5}{2}}}{f(r)^{\frac{3}{2}}}\,dr\right)^2$$
$$f(r) = -r + C_1 + \alpha^2 r^3 + 2\alpha\beta r^2 + \beta^2 r \qquad (۴)$$

این مولفه‌ی زمانی متریک بدست آمده را در بخش بعد، در استخراج رابطه‌ای برای توزیع سرعت چرخشی ستارگان در یک کهکشان در مدل جهان شامه‌ای، به کار می‌بریم.

محاسبه‌ی سرعت چرخشی

می‌دانیم تمام معادلات در نسبیت عام باید در حد میدان‌های ضعیف باید به معادلات متناظر در گرانش نیوتونی تبدیل شوند. مؤلفه‌ی زمانی متریک، در حد نیوتونی تأثیرپذیر از پتانسیل گرانشی است. یعنی داریم:

$$g_{00} = -(1 + 2\phi) \qquad (۵)$$

با استفاده از روابط (۳) و (۴) و بازنویسی ثوابت، داریم:

$$u(r) = -C_1^2 + \frac{C_2}{r} + \alpha^2 r^2 + 2\alpha\beta r + \beta^2 - \frac{1}{2} \quad (۶)$$

که در آن، جمله‌ی دوم مربوط به پتانسیل نیوتونی برای یک منبع جرم نقطه‌ای است. بقیه‌ی جملات، تصحیح به دست آمده بر روی پتانسیل در مدل جهان شامه‌ای می‌باشد.

برای یک ذره‌ی آزمون که در مدار دایره‌ای به شعاع r می‌چرخد، داریم:

$$F(r) = m\frac{V^2(r)}{r} \quad (۷)$$

که V سرعت چرخشی می‌باشد. از طرفی می‌دانیم:

$$\vec{F}(r) = -\vec{\nabla}U \quad (۸)$$

که در آن U انرژی پتانسیل گرانشی ذره آزمون در میدان گرانشی پوسته است که فقط تابعی از فاصله است، پس می‌توان نوشت:

$$V^2(r) = r\frac{\partial u(r)}{\partial r} \quad (۹)$$

حال رابطه‌ی مجذور سرعت بالا را برای یک توزیع جرم، بازنویسی می‌کنیم:

$$V^2(r) - r\frac{\partial}{\partial r}\left[\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\rho_m(r')}{M_\odot}u(|\vec{r}-\vec{r'}|)\, r'^2 \sin\theta'\, d\varphi'\, d\theta' dr'\right] \quad (۱۰)$$

که در آن ρ_m چگالی جرمی کهکشان می‌باشد. بر روی مقدار ماده‌ی موجود در کهکشان، تقریب زیر را در نظر می‌گیریم[۴]:

$$M(r) = M\left(\frac{r}{r+r_0}\right)^{3\gamma} \quad (۱۱)$$

که درآن M به عنوان جرم کل کهکشان است و

$$\gamma = \begin{cases} 1 & \text{کهکشان با درخشندگی بالا}(HSB) \\ 2 & \text{کهکشان با درخشندگی کم}(LSB) \end{cases} \quad (۱۲)$$

با فرض مدل کهکشان متقارن کروی، جرم داخل کره‌ای به شعاع r از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$M(r) = 4\pi\int_0^r r'^2 \rho_m(r')dr \quad (۱۳)$$

با برابر قرار دادن روابط (۱۳) و (۱۱) و سپس مشتق‌گیری از طرفین؛ رابطه‌ی زیر را برای چگالی جرمی کهکشان به دست می‌آوریم:

$$\rho_m(r) = \frac{3\gamma r_0 M}{4\pi} \times \frac{r^{3\gamma-3}}{(r+r_0)^{3\gamma+1}} \quad (۱۴)$$

در ادامه می‌خواهیم تک‌تک جملات رابطه‌ی (۶) را جداگانه در رابطه‌ی (۱۰) قرار دهیم ودر نهایت معادله‌ی سرعت را بیابیم. ابتدا به بررسی جمله‌ی دوم یعنی $\frac{C_2}{r}$ می‌پردازیم:

$$r\frac{\partial}{\partial r}\left[2\pi\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\frac{\rho_m(r')}{M_\odot}\frac{C_2}{|\vec{r}-\vec{r'}|}r'^2\sin\theta'\, d\theta' dr'\right] \quad (۱۵)$$

که با استفاده از روابط زیر

$$|\vec{r}-\vec{r'}| = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\theta' \quad (۱۶)$$

$$\int_0^r r'^2 \rho_m(r')\, dr' = \frac{M(r)}{4\pi} \quad (۱۷)$$

سهم جمله‌ی دوم به دست می‌آید که برابر می‌شود با:

$$G\frac{M(r)}{r} \quad (۱۸)$$

به همین ترتیب سهم جمله‌های $\alpha^2 r^2$ و $2\alpha\beta r$ را حساب می‌کنیم ودر نهایت داریم:

$$V^2(r) = G\frac{M(r)}{r} - \frac{2r^2\alpha^2 M}{M_\odot} - \frac{8\pi\alpha\beta}{3M_\odot}\left[-\frac{1}{r}\int_0^r \rho_m(r')r'^4\, dr' + \frac{3rM(r)}{4\pi} + 2r^2\int_r^{\infty} r'\rho_m(r')\, dr'\right] \quad (۱۹)$$

تقریبی بر روی جرم کهکشان با استفاده از جرم خورشیدی به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$M = m \times 10^{10} M_\odot \quad (۲۰)$$

که در آن m یک ضریب است.

می‌خواهیم با جایگزین کردن مقادیر ثابت G_N وجرم خورشید در جملات رابطه‌ی (۱۹) و انجام تبدیل واحدهای مورد نیاز، آن را بازنویسی کنیم. که $V(r)$ بر حسب km/s و فاصله‌های r و r_0 بر حسب کیلوپارسک kpc که $1kpc \sim 3.09 \times 10^{19}\, m$ در نظر می‌گیریم. در نهایت برای سرعت چرخشی ستاره‌ها در کهکشان در این مدل رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$V(r) = \begin{bmatrix} 4.29 \times 10^4 \dfrac{M(r)}{r} + m \times 1.92(\bar{\alpha}r)^2 + \\ 0.65 \times \bar{\alpha}\bar{\beta} \times \left(rM(r) + \gamma m r_0(A+B)\right) \end{bmatrix}^{1/2} \quad (۲۱)$$

که در آن $\bar{\alpha} = \alpha \times 10^{14}$ بر حسب $\frac{1}{yr}$ و یکای β باید km/s باشد و آن را به صورت $\bar{\beta} = c\beta$ باز تعریف می‌کنیم که c اندازه‌ی سرعت نور است. و همین طور داریم:

$$A = -\frac{1}{r}\int_0^{r}\left(\frac{r'}{r'+r_c}\right)^{3\gamma+1} dr' \qquad (۲۲)$$

$$B = 2r^2\int_r^{\infty}\left(\frac{r'^{3\gamma-2}}{(r'+r_c)^{3\gamma+1}}\right) dr' \qquad (۲۳)$$

حال می‌توانیم با استفاده از داده‌های مشاهداتی و برنامه‌ی محاسباتی، مقدار پارامترهای آزاد $\bar{\alpha}$ و $\bar{\beta}$ را تخمین بزنیم.

مقایسه‌ی مدل با داده‌های مشاهداتی

در اینجا به عنوان نمونه، برای دو کهکشان با مشخصات داده شده[۷] در جدول۱ ، پیش‌بینی مدل را با داده‌های مشاهداتی مقایسه کرده و از طریق آزمون مجذور کای

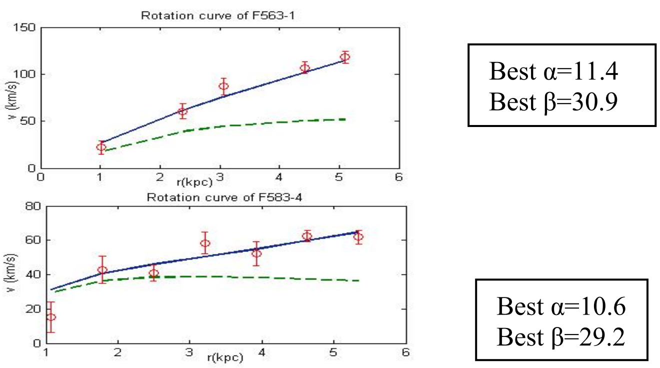
$$\chi^2(\bar{\alpha},\bar{\beta}) = \sum_{i=1}^{n}\frac{\left(V_{model}(r_i,\bar{\alpha},\bar{\beta}) - V_{obs}(r_i)\right)^2}{\sigma_i^{\,2}} \qquad (۲۴)$$

بهترین مقادیر را برای $\bar{\alpha}$ و $\bar{\beta}$ تعیین می‌کنیم. که σ_i عدم قطعیت در سرعت چرخشی مشاهداتی می‌باشد.

جدول۱ : مشخصات کهکشان‌ها[۸]

نام کهکشان	سطح درخشندگی	فاصله (MPC)	درخشندگی $10^{10}L_{\odot}$	جرم/درخشندگی $(M_{\odot}/L_{\odot})$
F563-1	LSB	46.8	0.140	9.65
F583-4	LSB	50.8	0.096	3.25

در شکل۱ نمودار منحنی چرخشی این دو کهکشان همراه با نقاط مشاهده‌ای رسم شده و می‌توان آن را با منحنی حاصل از پیش‌بینی نیوتنی(بدون فرض ماده تاریک) که فقط جمله‌ی اول رابطه‌ی(۲۱) را شامل می‌شود؛ مقایسه نمود.



شکل۱ : نمودار منحنی چرخش کهکشانی

در این شکل، نقاط دایره‌ای داده‌های مشاهداتی همراه با میله‌ی خطا، منحنی‌های خط‌چین و ممتد به ترتیب تقریب نیوتنی و تقریب مدل جهان شامه‌ای را نشان می‌دهند.

نتیجه گیری

از آنجا که گرانش نیوتنی قادر به توصیف صحیحی در مورد منحنی‌های چرخشی در بخش خارجی کهکشان‌ها نیست، اصلاح معادلات میدانی اینشتین را در سناریوی جهان–شامه‌ای که مدلی از ابعاد اضافه است؛ را در نظر گرفته و حل خلأ متقارن کروی را برای توضیح منحنی‌های چرخشی کهکشانها بدون فرض وجود ماده‌تاریک به کار بردیم. تصحیحات هندسی ناشی از ابعاد اضافه را می‌توان به تانسور انرژی–تکانه‌ی یک سیال انرژی تاریک مربوط کرد. تأثیرپذیری مؤلفه‌ی زمانی متریک از پتانسیل گرانشی در حد میدان‌های ضعیف(مثل لبه‌ی کهکشانها)؛ موجب حضور جملات تصحیحی در پتانسیل گرانشی و در نتیجه در رابطه‌ی سرعت چرخشی در این مدل گشت.

امیدواریم چنین مطالعاتی که در جستجوی نقش و قدرت ابعاد اضافه هستند؛ بتوانند در درک مسأله‌ی چالش برانگیز ماده وانرژی تاریک، مؤثر باشند.

مرجع‌ها

[۱] T. Roy Choudhury; 2003, arXiv:astro-ph/0305033v1.
[۲] C. A. M. de Melo and S. T. Resende; 2008, arXiv: 0810.0314v1 [astro-ph].
[۳] M. D. Maia; 2002; arXiv:hep-th/0110088v2.
[۴] M. Heydari-Fard, H. Razmi and H. R. Sepangi; 2007, arxiv: 0707.3558v3 [gr-qc].
[۵] A. J. S. Capistranoa and L.A. Cabral; 2013; arXiv: 1311.6688v1[gr-qc].
[۶] M. D. Maia, E. M. Monte, J. M. F. Maia and J. S. Alcaniz, Class. Quant. Grav. 22 (2005) 1623 [arXiv:astro-ph/0403072].
[۷] S. Jalalzadeh, and H. R Sepangi; 2005, Class. Quant. Grav. , 22, 2035 [arXiv: gr-qc/0408004].
[۸] J. R. Brownsteinl and J. W. Moffat; 2005, arXiv:astro-ph/0506370v4

بررسی ویژگی ناگوسیت برای تورم دو میدانی در تناظر با داده‌های رصدی پلانک 2015

اسدی، کوثر[1]؛ نوذری، کوروش[1]

[1] گروه فیزیک دانشگاه مازندران، بابلسر

چکیده

یکی از بحث‌های مهم پیرامون اختلالات، بررسی گوسی بودن یا عدم گوسی بودن طیف اختلالات می‌باشد. در این پژوهش، ضمن درنظر گرفتن یک مدل تورمی دو میدانی شامل یک میدان اسکالر معمولی و یک میدان DBI ، ویژگی غیرگوسی طیف اختلالات اولیه مورد مطالعه قرار گرفته است. با تحلیل عددی روی فضای پارامترهای مدل و مقایسه با داده‌های رصدی اخیر نشان دادیم مدل سازگاری خوبی با مشاهدات دارد.

Testing a Two Field Inflation in the Light of Planck 2015 Data

Asadi, Kosar; Nozari, Kourosh

Department of Physics, University of Mazandaran, babolsar

Abstract

We study the amplitude of the non-Gaussianity of the primordial perturbations both in equilateral and orthogonal configurations in a two field model with a scalar field and a DBI field. We compare the model with the Planck 2015 released observational data and obtain some constraints on the model's Parameter's space. We show that this model is consistent with observation.

PACS No. 98.80. Es, 98.80.Cq, 98.80.-k,

مقدمه

مشاهدات رصدی نشان می‌دهند که طیف ناهمگنی‌ها و اختلالات اولیه مقیاس ناوردا و غیرگوسی می‌باشد [1]. برای بررسی این ویژگی باید از توابع همبستگی استفاده نماییم. از آنجاکه تابع همبستگی دو نقطه برای هر دو طیف گوسی و غیرگوسی یکسان می‌باشد، نمی‌توان از آن اطلاعات خاصی استنتاج نمود. بنابراین باید از توابع همبستگی مرتبه‌ی بالاتر بهره بگیریم [2]. مناسب‌ترین تابع همبستگی برای بررسی ویژگی غیرگوسی اختلالات عالم اولیه، تابع همبستگی سه نقطه (دوطیف) می‌باشد که با بسط کنش تا مرتبه‌ی سوم و استفاده از تصویر برهمکنش، محاسبه می‌گردد [3,4]. در این پژوهش، یک مدل تورمی دو میدانی شامل یک میدان اسکالرمعمولی و یک میدان *DBI* در نظر می‌گیریم و با بسط کنش تا مرتبه‌ی سوم، بررسی اختلالات غیرخطی و توابع همبستگی سه نقطه، ویژگی غیرگوسی طیف اختلالات را مطالعه می‌نماییم. درنهایت، ضمن بررسی دامنه‌ی غیرگوسی پیکربندی‌های عمود و متساوی‌الاضلاع، نتایج را با داده‌های رصدی جدید

[5] مقایسه کرده و قیدهایی مشخص بر روی فضای پارامترها به دست می‌آوریم [7,8].

چینش مدل

کنش برای مدلی شامل یک میدان اسکالر با جمله جنبشی کانونیک و یک میدان DBI *می‌تواند* به صورت زیر نوشته شود

$$\mathcal{S} = \int \sqrt{-g}\, d^4x \left[\frac{M_{pl}^2}{2}\mathcal{R} - \frac{1}{2}\partial^\mu\phi\partial_\mu\phi - f^{-1}(\chi)(1-\gamma^{-1}) - V(\phi,\chi)\right] \tag{1}$$

که در آن، $\mathcal{R}$ اسکالر ریچی چهار بعدی، ϕ میدان اسکالر معمولی، χ میدان DBI و $V(\phi,\chi)$ پتانسیل می‌باشد. $f^{-1}(\chi)$ که معکوس تنش شامه می‌باشد، با هندسه‌ی گلوگاه فضای فشرده در میدان DBI مرتبط است و γ، فاکتور تابدار توصیف کننده‌ی شکل ابعاد اضافه، به صورت $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-f(\chi)\partial_\alpha\chi\partial^\alpha\chi}}$ تعریف می‌شود.

برای مطالعه‌ی ویژگی غیرگوسی از تابع همبستگی سه نقطه استفاده می‌کنیم. برای این کار، متریک اختلال یافته‌ی زیر را در نظر می‌گیریم

$$ds^2 = -(1+2\Phi)dt^2 + a^2(t)(1-2\Psi)\delta_{ij}dx^i dx^j . \tag{2}$$

با بسط کنش تا مرتبه‌ی دوم اختلالات، به دست می‌آوریم

$$\mathcal{S}_2 = \int dt\, d^3x\ a^3 \Big[-3M_{pl}^2\dot{\Psi}^2 + \frac{M_{pl}^2}{a^2}\big(2\dot{\Psi} - 2H\Phi\big)\,\partial^2 B - 2\frac{M_{pl}^2}{a^2}\Phi\,\partial^2\Psi + 6M_{pl}^2 H\Phi\dot{\Psi} + \Big(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\gamma\dot{\chi}^2 + \frac{1}{2}f\gamma^3\dot{\chi}^4 - 3M_{pl}^2H^2\Big)\Phi^2 + \frac{M_{pl}^2}{a^2}(\partial^2\Psi)^2\Big]. \tag{3}$$

با استفاده از کنش مرتبه‌ی دوم فوق، معادله‌های حرکت Φ و B، به ترتیب، به صورت زیر حاصل می‌شوند

$$\Phi = \frac{1}{H}\dot{\Psi} ,$$

$$\frac{1}{a^2}\partial^2 B = \frac{1}{M_{pl}^2 H}\Big(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}\gamma\dot{\chi}^2 + \frac{1}{2}f\gamma^3\dot{\chi}^4 - 3M_{pl}^2H^2\Big)\Phi + 3\dot{\Psi} - \frac{1}{a^2 H}\partial^2\psi . \tag{4}$$

با جایگذاری قید فوق، کنش مرتبه دوم به فرم زیر باز نویسی می-شود

$$\mathcal{S}_2 = \int dt\, d^3x\ a^3\, \mathcal{W}\left[\dot{\Psi} - \frac{c_s^2}{a^2}(\partial\Psi)^2\right], \tag{5}$$

که در آن $C_s{}^2$ (سرعت صوت) و $\mathcal{W}$ عبارتند از

$$C_s{}^2 = \frac{M_{pl}{}^2(\dot{\phi}^2 + \gamma\dot{\chi}^2)}{\dot{\phi}^2 + \gamma\dot{\chi}^2 + f\gamma^3\dot{\chi}^4} , \tag{6}$$

$$\mathcal{W} = \frac{\dot{\phi}^2+\gamma\dot{\chi}^2+f\gamma^3\dot{\chi}^4}{2H^2} .$$

کنش را تا مرتبه سوم اختلالات بسط می‌دهیم و ضمن معرفی پارامتر B که با پارامترهای اختلالی رابطه‌ی زیر را دارد

$$B = -\frac{1}{H}\Psi + \frac{a^2}{M_{pl}{}^2}\mathcal{Q} , \tag{7}$$

$$\partial^2\mathcal{Q} = \mathcal{W}\dot{\Psi} ,$$

و همچنین، وردش لاگرانژی کنش مرتبه دوم نسبت به Ψ :

$$\frac{d}{dt}\big(a^3\mathcal{W}\,\dot{\psi}\big) - a\mathcal{W}C_s^2\partial^2\psi = 0 , \tag{8}$$

فرم نهایی زیر را برای کنش مرتبه سوم می‌یابیم

$$\mathcal{S}_3 = \int dt\, d^3x \Big[-\frac{3M_{pl}{}^2a^3}{C_s{}^2}\varepsilon\Big(\frac{1}{C_s{}^2} - 1\Big)\Psi\dot{\Psi}^2 + aM_{pl}{}^2\varepsilon\Big(\frac{1}{C_s{}^2} - 1\Big)\Psi\,(\partial\Psi)^2 + \frac{a^3M_{pl}\varepsilon}{H\,C_s{}^2}\Big(\frac{1}{C_s{}^2} - 1 - 2\frac{\lambda}{\Sigma}\Big)\dot{\Psi}^3 - 2\frac{a^3\varepsilon}{C_s{}^2}\dot{\Psi}\,(\partial_i\Psi)(\partial_i\mathcal{Q})\Big]. \tag{9}$$

در کنش فوق، پارامترهای λ و Σ به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\lambda = \frac{f\dot{\chi}^4}{4(1-f\dot{\chi}^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{f\dot{\chi}^6}{3(1-f\dot{\chi}^2)^{\frac{5}{2}}} ,$$

$$\Sigma = \frac{1}{2}\left(\dot{\phi}^2 + \gamma\dot{\chi}^2 + f\gamma^3\dot{\chi}^4\right). \qquad (10)$$

مقدار چشمداشتی خلا در تصویر برهمکنشی عبارتست از [6]

$$\langle\Psi(\mathbf{k}_1)\Psi(\mathbf{k}_2)\,\Psi(\mathbf{k}_3)\rangle = -i\int_{\tau_i}^{\tau_i} d\tau\, a\,\langle 0|[\Psi(\mathbf{k}_1)\,\Psi(\mathbf{k}_2)\,\Psi(\mathbf{k}_3), H_{int}]|0\rangle\,, \qquad (11)$$

که در آن H_{int} لاگرانژی کنش‌مرتبه‌ی سوم می‌باشد. در نهایت، تابع همبستگی سه نقطه به فرم زیر حاصل می‌شود

$$\langle\Psi(\mathbf{k}_1)\,\Psi(\mathbf{k}_2)\,\Psi(\boldsymbol{k}_3)\rangle = (2\pi)^3\delta^3(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3)\;\mathcal{A}_s{}^2\,\mathcal{F}_\Psi(k_1,k_2,k_3). \qquad (12)$$

در رابطه‌ی فوق، $\mathcal{A}_s = \frac{H^2}{8\pi^2\mathcal{W}C_s{}^3}$ ، طیف توان اختلالات اسکالر است و داریم

$$\mathcal{F}_\Psi(k_1,k_2,k_3) = \frac{(2\pi)^4}{\prod_{i=1}^{3}k_i^3}\,\mathcal{G}_\Psi\,, \qquad (13)$$

که در آن $\mathcal{G}_\Psi$ با عبارت زیر داده می‌شود

$$\mathcal{G}_\psi = \frac{3}{4}\left(1-\frac{1}{c_s^2}\right)\mathcal{S}_1 + \frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{c_s^2}\right)\mathcal{S}_2 + \frac{3}{2M_{pl}}\left(\frac{1}{c_s^2} - 1 - \frac{2\lambda}{\Sigma}\right)\mathcal{S}_3\,, \qquad (14)$$

بطوریکه

$$\mathcal{S}_1 = \frac{2}{\mathrm{K}}\sum_{\mathrm{i>j}}\mathrm{k_i^2k_j^2} - \frac{1}{\mathrm{K}^2}\sum_{\mathrm{i\neq j}}\mathrm{k_i^2k_j^3},$$

$$\mathcal{S}_2 = \frac{1}{2}\sum_{\mathrm{i}}\mathrm{k_i^3} + \frac{2}{\mathrm{K}}\sum_{\mathrm{i>j}}\mathrm{k_i^2k_j^2} - \frac{1}{\mathrm{K}^2}\sum_{\mathrm{i\neq j}}\mathrm{k_i^2k_j^3}\,,$$

$$\mathcal{S}_3 = \frac{(\mathrm{k_1k_2k_3})^2}{\mathrm{K}^3}\,,$$

و همچنین $K = k_1 + k_2 + k_3$. دامنه‌ی غیرگوسی نیز با عبارت $f_{NL} = \frac{10}{3}\frac{\mathcal{G}_\psi}{\sum_{i=1}^{3}k_i^3}$ داده می‌شود. برای بررسی دامنه‌ی غیرگوسی در پیکربندی متساوی‌الاضلاع و عمودی، پیرو مقاله [6]، با معرفی پارامتر $\mathcal{S}_*^{equil} = -\frac{12}{13}(3\mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2)$ که متناظر با پیکربندی متساوی‌الاضلاع می‌باشد و در آن $k_1 = k_2 = k_3 \equiv k$ و همچنین شکل عمود بر این پیکربندی به فرم $\mathcal{S}_*^{ortho} = \frac{12}{14-13\beta}\left(\beta(3\mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2) + 3\mathcal{S}_1 - \mathcal{S}_2\right)$ ، رابطه‌ی اخیر را به‌صورت زیر بازنویسی می‌کنیم

$$\mathcal{G}_\psi = c_1\mathcal{S}_*^{equil} + c_2\mathcal{S}_*^{ortho}\,, \qquad (15)$$

که در آن c_1 و c_2 عبارتند از

$$c_1 = \frac{13}{12}\left[\frac{1}{24}\left(1-\frac{1}{C_s^2}\right)(2+3\beta) + \frac{\lambda}{12\Sigma}(2-3\beta)\right],$$

$$c_2 = \frac{14-13\beta}{12}\left[\frac{1}{8}\left(1-\frac{1}{C_s^2}\right) - \frac{\lambda}{4\Sigma}\right]. \qquad (16)$$

با توجه به تعریف پارامتر غیر خطی، f_{NL}، دامنه‌ی اختلالات غیر گوسی مربوط به هر پیکربندی در نهایت به فرم زیر به‌دست می‌آیند

$$f_{NL}^{equil} = \frac{325}{18}\left[\frac{1}{24}\left(1-\frac{1}{C_s^2}\right)(2+3\beta) + \frac{\lambda}{12\Sigma}(2-3\beta)\right], \qquad (17)$$

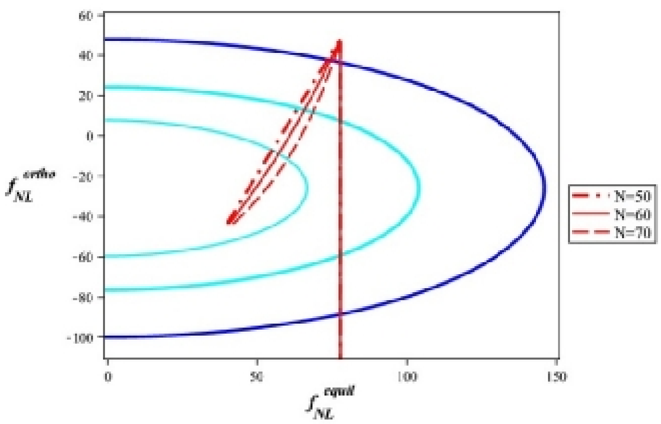
$$f_{NL}^{ortho} = \frac{10}{9}\left(\frac{65}{4}\beta + \frac{7}{6}\right)\left[\frac{1}{8}\left(1-\frac{1}{C_s^2}\right) - \frac{\lambda}{4\Sigma}\right]. \qquad (18)$$

لازم به ذکر است از آنجاکه تابع شکل در پیکربندی متساوی‌الاضلاع، در $k_1 = k_2 = k_3$ پیک دارد و همچنین شکل عمود نیز یک پیک مثبت در پیکربندی متساوی‌الاضلاع دارد، معادلات اخیر در حد $k_1 = k_2 = k_3 \equiv k$ نوشته شده‌اند.

پس از به‌دست آوردن معادلات اصلی در بررسی ویژگی غیر گوسی مدل تورمی دو میدانی، شامل یک میدان اسکالر و یک میدان *DBI*، در بخش بعد این مدل را با داده‌های رصدی اخیر مقایسه می‌کنیم و قیدهایی روی فضای پارامترهای مدل به دست می‌آوریم.

قیدهای رصدی

برای مقایسه نتایج مدل مورد بررسی با داده‌های رصدی جدید، پتانسیل مربعی به فرم $V = m_\phi{}^2\phi^2 + m_\chi{}^2\chi^2$ را انتخاب می‌کنیم(m_ϕ و m_χ به‌ترتیب جرم میدان‌های ϕ و χ می‌باشند). همچنین تابع هندسی میدان DBI را به‌صورت $f(\chi) = \frac{\lambda}{\chi^4}$ در نظر می‌گیریم و قیدهایی بر روی پارامتر هندسی λ به‌دست می‌آوریم. در این راستا تغییرات دامنه‌ی غیرگوسی عمود را بر حسب‌دامنه‌ی غیرگوسی متساوی‌الاضلاع بررسی می‌کنیم (شکل1). تحلیل عددی دامنه‌ی غیرگوسی در این حالت، قید $0 \le \lambda \le 250$ یا $7612 \le \lambda \le 7636.75$ برای $N = 50$ و قید $0 \le \lambda \le 220$ یا $7612 \le \lambda \le 7636.75$ برای $N = 60$ و قید $0 \le \lambda \le 210$ یا $7612 \le \lambda \le 7636.75$ برای $N = 70$ به‌دست می‌دهد.



شکل 1: رفتار دامنه‌ی غیرگوسی در پیکربندی عمود نسبت به دامنه‌ی غیرگوسی در پیکربندی متساوی‌الاضلاع به ازای مقادیر مختلف λ و با یک پتانسیل مربعی با مقادیر $m_\phi = 1$ و $m_\chi = 1$. شکل در یک پس‌زمینه‌ی داده‌های Planck2015 TTT, EEE, TTE, EETرسم شده است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ویژگی غیر گوسی یک مدل تورمی دو میدانی شامل یک میدان اسکالر معمولی و یک میدان DBI را مورد مطالعه و بررسی قرار داده‌ایم. با تحلیل عددی روی فضای پارامترهای مدل و مقایسه با داده‌های رصدی پلانک 2015، نشان دادیم این مدل به ازای بازه‌هایی از λ سازگاری خوبی با مشاهدات دارد.

مراجع:

[1] P. A. R. Ade; et. al.; "*Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation* "; (2013) [arXiv:1303.5082].

[2] A. Liddle and D. Lyth; "*Cosmological Inflation and Large Scale Structure*"; Cambridge University Press, Cambridge, England, (2000).

[3] J. M. Maldacena; "*Non-Gaussian features of primordial fluctuations in single field inflationary models*"; JHEP, **0305**, (2003) 013.

[4] D. Lyth and Y. Rodriguez; "*The inflationary prediction for primordial non-gaussianity*" ; Phys. Rev. D, **71**, (2005) 123508.

[5] P. A. R. Ade et al.; "*Planck 2015 results. XVII. Constraints on primordial non-Gaussianity*"; [arXiv:1502.01592].

[6] A. De Felice and S. Tsujikawa; "*Inflationary non-Gaussianities in the most general second-order scalar-tensor theories*"; Phys. Rev. D, **84**, (2011) 083504.

[7] K. Nozari and N. Rashidi; "*DBI inflation with a non-minimally coupled Gauss-Bonnet term*"**;** Phys. Rev. D **88**, (2013) 084040.

[8] K. Nozari, R. Aghabararian, N. Rashidi; "*Non-Gaussianity of scalar perturbations in tachyon field inflation coupled to Gauss-Bonnet curvature*"; Astrophysics and Space Science (2015), DOI 10.1007/s10509-015-2423-3.

تأثیر پرتوهای کیهانی روی جو زمین

الهی رحمان [1]؛ عابدینی یوسفعلی [1،2،3]؛ بیگدلی محسن [1]

1. گروه فیزیک دانشگاه زنجان ، کیلومتر 6 جاده تبریز ، صندوق پستی 313 ، زنجان

2. گروه علوم محیط زیست دانشگاه زنجان ، ، کیلومتر 6 جاده تبریز ، صندوق پستی 313 ، زنجان

3. پژوهشکده تغییر اقلیم و گرمایش زمین دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان ، بلوار استاد ثبوتی ، مشهد

چکیده

پرتوهای کیهانی در کاهش ضخامت لایه ازن موثرند. پرتوهای کیهانی هنگام عبور از جو با مولکول‌هایی که در جو زمین قرار دارند و مولکول‌های ازن برخورد کرده و باعث شکسته شدن آن‌ها و کاهش انرژی‌شان می‌شوند. این فرایند باعث تخریب ازن شده و زندگی بشر در سطح زمین را به مخاطره می‌اندارد که باعث نابودی گیاهان و موجودات زنده و نیز افزایش دمای زمین خواهد شد. در این کار با بررسی پرتوهای کیهانی و داده‌های اندازه‌گیری شده در رصدخانه‌های ایستگاه‌های یونسفری به تأثیرات آن بر پارامترهای جوی از جمله ازن پرداخته‌ایم.

Study of cosmic rays effects on the Earth's atmosphere

Elahi Rahman [1]; Abedini Yousefali [1,2,3]; Bigdeli Mohsen [1]

1. Department of physics, University of Zanjan, Tabriz km 6 Road, Post box 313, Zanjan.
2. Department environmental sciences of physics, University of Zanjan, Tabriz km 6 Road, Post box 313, Zanjan
3. Research institute for climate change and global warming science groduate university of Zanjan, Sobuti professor of proof, Mashhad.
.

Abstract

Cosmic rays can reduce the thickness of Ozone layer. Cosmic rays passing through the atmosphere collide the molecules (such as Ozone molecules) and break the bonds and reduce their energies. This Ozone depletion process can put the human life on Earth in danger and cause destruction of planets and living things and increase the temperature of the Earth. In this research we study the effect of these rays on atmospheric parameters (such as Ozone density), investigating cosmic rays and measured data of observatories of ionospheric stations.

1. مقدمه

پرتوهای کیهانی نخستین بار در سال 1912 توسط ویکتور هس، فیزیکدان اتریشی کشف شدند. ویکتور هس به دنبال حل معمای کم شدن بار اجسام باردار الکتروسکوپ‌هایی را در نقاط مختلف زمین نصب کرد و از تغییر میزان شدت کاهش بار نتیجه گرفت منشأ آن پرتوهای باردار خارج از زمین است. درسال 1926 رابرت میلیکان نام پرتوهای کیهانی را به آن‌ها داد. پرتوهای کیهانی از داخل منظومه شمسی توسط خورشید و بیرون منظومه شمسی توسط ستاره‌های نوترونی، ابرنواخترها، سیاهچاله‌ها و منابع دیگر منتشر می‌شوند. پرتوهای کیهانی ذراتی هستند که در فضای خارج از اجرام آسمانی تولید شده و به جو این اجرام برخورد می‌کنند؛ در مورد کره زمین این امواج در عبور از جو زمین در برخورد با ذرات جو به ذرات مختلفی مانند مئون‌ها، مزون‌ها، پوزیترون‌ها و ذرات دیگر تبدیل می‌شوند. ذراتی که به جو زمین وارد می‌شوند شامل 85 درصد پروتون، 12/5 درصد هسته هلیوم، 1 درصد هسته

عناصر سنگین و 1/5 درصد از الکترون‌ها است. پرتوهـای کیهـانی عمدتاً از پروتون‌ها تشکیل شده‌اند که باردار هستند و تحـت تـأثیر میدان مغناطیسی زمین منحرف خواهند شد و فقط پرتوهای کیهانی که انرژی آن‌ها در گستره‌ی پرتوهـای کیهـانی کهکشـانی باشـد در مواجهه با میدان مغناطیسی زمین مقاومت کرده و از جو زمین عبور می‌کنند و با از دست دادن انرژی زیادی توسط این فرایند به سـطح زمین می‌رسند. پرتوهایی که به سطح زمین می‌رسند عمـدتاً شـامل مئون‌هایی هستند که طول عمر کوتاهی دارنـد و بسـیاری از آن‌هـا قبل از رسیدن بـه سـطح زمـین ناپدیـد مـی‌شـوند. بـرای رصـد و آشکارسازی پرتوهای کیهـانی از رصـدخانه‌هـای متعـددی کـه در سـطح زمـین قـرار دارنـد اسـتفاده مـی‌شـود. ایـن پرتوهـا توسـط رصدخانه‌هـای مـاهواره‌ای و رصـدخانه‌هـای زمینـی متعـددی کـه احداث شده‌اند آشکارسازی و شناسایی می‌شوند [1].

2. انواع پرتوهای کیهانی

الف) پرتوهای کیهانی خورشیدی (SCR)

این پرتوها در محدوده انرژی بین کیلو الکترون ولت و گیگا الکترون ولت قرار دارند و مسئول یونیزاسیون در فضای میانی جو (آرام کره) هستند [2].

ب) پرتوهای کیهانی غیر عادی (ACR)

این نوع پرتوها در محدوده انرژی بین گیگا الکترون ولت و ترا الکترون ولت قرار دارند، پرتوهای کیهانی غیرعادی شامل هلیوم، آرگون، نئون و کربن می‌باشند [2].

ج) پرتوهای کیهانی کهکشانی (GCR)

این پرتوها دارای انرژی در محدوده بین ترا الکتـرون ولـت و اگـزا الکترون ولت هستند، این پرتوها مسـئول یونیزاسـیون در آرام کـره قطبی می‌باشند. به پرتوهایی که گستره انـرژی آن‌هـا بیشـتر از ایـن مقدار باشد پرتوهای کهکشانی بسیار پر انرژی گفته می‌شود [2].

3. ترکیباتی که توسط پرتوهای کیهانی باعث تخریب لایه های جوی می شوند: اکسیدهای هیدروژن HO_x و اکسیدهای نیتروژن NO_y

3-1 ترکیبات HO_x

تابش پرتوهای کیهانی و رویداد پروتون خورشیدی بسیار پر انرژی باعث تولید یونیزاسیون قابل توجهی از جـو، جداشـدگی و تجزیـه ترکیبات جوی و همچنـین تولیـد ترکیبـاتی چـون HO_x [1] و NO_y [2] می‌شود. تولید ترکیبات فوق می‌تواند موجب اخـتلال در لایـه ازن شود، ترکیبات HO_x در کنترل ازن در لایه آرام کره فوقانی و میـان کره مهم هستند، افزایش ترکیبـات HO_x بـا توجـه بـه طـول عمـر کوتاهی که دارند منجر به کاهش ازن در لایه آرام کره فوقانی مـی-شوند، این ترکیبات باعـث کـاهش 10 درصـد در لایـه میـان کـره خواهند شد. طوفان هـالووین در سـال 2003 باعـث تولیـد HO_x شد. ترکیبات دیگری که از طوفان هالووین در طی رویداد پروتـون خورشیدی شکل گرفته‌اند شامل موارد زیر می‌باشد [3]:

N_2O_5 و $CLONO_2$ و CLO و $HOCL$ و HNO_3

3-2 واکنش‌های تخریب لایه ازن توسط ترکیبات HO_x

فرایندهای تخریب ازن از طریق ترکیبات HO_x توسط واکنش‌هـای زیر صورت می‌گیرد [3]:

$$OH + O_3 \rightarrow HO_2 + O_2$$
$$HO_2 + O \rightarrow OH + O_2$$
$$\overline{O + O_3 \rightarrow O_2 + O_2}$$

$$H + O_3 \rightarrow OH + O_2$$
$$OH + O \rightarrow H + O_2$$
$$\overline{O + O_3 \rightarrow O_2 + O_2}$$

$$H_2O + O_3 \rightarrow HO_2 + O_2$$

1. $HO_x(H, OH, HO_2)$
2. $NO_y(N, NO, NO_2, NO_3, N_2O_5, HNO_3, HO_2NO_2, BrONO_2, ClONO_2)$

شکستن مولکول‌های HO_x توسط فوتون‌ها یا پرتوهای کیهانی در طول موج‌های $\lambda \leq 5650A^0$ به صورت زیر می‌باشد (E=2.17 ev):

$$H_2O + h\upsilon \rightarrow H + OH$$
$$HNO_3 + h\upsilon \rightarrow OH + NO_2$$

3-3 ترکیبات NO_y

ترکیبات NO_y طول عمر طولانی‌تری نسبت به ترکیبات HO_x دارند و توسط پرتوهای کیهانی و فرایندهای پروتون خورشیدی بسیار بزرگ تولید می‌شوند. ترکیبات NO_y با توجه به طول عمر طولانی که دارند منجر به کاهش بیش از 10 درصد ازن در لایه های پایینی جو (پایین کره و گرم کره) خواهند شد. مقدار تولید ترکیبات NO_y در آرام کره 58-52 گیگا مول برساعت می‌باشد [3].

4-3 واکنش‌های تخریب لایه ازن توسط ترکیبات NO_y

فرایندهای تخریب ازن از طریق ترکیبات NO_y ناشناخته در بازه زمانی کوتاه توسط واکنش‌های زیر انجام می‌گیرد [3]:

$$NO + O_3 \rightarrow NO_2 + O_2$$
$$NO_2 + O \rightarrow NO + O_2$$

$$O + O_3 \rightarrow O_2 + O_2$$

$$NO_2 + O_3 \rightarrow NO_3 + O_2$$

ترکیبات NO، توسط فوتون‌ها یا پرتوهای کیهانی در طول موج-$\lambda \leq 191nm$ به صورت زیر شکسته می‌شوند (E=6.48 ev):

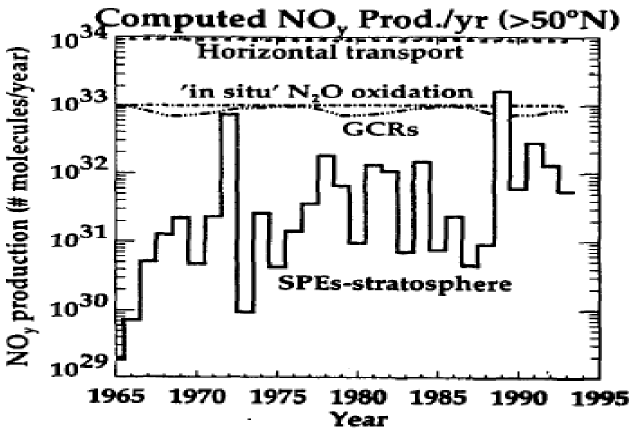
$$NO + h\upsilon \rightarrow N + O$$

ترکیبات NO_2، توسط فوتون‌ها یا پرتوهای کیهانی در طول موج-$\lambda \leq 3975A^0$ به صورت زیر شکسته می‌شوند (E=3.11 ev):

$$NO_2 + h\upsilon \rightarrow NO + O$$

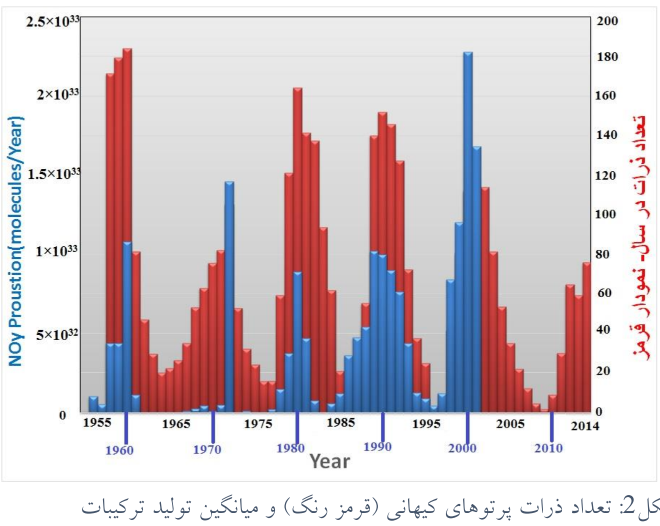
4. نتایج حاصل از پردازش داده‌ها

در (شکل 1) تولید ترکیبات NO_y توسط پرتوهای کیهانی نشان داده شده است که محدوده تولید این ترکیبات در رده 10^{33} مولکول در سال می باشد. با توجه به آنکه محدوده انرژی پرتوهای کیهانی خورشیدی خیلی پایین تر از انرژی پرتوهای کیهانی کهکشانی است بنابراین پرتوهای کیهانی خورشیدی تنها در صورت رویدادهای پروتون خورشیدی می توانند مقدار تولید ترکیبات NO_y را به میزان پرتوهای کیهانی کهکشانی برسانند و باعث تولید ترکیباتی شوند که موجب از بین رفتن ازن خواهد شد. رویدادهای پروتون خورشیدی در طی سال های 1993-1965 بر حسب تعداد ترکیبات NO_y تولید شده در لایه آرام کره در (شکل 1) نشان داده شده است.



شکل 1: رویداد های پروتون خورشیدی و تولید ترکیبات NO_y [4].

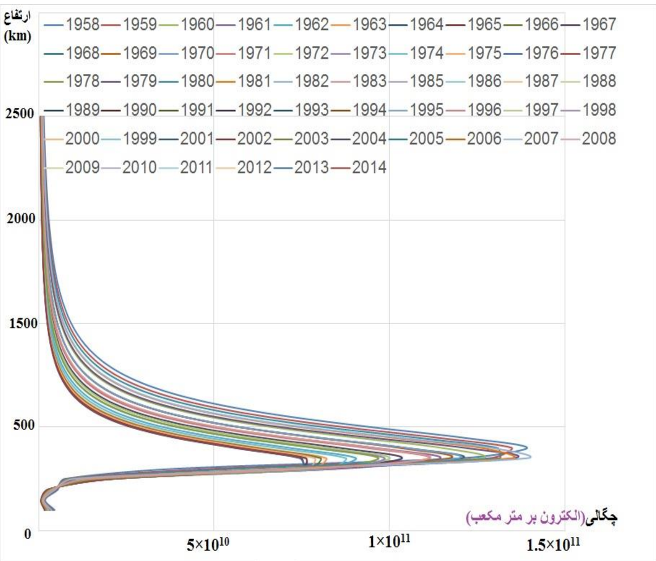
در (شکل 2) نمودار تعداد ذرات پرتوهای کیهانی (قرمز رنگ) و میانگین تولید ترکیبات NO_y (آبی رنگ) طی سال های 2003-1958 با میانگین گیری سالانه از داده‌های گرفته شده توسط (www.ips.gov.au/world-data-centre/1/7) رسم شده است:



شکل 2: تعداد ذرات پرتوهای کیهانی (قرمز رنگ) و میانگین تولید ترکیبات NO_y (آبی رنگ) طی سال‌های 2003-1958.

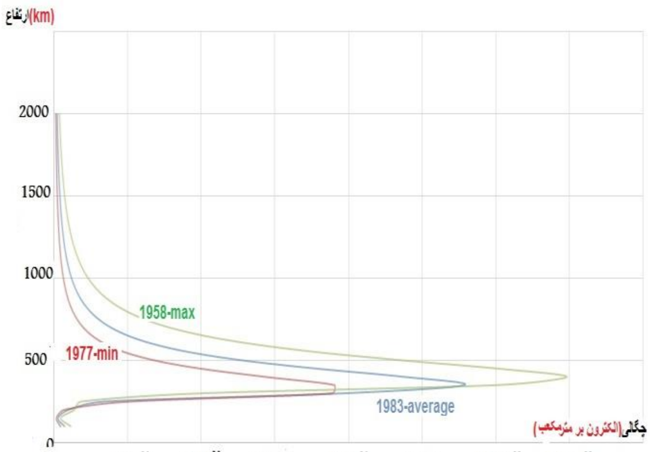
همان طور که مشاهده می‌کنید تعداد ذرات تولید شده در سال در مقایسه با تولید ترکیبات NO_y در لایه آرام کره در پیک‌های یکسان بر روی هم قرار گرفته‌اند و با (شکل 1) کاملاً هم خوانی دارد. همان طور که در (شکل 2) مشاهده می‌کنید کاری که توسط ما انجام شده است این است که این نمودار را برای سال‌های 1965–1958 و همچنین برای سال‌های 2003–1993 با توجه به داده های موجود رسم کرده‌ایم.

برای مقایسه و نتیجه گیری کلی در این قسمت از داده‌های چگالی الکترونی در ارتفاع‌های مختلف طی سال‌های 1958 تا سال 2014 توسط (http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/iri-vitmo.html) استفاده کرده‌ایم. نمودارهای چگالی الکترونی برای 56 سال اخیر با توجه به داده‌های روزانه گرفته شده به طور میانگین برای هر سال در ارتفاع‌های معین و در محدوده‌های جغرافیایی مشخصی (طول جغرافیایی 50 درجه و عرض جغرافیایی 40 درجه) رسم شده است. در این جا تمامی نمودارها به طور مشترک در قالب یک نمودار از سال 1958 تا سال 2014 رسم شده است که تفاوت‌های چشمگیری با توجه به تابش‌های متنوع که در طول زمان اتفاق می‌افتد ملاحظه می‌شود (شکل 3).



شکل 3: نمودارهای چگالی الکترونی طی سال های 2014–1958 با توجه به داده‌های روزانه گرفته شده به طور میانگین برای هر سال در ارتفاع‌های معین و در محدوده‌های جغرافیایی مشخص (طول جغرافیایی 50 درجه و عرض جغرافیایی 40 درجه).

مقدار بیشینه و کمینه پیک‌های چگالی الکترونی نمودارهای (شکل 3) را استخراج نموده و آن را مطابق (شکل 4) رسم می‌نمائیم. ملاحظه می‌شود بیشینه پیک‌های چگالی الکترونی در ارتفاعات 350 تا 400 کیلومتری در طی سال‌های 1959، 1979، 1990 و 2002 همزمان با رویدادهای پروتون خورشیدی که در این سال‌ها بیشترین مقدار را به خود داشته است اتفاق افتاده است و این با (شکل 1) که میزان تولید ترکیبات NO_y را نشان می‌دهد کاملاً سازگار است. بر طبق الگوی زیر برای نمودار چگالی تعریف شده شاهد خواهیم بود که میزان درصد سالیانه تخریب لایه ازن بین صفر و یک در نوسان خواهد بود که بیشترین مقدار تخریب آن در هنگام وقوع شدید پرتوهای کیهانی خواهد بود.



شکل 4: مقدار بیشینه و کمینه پیک‌های چگالی الکترونی

Reference

[1]. Geddes James, et al, “On the injection energy distribution of Ultra-High-Energy cosmic rays”, arxiv:astro-ph/9506009v1, 1 Jun 1995.
[2]. Velinov Peter, et al, “Improved Operational Cosmic Ray Ionization Model For The Atmosphere-CRIMA”, Space & Solar-Terrestrial Research Institute, Bulgarian Academy of Sciences. Workshop on Assessment & Validation of Space Weather Models, Alcala de Henares, Spain, 16-17 Mar 2011.
[3]. Jackman C.H., et al, “The influence of solar proton events on the ozone layer”, Adv. Space Res. Vol. 24, No. 5, pp.625-630, 1999.
[4]. Charles H. Jackman, Eric L. Fleming. Francis M. Vitt, and David B. Considine,"The influence of solar proton events on the ozone layer". adv. space Res. Vol. 24, NO. 5, pp. 625-630, 1999.

بررسی رفتار کسری زاویه‌ای در جواب‌های لایه‌های مغناطیسی گرانش شبه توپولوژیک در حضور میدان‌های غیر خطی

بذرافشان ، افسانه [۱]؛ قناعتیان ،محمد [۲]؛ تقی پور، ساغر [۲]

[۱] گروه فیزیک ، دانشگاه جهرم

[۲] گروه فیزیک ، دانشگاه پیام نور

چکیده

با توجه به تحقیقاتی که در زمینه لایه های مغناطیسی در گرانش ها و میدان های مختلف مثل گرانش لاولاک انجام شده است،بر آن شدیم که به بررسی تاثیرات لایه های مغناطیسی در گرانش شبه توپولوژیک مرتبه چهارم در حضور یک میدان غیرخطی بپردازیم.میدان در نظر گرفته شده میدان غیر خطی بورن اینفلد می باشد. جوابهای بدست آمده بدون تکینگی یا افق هستند. ولی در عین حال حاوی یک تکینگی مخروطی در r=0است. در ادامه رفتار کسری زاویه ای δ را بصورت تابعی از پارامترهای غیر خطی الکترومغناطیسی و ضرایب گرانش رسم میکنیم و بدست می آوریمکه نهایتا به این نتیجه میرسیم که جوابهای ما در رابطه با کسری زاویه ای به ضرایب شبه توپولوژیک مرتبه چهارم بستگی دارد.

Investigation of Deficit Angle Behaviorin Magnetic Branes Solutions ofQuasi-Topological Gravity in Presence of Nonlinear Fields

Bazrafshan, Afsaneh[1]; Ghanaatian, Mohammad[2]; Taghipoor, Saghar[2]

[1] Department of Physics, Jahrom University, Jahrom, Iran
[2] Department of Physics, Payame Noor University, Iran

Abstract

According to the researches have been made in magnetic branes in different gravities and fields such as LoveLock gravity,we decided to analyze the effects of magnetic branes in quartic quasi-topological in presence of a nonlinear electromagnetic field.In this paper, the nonlinear field is Born-Infeld electromagnetic field.These solutions have nocurvature singularity and no horizons,but have a conic singularity at r=0.In the following, we plot the behavior of deficit angle in terms of nonlinearity of electromagnetic field and cosmological constant.We find that the solutions depend onthe coefficients of quartic quasi-topological gravity.

مقدمه

با توجه به نتایج بسیاری از تحقیقات اخیر ، بسیاری از فضا زمانهای مورد بررسی هیچ‌گونه تکینگی اصلی ندارد و بنابراین به صورت سیاهچاله تفسیر نمی‌شود [۱،۲،۳]. همه نتایج بدست آمده حاکی از این است که هیچ افقی وجود ندارد و فضا –زمان مورد بررسی دارای یک هندسه مخروطی است که به جز در امتداد یک خط، در سایر قسمتهای فضا زمان تخت می‌باشند [۳].

اخیرا محققین بسیاری در گرانش شبه توپولوژیک دست به تحقیق و بررسی زده‌اند و این گرانش موضوع بسیاری از مقالات بوده است[٤و٥و٦و٧]. در این مقاله ما نیز به بررسی گرانش شبه توپولوژیک در حضور میدان الکترومغناطیسی غیرخطیبورن–اینفلد پرداخته‌ایم.

معادلات کنشگرانش شبه توپولوژیکمرتبه چهارم در حضور میدان الکترومغناطیسی بورن–اینفلد

عبارت زیر کنش شبه توپولوژیک در (n+1)-بعد در حضور یک میدان الکترو مغناطیسی می‌باشد:

$$I_G = \int d^{n+1}\sqrt{-g}[2\Lambda + \chi_1 + \mu_2\chi_2 + \mu_3\chi_3 + \mu_4\chi_4 + L(F)] \quad (۱)$$

که $\chi_1 = R$همان اسکالر ریچیهستو

$$\chi_2 = R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda\delta} - 4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} + R^2 \quad (۲)$$

لاگرانژی گوس–بونه می‌باشد.$\Lambda = \frac{n(n-1)}{2l_2}$ ثابت کیهان‌شناسی است و عبارت زیرجمله سوم گرانش شبه توپولوژیک می‌باشد:

$$\chi_3 = R^{\nu\rho}_{\mu\lambda}R^{\tau\sigma}_{\nu\rho}R^{\mu\lambda}_{\tau\sigma} + \frac{1}{(2n-1)(n-3)}\Big(\frac{3(3n-5)}{8}R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda\delta}R - 3(n-1)R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda}{}_{\tau}R^{\rho\tau} + 3(n+1)R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu}R^{\lambda\rho} + 6(n-1)R_{\mu}{}^{\nu}R_{\nu}{}^{\lambda}R_{\lambda}{}^{\mu} - \frac{3(3n-1)}{2}R_{\mu}{}^{\nu}R_{\nu}{}^{\mu}R + \frac{3(n+1)}{8}R^3\Big) \quad (۳)$$

و عبارت زیر جمله چهارم گرانش شبه توپولوژیک می‌باشد:

$$\begin{aligned}\chi_4 = {} & c_1R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\lambda\delta\rho\tau}R^{\sigma\varepsilon}{}_{\rho\tau}R_{\sigma\varepsilon}{}^{\mu\nu} + c_2R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda\delta}R_{\rho\tau}R^{\rho\tau} \\ & + c_3RR_{\mu\nu}R^{\mu\lambda}R_{\lambda}{}^{\nu} + c_4(R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda\delta})^2 \\ & + c_5R_{\mu\nu}R^{\mu\lambda}R_{\lambda\delta}R^{\sigma\nu} + c_6RR_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\lambda}R^{\sigma\nu} \\ & + c_7R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\lambda}R^{\nu\rho}R^{\delta}{}_{\rho} \\ & + c_8R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\lambda\rho\tau}R^{\nu}{}_{\rho}R^{\delta}{}_{\tau} \\ & + c_9R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\lambda}R_{\rho\tau}R^{\nu\rho\delta\tau} + c_{10}R^4 \\ & + c_{11}R^2R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda\delta} + c_{12}R^2R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} \\ & + c_{13}R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\rho\tau}R_{\rho\tau}{}^{\lambda}{}_{\gamma}R^{\delta\gamma} \\ & + c_{14}R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\rho\lambda\tau}R_{\gamma\rho\omega\tau}R^{\gamma\nu\lambda\delta}\end{aligned} \quad (٤)$$

و در کنش (۱) ، L(F) لاگرانژیبورن–اینفلدهست که به صورت زیر است:

$$L(F) = 4\beta^2\left(1 - \sqrt{1 + \frac{F^2}{2\beta^2}}\right) \quad (٥)$$

که $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ و$F^2 = F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ که تانسور میدان الکترومغناطیسی هست و A_μ بردار پتانسیل می‌باشد. وقتی β را به سمت بینهایت میل می‌دهیم$L(F) = F^2$ می‌شود که همان شکل ماکسول هست.

جوابهای گرانش شبه توپولوژیک در حضور میدان مغناطیسی بورن اینفلد

در اینجا می‌خواهیم جواب‌های n+1-بعدی میدان مغناطیسی را بدست آوریم.برای یافتن این نوع جواب‌ها ، متریک زیر را در نظر می‌گیریم[۸]:

$$ds^2 = \frac{-\rho^2dt^2}{l^2} + \frac{d\rho^2}{f(\rho)} + l^2g(\rho)d\theta^2 + \frac{\rho^2}{l^2}\sum_{i=1}^{n-1}d\psi^2 \quad (٦)$$

ما به این دلیل این متریک پیمانه‌ای را انتخاب می‌کنیم، چون می‌خواهیم جواب‌های بدون افق مغناطیسی را بدست آوریم نه جواب‌های الکتریکی.برای بدست آوردن جواب ابتدا متریک را در اکشن مذکور (معادله (۱)) جایگذاری می کنیم.سپس با وردش معادله حاصل نسبت به f و g و hتابع h و f وg را پیدا می کنیم.تابع f را به صورت ضریبی از تابع g در نظر می گیریم:

$$f(\rho) = N(\rho)^2g(\rho)$$

که N(ρ)=1 در نظر می گیریم بنابراین:

h'جواب معادلات میدان می‌باشد و بصورت زیر است:

$$h' = \frac{-q}{\rho^{n-1}\sqrt{1-\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2}}} \qquad (۷)$$

و بعد با جایگذاری معادله ۷ در معادله حاصل از وردش نسبت به fتابع f(ρ) بصورت زیر می‌شود:

$$f(\rho) = \frac{\rho^2}{l^2}\left(\frac{-\mu}{4c} + \frac{1}{36}\sqrt{\frac{81\mu^2}{c^2} - \frac{216\lambda}{c} + \frac{16\lambda^3}{c^3} - \frac{72\lambda\mu}{c^3} + \frac{576\lambda k}{c^2} - \frac{216\mu^2 k}{c^3} - \frac{216}{c^2}} - \frac{1}{36}\left(\frac{162\mu^2}{c^2} - \frac{432\lambda}{c} + \frac{16\lambda^3}{c^3} + \frac{72\lambda\mu}{c^3} - \frac{576\lambda k}{c^2} + \frac{216\mu^2 k}{c^3} + \frac{216}{c^2} + \frac{1458\left(\frac{4\lambda\mu}{c^3} - 8\frac{k}{c} + \frac{\mu^3}{c^3}\right)}{\sqrt{\frac{81\mu^2}{c^2} - \frac{216\lambda}{c} + \frac{16\lambda^3}{c^3} - \frac{72\lambda\mu}{c^3} + \frac{576k}{c^2} - \frac{216\mu^2 k}{c^3} - \frac{216}{c^2}}}\right)^{\frac{1}{2}}\right) \qquad (۸)$$

که مقدار k در فرمول بالا بصورت زیر بدست می‌آید:

$$k = 1 - \frac{m}{\rho^n} + \frac{(n-1)}{\frac{9\rho^n}{\sqrt{1-\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2}}}\left(\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2}\right)^{\frac{2}{3}}}(l\beta q^2)^{\frac{2}{3}}\Bigg(-1 +$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2}}} + \left(\left(\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2\left(\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2}-1\right)}\right)^{\frac{2}{3}}\right) \qquad (۹)$$

$$hypergeom\left(\left[\frac{1}{6},\frac{2}{3}\right],\left[\frac{7}{6}\right],\frac{1}{1-\frac{q^2}{l^2\rho^6\beta^2}}\right) \qquad (۱۰)$$

برای اینکه ویژگی این جوابها را بررسی کنیم،به دنبال نقاط اکستریمم تابع f خواهیم بود.به همین منظور، مشتق اول و دوم f را حساب می‌کنیم.به راحتی می‌توان دید که اسکالر کریشمان $R_{\mu\nu\lambda\delta}R^{\mu\nu\lambda\delta}$ ، در نقطه$\rho = 0$ واگرا می‌شود و لذا ممکن است این موضوع به ذهن خطور کند که در این نقطه یک تکینگی اصلی وجود دارد.

در ادامه در جستجوی افق برای تکینگی اصلی و لذا تفسیر لایه سیاه برای جوابها خواهیم بود.در صورت وجود افق، تابع f(ρ)در شعاع افق صفر خواهد شد. فرض کنید که بزرگ‌ترین ریشه f(ρ)در $\rho = r_+$ باشد، بنابراین f(ρ) در ناحیه$\rho < r_+$ منفی و در ناحیه$\rho > r_+$ مثبت خواهد بود و ممکن است چنین به نظر آید که ابرسطح t=constant و $\rho = r_+$ افق تکینگی مذکور است ولی این تحلیل نادرست است.

باید توجه داشت که ضرایب متریک در ناحیه قبل و بعد از r_+ یکسان نیست و لذا این موضوع را تاکید می‌کند که $\rho < r_+$ قابل حصول نیست و ما مجاز به مطالعه رفتار تابع متریک فقط در منفی و در ناحیه$\rho > r_+$ هستیم. لذا f(ρ) یک تابع همواره مثبت در این بازه است و اسکالر کریشمان در بازه مذکور همواره متناهی است.

یک مختصه ی شعاعی جدید r ، را به شکل زیر تعریف می کنیم:

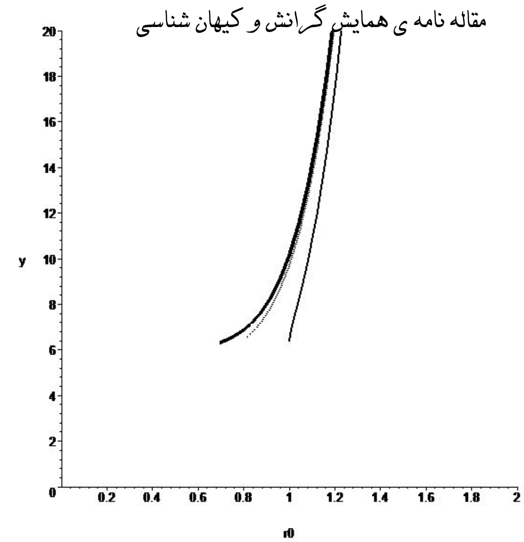
$$\frac{r^2}{r^2+{r_+}^2}dr^2 = d\rho^2 \Rightarrow r^2 = \rho^2 - {r_+}^2 \qquad (۱۲)$$

که متریک بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$ds^2 = -\frac{(r^2+{r_+}^2)dt^2}{l^2} + \frac{r^2dr^2}{f(r)(r^2+{r_+}^2)} + l^2g(r)d\theta^2 + \frac{(r^2+{r_+}^2)\sum_{i=1}^{n-1}d\psi^2}{l^2} \qquad (۱۳)$$

تابع f(r) در نقطه $r = 0$دارای مقدار صفر و در سایر نواحی$r > 0$ مثبت خواهد بود.همچنین توجه کنید که اسکالر کریشمان در تمامی نواحی$r > 0$ واگرا نمی‌شود.بنابراین فضا زمان مورد نظر دارای هیچ-گونه افق یا تکینگی اصلی نیست. و در همین حال می‌توان دید که هندسه این فضا زمان یک هندسه مخروطی بوده و دارای یک تکینگی مخروطی در $r = 0$ می‌باشد. بنابراین معادلات، توصیف کننده فضازمانی است که بطور موضعی تخت بوده ولی دارای یک تکینگی مخروطی با کسری زاویه ای $8\pi\mu = \delta\theta$ می باشد.

با توجه به نمودار (۱) که نمودار تغییرات کسری زاویه‌ای برحسب r_0 در بررسی رفتار کسری زاویه‌ای است، می‌بینیم که یک r_{min} و r_{max} وجود دارد که $r_{min} < r_0 < r_{max}$می‌باشد. در غیر این صورت کسری زاویه‌ای حقیقی نیست. حال به بررسی تاثیرات افزایش پارامترهای شبه توپولوژیک می‌پردازیم و می-بینیم که با افزایش آنهاr_{min}افزایش پیدا می‌کند.



شکل (۱): نمودار کسری زاویه‌ای بر حسب r_0(خط پیوسته به ازای $\beta=0.1$ و خط نقطه‌چین به ازای $\beta=0.2$ و خط پررنگ به ازای $\beta=0.3$) برای

این نمودار ،تغییرات کسری زاویه ای بر حسب r0 (بزرگترین ریشه f(r)) می باشد.همانطور که در زیرنویس نمودار مشخص شده، با افزایش پارامتر β شاخص میدان الکترومغناطیسی و ثابت نگه داشتن دیگر پارامترها مقدار کسری زاویه ای کاهش می یابد.

نتیجه گیری

آنچه در این مقاله بدست آمد این بود که با استفاده از متریک مغناطیسی هیچ‌گونه افق و تکینگی اصلی در فضا نخواهیم داشت. لذا فضا زمان ما سیاهچاله نیست. ولی در عین حال یک تکینگی مخروطی در $r=0$ می‌باشد.همچنین کسری زاویه‌ای به پارامترهای گرانش و میدان وابسته است و با افزایش β که پارامتر شاخص میدان الکترومغناطیسی است مقدار کسری زاویه‌ای کاهش می‌یابد.

مراجع

[۱]M.H.Dehghani,*Phys.Rev.D***69**, 064024 (2004).

[۲] R. C. Myers and B. Robinson, *J. High Energy Phys.***08**, 067 (2010).

[۳] M. H. Dehghani, A. Bazrafshan, R. Mann, M. Mehdizadeh, M. Ghanaatian, and M. Vahidinia,*Phys. Rev. D***85**, 104009 (2012).

[٤] M. Hassaine and C. Martinez, *Phys. Rev. D***75**, 027502 (2007).

[٥] M. Hassaine and C. Martinez, *Classical Quantum Gravity***25**, 195023 (2008).

[٦] H. Maeda, M. Hassaine and C. Martinez, *Phys. Rev. D***79**, 044012 (2009).

[٧] S. Habib Mazharimousavi and M. Halilsoy, *Phys. Lett. B***681**, 190 (2009).

[٨] S. H. Hendi, *Phys. Lett. B***678**, 438 (2009).

بررسی انبساط تندشونده کیهان در مدل گرانش غیرموضعی

پژوهش، رضا[۱]؛ یوسفی روبیات، کاظم[۲]

[۱و۲] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند

چکیده

یکی از نقایص نسبیت عام فرض وجود ثابت کیهان شناسی جهت توجیه انبساط تند شونده کیهان است. این در حالی است که هنوز ماهیت انرژی تاریک (ثابت کیهان شناسی) مشخص نیست و هم چنین تا کنون در هیچ آزمایش تجربی ماهیت انرژی تاریک به طور مستقیم آشکار نشده است. نظریات گرانش اصلاح شده (که مدل های گرانش غیر موضعی زیرمجموعه ای از این نظریات هستند) سعی دارند با ایجاد اصلاحاتی در نظریه نسبیت عام این ایراد را برطرف کنند. در این مقاله انبساط تند شونده کیهان در یک مدل گرانش اصلاح شده غیرموضعی بررسی خواهد شد و برای حالت خاص ($\Box R = qR^2$) خواهیم دید که می توان انبساط تند شونده کیهان را بدون در نظر گرفتن ثابت کیهان شناسی باز تولید کرد.

Study of accelerating expansion of universe in non-local model of gravity

Pazhouhesh, Reza[1]; Yoosefi Roobiyat, Kazem[2]

[1,2] Department of physics, University of Birjand, Birjand,

Abstract

One of the shortcomings of Einstein's cosmological constant to justify given the accelerating expansion of the Universe. While this is still the nature of dark energy (cosmological constant) is unknown and the experimental nature of dark energy has never been directly detected. Theories of modified gravity (non-local gravity models are subset of these theories) are trying to reform the theory of general relativity to solve this problem. In this paper, the accelerating expansion of the universe in a non-local modified gravity model will be reviewed and for special cases ($\Box R = qR^2$) we see that the accelerating expansion of the universe will reproduce, regardless of the cosmological constant.

مقدمه

با وجود موفقیت های بزرگ نظریه نسبیت عام اینشتین، این نظریه نتوانسته به عنوان یک نظریه جامع و کامل گرانش مطرح شود و وجود ابهامات بزرگی از قبیل ۱- وجود تکینگی انفجاربزرگ در لحظه $t = 0$ ، ۲- لزوم وجود یک ثابت کیهان شناسی غیر صفر برای توجیه انبساط تند شونده کیهان، و ... باعث شده است که محققین به دنبال یافتن یک نظریه کامل و جامع تری برای گرانش باشند[۱]. یکی از راه حل های موجود، انجام اصلاحات در نظریه نسبیت عام است. البته این تغییرات باید به گونه ای باشند که در مقیاس های کوچک (منظومه شمسی) موفقیت های بی نظیر نظریه نسبیت عام را باز تولید کنند و یا به عبارت دیگر نظریه اصلاح شده جدید باید در مقیاس های کوچک به نظریه نسبیت عام استاندارد تبدیل شود[۲]. در همین راستا مدل های متعدد گرانش اصلاح شده ارائه شده است که هر یک معایب و محاسن مربوط به خود را دارند. در بین این مدل های اصلاح شده، نظریات موسوم به $f(R)$ از شهرت بیشتری برخوردار می باشند و بیشتر مورد توجه محققین واقع شده اند[۱]. نظریات گرانش غیرموضعی که زیر مجموعه ای از مدل های $f(R)$ هستند، برای اصلاح نظریه نسبیت عام، جملاتی را به کنش استاندارد اینشتین–هیلبرت اضافه می کنند که به مقادیر میدان در بیش از یک نقطه فضا–زمان وابسته هستند[۳]. از مهمترین موفقیت های مدل

های غیرموضعی آن است که می توان انبساط تندشونده کیهان را بدون نیاز به فرض وجود ثابت کیهان شناسی بازتولید کرد[٦-٤]. همچنین این نظریات در زمینه بازتولید نظریه موند[1] به عنوان جایگزینی برای ماده تاریک نیز موفقیت هایی کسب کرده اند[٨ و ٧]. در این مقاله موضوع انبساط تندشونده کیهان در یک مدل گرانش غیرموضعی اصلاح شده، بررسی خواهد شد.

معرفی مدل

مدل گرانش اصلاح شده غیرموضعی که در این مقاله از آن استفاده خواهد شد برای اولین بار در سال ۲۰۰٦م توسط بیسواز[2]، مازومدار[3] و سیجل[4] مطرح گردید[۹] و تا کنون از جنبه های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است [۱۲-۱۰]. در این مدل کنش به فرم زیر در نظر گرفته می شود:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R-2\Lambda}{16\pi G} + CRF(\Box)R\right) \quad (1)$$

که در آن، R، اسکالر انحنا، g، دترمینان متریک، Λ، ثابت کیهان شناسی، C، یک ثابت و $F(\Box) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n \Box^n$ یک تابع تحلیلی از عملگر دالامبرین[5] می باشد [١٤]. این کنش را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R}{16\pi G} + R^{-1}F(\Box)R\right) \quad (2)$$

که در این صورت، $\Lambda = -8\pi G f_0$ بوده و در حالت، $f_0 = 0$، این مدل فاقد ثابت کیهان شناسی خواهد بود.

معادلات حرکت

معادلات حرکت متریک را می توان با وردش گیری از کنش رابطه ۲ نسبت به $g_{\mu\nu}$ بدست آورد:

$$\begin{aligned}\frac{1}{16\pi G}G_{\mu\nu} + \frac{1}{2}T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R^{-1}F(\Box)R \\ - R_{\mu\nu}\{R^{-2}F(\Box)R - F(\Box)R^{-1}\} \\ + \{\nabla_\mu\partial_\nu[R^{-2}F(\Box)R - F(\Box)R^{-1}] \\ - g_{\mu\nu}\Box[R^{-2}F(\Box)R - F(\Box)R^{-1}]\} \\ + \frac{1}{2}\left\{g_{\mu\nu}\mathcal{K}_\beta^\beta - 2\mathcal{K}_{\mu\nu} + g_{\mu\nu}\bar{\mathcal{K}}\right\} = 0\end{aligned} \quad (3)$$

که در آن:

$$\mathcal{K}_{\mu\nu} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sum_{\ell=0}^{n-1}\{\partial_\mu\Box^\ell R^{-1}\partial_\nu\Box^{n-\ell-1}R\} \quad (4)$$

$$\bar{\mathcal{K}} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sum_{\ell=0}^{n-1}\{\Box^\ell R^{-1}\Box^{n-\ell}R\} \quad (5)$$

همچنین رد[6] رابطه ۳ نیز به صورت زیر است:

$$\begin{aligned}-\frac{1}{16\pi G}R + \frac{1}{2}T - 3R^{-1}F(\Box)R + RF(\Box)R^{-1} \\ - 3\Box[R^{-2}F(\Box)R - F(\Box)R^{-1}] + \{\mathcal{K} + 2\bar{\mathcal{K}}\} = 0\end{aligned} \quad (6)$$

با استفاده از متریک فریدمن-رابرتسون-والکر[7] ($ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\, d\varphi^2\right)$) و برای کیهان تخت (K=0) خواهیم داشت:

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}\right) \quad (7)$$

$$\Box h(t) = -\partial_t^2 h(t) - 3H\partial_t h(t) \quad , H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad (8)$$

که در روابط بالا، H، پارامتر هابل، K، پارامتر انحنا ($K = 0, \pm 1$) و $a(t)$ فاکتور مقیاس[8] است. از آن جا که هدف ما توجیه انبساط تند شونده کیهان است، بنابراین با فرض جواب زیر برای $a(t)$:

$$a(t) = a_0|t - t_0|^\alpha \quad (9)$$

ضرایب مناسب f_n در حالت خاص $\Box R = qR^2$ بدست خواهند آمد. همچنین در صورتی که $f_0 = 0$ بدست آید، این مدل انبساط تندشونده کیهان را بدون وجود ثابت کیهان شناسی باز تولید خواهد کرد.

بررسی حالت $\Box R = qR^2$

با ترکیب روابط ۷ و ۹ خواهیم داشت:

$$R = 6\alpha(2\alpha - 1)(t - t_0)^{-2} \quad (10)$$

با استفاده از روابط ۸ و ۱۰ به راحتی می توان نشان داد شرط برقرار بودن رابطه $\Box R = qR^2$ عبارت است از:

$$\{6\alpha\}\{2\alpha-1\}\{2q\alpha^2-q\alpha-\alpha+1\}(t-t_0)^{-4}=0 \qquad (11)$$

این معادله دارای ۳ دسته جواب به فرم زیر است:

$$\begin{aligned}
&(I) \qquad K=0, \alpha\neq 0, \alpha\neq\frac{1}{2}, q=\frac{\alpha-1}{\alpha(2\alpha-1)}\\
&(II) \qquad K=0, \alpha=\frac{1}{2}, q\in\mathbb{R}\\
&(III) \quad K=0, \alpha=0, q\in\mathbb{R}
\end{aligned}$$

در حالت های II و III می توان با استفاده از رابطه ۹ مشاهده کرد که $R=0$ بدست خواهد آمد و از آن جایی که رابطه کنش ۲ و متعاقب آن معادلات حرکت شامل جملات R^{-1} هستند، لذا این جواب ها غیر قابل قبول می باشند. با این حساب تنها حالت I باقی خواهد ماند که در ادامه مورد بررسی بیشتر قرار خواهد گرفت.

در این حالت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
&q=\frac{\alpha-1}{\alpha(2\alpha-1)} && R=6\alpha(2\alpha-1)(t-t_0)^{-2}\\
&a=a_0|t-t_0|^{\alpha} && H=\alpha(t-t_0)^{-1}\\
&R_{00}=3\alpha(1-\alpha)(t-t_0)^{-2} && G_{00}=3\alpha^2(t-t_0)^{-2} \qquad (12)
\end{aligned}$$

همچنین می توان روابطی برای $F(\Box)R$ و $F(\Box)R^{-1}$ به فرم زیر بدست آورد:

$$F(\Box)R=\sum_{n=0}^{\infty} f_n B_n (t-t_0)^{-2n-2} \qquad (13)$$

$$F(\Box)R^{-1}=f_0C_0(t-t_0)^2+f_1C_1 \qquad (14)$$

که در روابط بالا

$$\begin{aligned}
&B_n=6\alpha(2\alpha-1)(-2)^n n!\prod_{l=1}^{n}(1-3\alpha+2l), \qquad n\geq 1\\
&B_0=6\alpha(2\alpha-1)=(C_0)^{-1}\\
&C_1=-\frac{2(1+3\alpha)}{6\alpha(2\alpha-1)} \qquad (15)
\end{aligned}$$

با جایگزینی روابط ۱۳ و ۱۴ را در روابط ٤ و ٥ خواهیم داشت:

$$\bar{\mathcal{K}}=C_0\sum_{n=1}^{\infty} f_nB_n(t-t_0)^{-2n}+C_1\sum_{n=2}^{\infty} f_nB_{n-1}(t-t_0)^{-2n}$$

$$\mathcal{K}=\mathcal{K}_0^0=-\mathcal{K}_{00}=4C_0\sum_{n=1}^{\infty} nf_nB_{n-1}(t-t_0)^{-2n}$$

$$\mathcal{K}_{ij}=\mathcal{K}_{i0}=\mathcal{K}_{0j}=0 \qquad (16)$$

با جایگذاری روابط ۱۳، ١٤ و ١٦ در رد معادلات حرکت (رابطه ٦) و مؤلفه 00 معادلات حرکت (رابطه ۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
\frac{6\alpha(2\alpha-1)}{16\pi G}(t-t_0)^{-2}
&=\frac{1}{2}T-2f_0-4(3\alpha-2)f_1(t-t_0)^{-2}\\
&+\frac{1}{12\alpha^2(2\alpha-1)^2}\sum_{n=2}^{\infty} f_n B_n(2-2n)(1+3\alpha\\
&-2n)(t-t_0)^{-2n}\\
&-\frac{2}{3\alpha(2\alpha-1)}\sum_{n=2}^{\infty} f_nB_{n-1}(1+3\alpha-n)(t-t_0)^{-2n}
\end{aligned} \qquad (17)$$

$$\begin{aligned}
-\frac{3\alpha^2}{16\pi G}(t-t_0)^{-2}
&=\frac{1}{2}T_{00}+\frac{1}{2}f_0+\frac{2\alpha(3\alpha-2)}{(2\alpha-1)}f_1(t-t_0)^{-2}\\
&+\frac{(\alpha-1)}{12\alpha(2\alpha-1)^2}\sum_{n=2}^{\infty} f_n B_n(t-t_0)^{-2n}\\
&-\frac{-1}{12\alpha(2\alpha-1)^2}\sum_{n=2}^{\infty} f_n B_n(-2n+2)(t-t_0)^{-2n}\\
&+\frac{1}{6\alpha(2\alpha-1)}\sum_{n=2}^{\infty} f_n(1+3\alpha+2n)B_{n-1}(t-t_0)^{-2n}
\end{aligned} \qquad (18)$$

برقراری همزمان معادلات ۱۷ و ۱۸ نتایج زیر را خواهد داشت:

$$\frac{3\alpha-1}{2}\in\mathbb{N}\rightarrow\alpha=1,3,5,\ldots$$

$$f_n=\begin{cases}
0 & n=0\\
-\dfrac{3\alpha(2\alpha-1)}{32\pi G(3\alpha-2)} & n=1\\
0 & 2\geq n\geq\dfrac{3\alpha-1}{2}\\
\in\mathbb{R} & n>\dfrac{3\alpha-1}{2}
\end{cases} \qquad (19)$$

با توجه به تعریف B_n در رابطه ۱۵ واضح است در صورتی که $\frac{3\alpha-1}{2}$ را عددی طبیعی فرض کنیم، برای $n\geq\frac{3\alpha-1}{2}$، $B_n=0$ خواهد بود. این بدین معنی است که ما خود را محدود به حالت $\alpha=1,3,5,\ldots$ کنیم. اگر خود را محدود به اعداد فرد برای α نمی کردیم، به ازای $n\geq 2$، تنها در صورتی هر دو معادله برقرار بود که

$f_n = 0$ باشد. یعنی کنش ما تبدیل به یک کنش موضعی می شد و اثرات غیر موضعی (مشتقات مرتبه بالاتر) در کنش از بین می رفت که مطلوب نبود.

نتیجه گیری

با یادآوری این مطلب که در این مدل گرانش غیرموضعی، ثابت کیهان شناسی $\Lambda = -8\pi G f_0$ است، می توان از معادلات ۱۷ و ۱۸ نتیجه گرفت که در حالت خاص $\Box R = qR^2$، و برای کیهان تخت و با استفاده از متریک FRW این مدل گرانش غیرموضعی می تواند کیهانی با انبساط تند شونده را باز تولید کند و همچنین در این حالت برای $t \to \infty$، $R \to 0$ خواهد بود.

مرجع‌ها

[1] T. Clifton and et al; "Modified gravity and cosmology"; *Physics Reports* **513**, (2012) 1-189.
[2] T. Chiba; "1/R gravity and scalar-tensor gravity"; *Phys. Lett. B* **575**, No. 1 (2003) 1-3
[3] I. Dimitrijevic and et al; "On modified gravity"; *arxiv:1202.2352v2 [hep-th]*
[4] T. Koivisto; "Dynamic of nonlocal cosmology"; *Phys. Rev. D* **77**, No. 123513 (2008)
[5] S. Nojiri and et al; "Screening of cosmological constant in non-local gravity"; *Phys. Lett. B* **696**, (2010)
[6] J. D. Barrow and D. J. shaw; "The value of cosmological constant"; *General Relativity and Gravitation* **43**, No. 2555 (2011)
[7] C. Deffayet, G. E. Farese and R. P. Woodard; "Nonlocal metric formulations of modified Newtonian dynamics with sufficient lensing"; *Phys. Rev. D* **84**, No. 124054 (2011)
[8] M. E. Soussa and R. P. Woodard; "A nonlocal metric formulation of MOND"; *Class. Quant. Grav* **20**, No. 2737 (2003)
[9] T. Biswas, A. Mazumdar and W. Siegel; "Bouncing universes in string-inspired gravity"; *JCAP* **0603**, No. 009 (2006)
[10] A. S. Koshelev; "Modified non-local gravity"; *arxiv:1112.6410v1 [hep-th]*
[11] A. S. Koshelev and S. Yu. Vernov; "on bouncing solutions in nonlocal gravity"; *Phys.Part.Nucl*. **43** (2012) 666-668
[12] I. Dimitrijevic and et al; "A new model of non-local modified gravity"; *Publications de l'Institut Mathematique* **94** (2013) 187-196

1 Modified Newtonian Dynamic (MOND)
2 Biswas
3 Mazumdar
4 Siegel
5 d'Alembertian
6 Trace
7 Friedmann-Robertson-Walker
8 Scale factor

معادلهٔ شرودینگر اندرکنش کاملون- ماده در نظریهٔ کوانتومی میدان

جهانشیر، آرزو

گروه مهندسی فیزیک، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بویین زهرا، قزوین

چکیده

در این مقاله بر اساس تعاریف ارایه شده از خواص میدان کاملونی و با در نظر گرفتن ذرات کاملون به عنوان ذرات اسکالر با خصوصیات منحصر به فرد کوانتومی، اصول اندرکنش و نوع اندرکنش دو ذره را دراین میدان و در ساختار نظریهٔ کوانتومی میدان بررسی و تحلیل می‌نماییم. از آنجا که میدان کاملون میدان جرم دار است و جرم ذرات در مقابل فواصل نجومی و کیهان‌شانسی بسیار ناچیز می‌باشند، می‌توان آنها را به عنوان ذرات بسیار سبک در نظر گرفت و در مباحث نظریهٔ میدان کوانتومی همانند ساختارهای آشنای ذرات زیر اتمی نظیر اتم‌های شگرف، اتم‌های مدرن باریونی، مزون‌ها و غیره به مطالعه و تحقیق دستاوردهای جدیدی از سامانه‌های کاملونی پرداخت. از این رو در مقالهٔ پیش رو با مفروضیات بیان شده، اندرکنش دو ذرهٔ جرم دار در میدان کاملونی با پتانسیل خوری- ولتمن را ارایه می‌نماییم و طیف جرم و نیز جرم‌کاهیدهٔ سیستم را از طریق معادلهٔ شرودینگر بدست می‌آوریم.

Schrodinger Equation for Chameleon-Matter Interactions in QFT

Jahanshir, Arezu

Department of Eng. Physics, Buein Zahra Technical University, Qazvin

Abstract

Chameleon particles can be described as a scalar particle. Based on the structure of chameleon particles we can use quantum field theories (QFT) to determine some of chameleon characteristics. Chameleon field has a density dependent mass and in the low density environment like exosphere and cosmological distances they have very small mass, so we can say that chameleon particles are very light. Anyway as they have mass and they are particle with fundamental wave character so we determine some of physical parameters of chameleon's field interactions with matter by using Schrodinger equation and wave function, which is very important tools in describing particle physics based on QFT. In this article we use chameleon field effective potential Khoury-Weltmann to describe interactions between matter and chameleons.

PACS No. :98.80.Cq, 95.35.+d, 95.30.sf.

مقدمه

بررسی ذرات و ساختار اندرکنش ماده در کیهان موضوع بسیار مهم و قابل توجه در مباحث فیزیک نوین است. از آنجا که کهکشان‌ها، مادهٔ تاریک و ساختار میان ستاره‌ای در بخشی از فیزیک مدرن قرار می‌گیرد. به طور طبیعی نظریه‌ها و دستاوردهای فیزیک ذرات و تئوری‌های مدرن گرانش، ساختار ماده و فضا همواره یافته‌های جدیدی برای دخالت و تطابق معادلات در یکدیگر پیش رو دارند. در دیدگاه مبانی فیزیک ذرات، عوامل سازنده ماده تاریک یا همان میدان اسکالر کاملون با خواص منحصر به فرد خود، اختیارات نظریه‌پردازان و فیزیک‌کاران نظریهٔ میدان را برای دستیابی به اصول ساختاری آنها باز گذاشته‌اند. با چنین رویکردی اگر ذرات و ساختار میدان کاملون را تحت اندرکنش کوانتومی و ذره‌ای قرار دهیم، ذرات کاملون با مشخصهٔ ویژهٔ خود در فیزیک کوانتومی با تابع موج، انرژی و جرمی مشخص اگر چه بسیار اندک در اندرکنش با ذرات پیرامون بر می‌آیند. در این مقاله مبحث اندرکنش میدان دو ذرهٔ مادی را در میدان اثر کاملونی را مطرح می‌نماییم و به اندرکنش دو ذرهٔ اسکالردر پتانسیل خوری-ولتمن با ضریب جفت‌شدگی ماده

$A(\phi)=\rho e^{\beta_m/M_{Pl}}$ که به شکل رابطهٔ (۱) است اکتفا می‌نماییم[۲،۱]. در این رابطهٔ کلی میدان کاملونی $M_{Pl}=2.43.10^{18}GeV$ جرم کاهیده پلانک، β_γ، β_m ضرایب بدون بعد جفت‌شدگی کاملون با ماده و فوتون، $\Lambda=2.4.10^{-3}eV$، ρ_m و ρ_γ جرم حجمی ماده و جرم حجمی لاگرانژ میدان الکترومغناطیسی هستند[۱،۲]:

$$V(\phi)=\Lambda^4(1+(\frac{\Lambda}{\phi})^n)+ \\ +\rho_m\exp(\frac{\beta_m}{M_{Pl}})+\rho_\gamma\exp(\frac{\beta_\gamma}{M_{Pl}}) \quad (۱)$$

اگر پتانسیل اندرکنش ذرات کاملون را با ماده بتوانیم به نوعی وابسته به فاصلهٔ بین آنها بنماییم، در این صورت دستاوردهای بررسی اندرکنش کاملون-ماده در نظریهٔ کوانتومی میدان می‌تواند ما را در ارایهٔ برخی دیدگاه‌های جدید و ساختارهای شگرف سیستم‌های مقید ماده-کاملون یاری دهد. از این رو با استفاده از اثرات تابع اثر S_ϕ [۲] در میدان اسکالر ماده-گرانش و اصلاح نیوتنی پتانسیل اندرکنش بین دو جرم مادی که در میدان اسکالر کاملون تحت فاصلهٔ r از یکدیگر قرار دارند را تعیین می‌نماییم. پتانسیل اندرکنش نهایی ماده-کاملون بر اساس معادلات ارایه شده در[۲-٤] به صورت زیر است:

$$V(r)= \\ G_N\frac{m_N^2}{r}\left(1+e^{-m_{eff}r}\frac{2M_{Pl}^2}{M_*^2}\frac{\phi_m^2\Lambda_2^2}{(\Lambda_2+\rho)^2}\right) \quad (۲)$$

در این مرحله شرایط اندرکنش ماده-کاملون را در قالب اندرکنش دو ذره با جرم یکسان در میدان اسکالر کالیبریِ خارجی کاملون و با پتانسیل اندرکنش (۲) تحلیل می‌نماییم[۵]. استفاده از مفاهیم و معادلات اندرکنش ذرات در میدان‌های کوانتومی راه‌کاری پیشنهادی در این مقاله است تا بتوانیم در چنین میدانی، تابع و مقدار ویژهٔ معادلهٔ شرودینگر را محاسبه نماییم[٦]. بدین منظور از معادلات نظریهٔ کوانتومی در میدان اسکالر کاملونی استفاده کرده و اندرکنش سیستم دو ذره‌ای را تحت روش توصیفی نوسانگر تحلیل می‌نماییم. با استفاده از خواص مجانبی تابع پلاریزاسیون حلقه در میدان خارجیِ ذرات اسکالر، طیف جرم سیستم، را تعریف نموده و در ادامه برای محاسبهٔ تابع و مقدار ویژهٔ معادلهٔ شرودینگر از آنها بهره می‌جوییم. توصیف اندرکنش ذرات و تشکیل ساختارهای پیوستهٔ دو ذرهٔ اسکالر در میدان کالیبری خارجی $A_a(x)$ از طریق عملگر پلاریزاسیون حلقهٔ زیر نوشته می‌شود [۵-۸]:

$$\Pi\,(x-y)=\langle G_{m1}(x,y|A)G_{m2}^*(y,x|A)\rangle_A \quad (۳)$$

و تابع گرین که نقش اساسی در بدست‌آوردن تابع حلقه دارد، به صورت زیر است:

$$\left[\left(i\frac{\partial}{\partial x_a}+\frac{g}{c\hbar}A_a(x)\right)^2+\frac{c^2m^2}{\hbar^2}\right]G\big(x,y|A_a(x)\big) \\ =\delta(x-y) \quad (٤)$$

با محاسبهٔ میانگین میدان خارجی تابع گرین و قرار دادن رابطه (٤) در (۳) تابع پلاریزاسیون حلقهٔ دو ذره‌ای برابر می‌شود با:

$$\Pi(x)= \\ const.N_1N_2\int_0^\infty\int_0^\infty\frac{du_1du_2}{(8x\pi^2)^2}e^{-|x|\left(\frac{m}{\mu_1}+\mu_1\right)}e^{-|x|E}\ (\mu) \quad (۵)$$

رابطهٔ بالا تابع انتگرالی است که با استفاده از اصول انتگرال مسیری فاینمن، اندرکنش بین دو ذرهٔ اسکالر به جرم‌های μ_1 و μ_2 را توصیف می‌کند. مهمترین بخش در بررسی ساختار سیستم‌های چند ذره‌ای مقید، محاسبهٔ طیف جرم سیستم است که هدف اصلی این مقاله می‌باشد. به همین منظور با استفاده از تابع پلاریزاسیون حلقه در میدان کوانتومی خواهیم داشت[۵-۸]:

$$M=-\lim_{|x-y|\to\infty}\frac{\ln\Pi\ (x-y)}{|x-y|} \quad (٦)$$

رابطهٔ حدی (٦) در تعیین مقدار ویژهٔ هامیلتونی اندرکنش دو ذره و محاسبهٔ طیف جرم سیستم آنها لازم و ضروری است. این رابطه از طریق مقدار حدی زیر به مقدار ویژهٔ معادلهٔ شرودینگر $E(\mu)$ مرتبط می‌شود که برای محاسبهٔ تابع پلاریزاسیون حلقه از آن استفاده می‌شود و اثرات پتانسیلی و غیر پتانسیلی را در بر دارد:

$$\lim_{x\to\infty}\left(N_1N_2\iint \delta\vec{r}_1\delta\vec{r}_2 \exp\left\{-\frac{1}{2}\int_0^x d\tau\left(\mu_1\dot{\vec{r}}_1^2(\tau)\right.\right.\right.$$
$$\left.\left.\left.+\mu_1\dot{\vec{r}}_2^2(\tau)\right)\right\}\times\exp\{-W_{1,1}+W_{1,2}-W_{2,2}\}\right) \quad (۷)$$
$$=const.\,e^{-|x|E(\mu)}$$

با توجه به در دست بودن رابطهٔ (٦ و ۷) ، محاسبهٔ معادلهٔ شرودینگر و بدست آوردن مقادیر مورد نظر در آن دشوار نخواهد بود. معادلهٔ شرودینگر با در نظر گرفتن هامیلتون کامل سیستم عبارت است از[۹-۱۲]:

$$H=H_0+\hat{H}_{spin}+\hat{H}_{nonper.} \quad (۸)$$

که در میدان اندرکنش ماده-کاملونبا استفاده از تابع پتانسیل (۲) معالهٔ شرودینگر بدون در نظر گرفتن اثرات اسپینی و اختلالی سیستم به صورت زیر باز نویسی می‌گردد($(\hbar=c=1)$):

$$\left[\frac{1}{2\mu}\vec{P}^2-V(r)\right]\Psi=E(\mu)\Psi\to$$

$$\left[\frac{1}{2\mu}\vec{P}^2-G_N\frac{m_N^2}{r}\left(1+e^{-m_{eff}r}\frac{2M_{Pl}^2}{M_*^2}\frac{\phi_m^2\Lambda_2^2}{(\Lambda_2+\rho)^2}\right)\right]\Psi$$
$$=\left[\frac{1}{2\mu}\vec{P}^2-\frac{M(\phi,\rho)}{r}\right] \quad (۹)$$
$$=E(\mu)\Psi$$

کمیت $E(\mu)$ مقدار ویژهٔ تابع هامیلتون سیستم است و تنها به جرم کاهیدهٔ ذرات مقید و ضریب ثابت اندرکنش وابسته بوده و در شرایط حدی از طریق رابطهٔ (۷) محاسبه می‌گردد.

معادلهٔ شرودینگر در نظریهٔ کوانتومی میدان

برای حل معادلهٔ (۹) روش توصیفی نوسانگر را ارایه می‌دهیم. در این روش با به‌کارگیری معادلهٔ شعاعی شرودینگر [۱۳] و تغییر فضا به $r=q^{2\rho}$ رابطهٔ:

$$\left[\frac{-1}{2\mu}\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\hat{\ell}}{r^2}\right]-\frac{\mathrm{M}(\phi,\rho)}{r}\right]\Psi$$
$$=E(\mu)\Psi \quad (۱۰)$$

را با مقادیر جایگزین زیر باز نویسی می‌نماییم:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}=\frac{q^{2-4\rho}}{4\rho^2}\left[\frac{\partial^2}{\partial q^2}+\frac{1-2\rho}{q}\frac{\partial}{\partial q}\right]$$
$$\frac{\partial}{\partial r}=\frac{1}{2\rho}q^{1-2\rho}\frac{\partial}{\partial q} \quad (۱۱)$$
$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}=\frac{q^{2-4\rho}}{4\rho^2}\left[\frac{\partial^2}{\partial q^2}+\frac{1-2\rho}{q}\frac{\partial}{\partial q}\right]$$

جاگذاری رابطهٔ (۱۱) در (۱۰) معادلهٔ تغییر یافتهٔ شرودینگر را در فضای جدید و بر حسب پارامترهای ρ,q به شکل زیر بدست می‌آوریم[۱۳]:

$$\left[\frac{-1}{2\mu}\left[\frac{q^2}{4}\left[\frac{\partial^2}{\partial q^2}-\frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial q}\right]-\frac{\hat{\ell}^2}{q^2}\right]-\frac{\mathrm{M}(\phi,\rho)}{q^2}\right]\Psi \quad (۱۲)$$
$$=E(\mu)\Psi$$

حل معادلهٔ (۱۲) مقدار ویژهٔ تابع شرودینگر را در حالت پایهٔ ذرات و غیر برانگیخته را به صورت زیر بدست می‌دهد:

$$E(\mu)=-\frac{\left(M(\phi,\rho)\right)^2}{2}\mu \quad (۱۳)$$

با استفاده از مقدار ویژه و رابطهٔ (٦) جرم سیستم ذرات در میدان اسکالر کاملونی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$M=$$
$$2\sqrt{m^2+\left(\mu M(\phi,\rho)\right)^2}-\mu\left(M(\phi,\rho)\right)^2 \quad (۱٤)$$

$$\frac{1}{\mu}=\frac{1}{\mu_1}+\frac{1}{\mu_2}=\frac{2}{\mu_1} \qquad m_1=m_2=m$$

$$\mu_1=\sqrt{m^2+\left(\mu M(\phi,\rho)\right)^2}$$

در رابطهٔ (۱٤) μ- جرم کاهیده ذرات در سیستم، m- جرم سکون ذرات، μ_1- جرم ذرات در سیستم و M- جرم سیستم تشکیل شده در میدان پیوندی اسکالر کاملونی و ماده می‌باشد.

نتیجه‌گیری

امروزه بررسی ساختار مادهٔ تاریک، ذرات کاملون و اندرکنش‌های گرانشی و میدان اسکالر، بخش اعظم پژوهش‌های کیهان‌شناسی، نظریه میدان و مباحث منتهی به مفاهیم ساختاری نظریه پردازی در بخش کوانتوم گرانشی را روز به روز مستعدتر می‌نماید. از این رو هدف اصلی مقاله ارایه شده در این است که دخالت نظریه‌های کوانتومی میدان را در ساختار مادهٔ تاریک و با توجه به اندرکنش دو جانبهٔ ماده و کاملون بررسی و تحقیق نماید. به همین دلیل از خاصیت ذره‌ای بودن ماده و ذرات انتقال دهندهٔ میدان‌های فیزیکی استفاده می‌نماییم تا اندرکنش ذرات و تشکیل سیستم‌های مقید چند ذره‌ای محتمل را شناسایی نماییم. تا یا حداکثر احتمالات اثرات و وجود شرایط فیزیکی، وجود چنین ساختارهایی را پیش‌بینی نماییم. با رویکرد نظریهٔ میدان و معادلهٔ شرودینگر مقادیر تغییرات جرم ذرات در میدان اسکالر کاملونی مطابق رابطهٔ (۱٤) مستقیما وابسته به اثرات جرم میدان کاملون و پارامترهای ویژهٔ تعریف شدهٔ جرم و اندرکنش کاملون با ماده در این میدان است. همچنین با در نظرگرفتن معادلهٔ شعاعی شرودینگر در شرایط برانگیختگی ذرات، مقادیر ویژه، جرم ذرات و جرم سیستم مقید شدهٔ ماده–کاملون را می‌توان تخمین زد. در این دیدگاه وارد نمودن پارامترهای خاص و دقیق از ساختار اندرکنش و اثرات مستقیم ماده–کاملون در شکل پارامترهای میدانی عاملی خواهد بود تا مادهٔ تاریک، انرژی تاریک و بسیاری از ساختارهای اولیهٔ کیهان و مادهٔ تشکیل شده در ابتدای مهبانگ و ساختار جهان برایمان روشن‌تر از قبل گردد.

مرجع‌ها

[1] J. Khoury and A. Weltman., Chameleon Fields: Awaiting Surprises for Tests of Gravity in Space2004 Phys. Rev. Lett. 93 171104, (2004).
[2] J. Khoury and A. Weltman, Chameleon cosmology, Phys. Rev. D 69 044026, (2004).
[3] Zanzi A., Chameleon fields, wave function collapse and quantum gravity, arXiv: hep-th/1206.4463, (2012).
[4] A. Keith and. O. Pospelov, Environmental Dependence of Masses and Coupling Constants, arXiv: 0709.3825v3 [hep-ph], (2007).
[5] A. Jahanshir, Green's function and its application to determination of mass spectrum in QFT and QCD, International Journal of Applied Physical Science, 4(4), 210-217, (2015).
[6] A. Jahanshir, Description of Chameleons Coupling State Under the Scalar Field Theory, International Journal of Applied Physical Science, 3(3), 75-79, (2015).
[7] A. Jahanshir, On the Mass Spectrum of Exotic Protonium Atom in Oscillator Representation Method, International Journal of Advanced Science and Technology, 74, 43-48, (2015)
[8] A. Jahanshir, Hydrogen Atom Mass spectrum in the Excited States, Scientific Journal of Pure and Applied Sciences, 2(1), 16-22, (2013).
[9] A. Zanzi, Chameleon fields, wave function collapse and quantum gravity, arXiv: quant-ph/1404.1942, (2014).
[10] A. Zanzi, Dilaton stabilization and composite dark matter in the string frame of heterotic-M-theory, arXiv: hep-th/1210.4615, (2012).
[11] A. Zanzi, Chameleonic dilaton, nonequivalent frames, and the cosmological constant problem in quantum string theoryPhys. Rev. D 82 044006, (2010).
[12] A. Zanzi and B. Ricci, Chameleon fields and solar physics, ArXiv: hep-ph/1405.1581,(2014).
[13] A. Jahanshir, Mesonic hydrogen mass spectrum in the oscillator representation, Journal of theoretical and applied physics, 3(4), 10-13, (2010).

ژئودزیک فضا زمان سیاهچاله‌های (A)dS باردار در گرانش تعمیم یافته

حسینی ،بهاره؛ صفاری، رضا؛ سروش فر ، صاحب

گروه فیزیک، دانشگاه گیلان، رشت

چکیده

در این مقاله با استفاده از متریکی که از معادلات میدان گرانش تصحیح یافته بدست آمده، حرکت ذرات آزمون را در فضا زمان اطراف سیاهچاله‌های (A)dS باردار بررسی می‌کنیم .حل های کاملی از معادلات ژئودزیکی سیاهچاله‌ها موجود است. معادلات ژئودزیک این سیاه‌چاله‌ها را بر حسب توابع بیضوی و ابر بیضوی بصورت تحلیلی حل می‌کنیم. و همچنین امکان وجود برخی از مدارها را بررسی می‌کنیم.

Geodesic of charged (A)dS blackholes space-time in modified gravity

Hoseini ,Bahare; Saffari, Reza;
Soroushfar, Saheb

Department of Physics, University of Guilan, Rasht

Abstract

In this paper we consider the motion of test particles in the space-time of (A)dS black holes derived from modified gravity. The complete set of analytic solutions of the geodesic equation in the space-times of this black hole is presented. The geodesic equations can be solved in terms of elliptic functions and hyper elliptic functions. We also study the existence possible orbits.

.

.
PACS No(04)

مقدمه

مشاهدات اخیر در مورد تابش پس زمینه میکرو موج کیهانی نشان می‌دهد که جهان در حال انبساط شتابدار است. این انبساط شتابدار یکی از معماهای مهم فیزیک معاصر است. یکی از ابزاری که برای تفسیر این شتاب بکار گرفته شده است، گرانش تعمیم یافته است [۱].

اگرچه اکثر مفاهیم گرانشی بصورت تقریبی و عددی می توانند مورد بررسی قرار گیرند، اما یک مطالعه جامع از تمامی مفاهیم، تنها با استفاده از روشهای تحلیلی امکان پذیر می‌باشد. تنها روش ممکن برای بررسی میدانهای گرانشی اهدافی همچون سیاهچاله‌ها، بررسی حرکت ذرات و نور در نزدیکی این اجرام می‌باشد. پیش بینی مفاهیم قابل مشاهده (انحراف نور، پیشروی حضیض، تاخیر زمانی گرانشی و لنز گرانشی) می‌تواند بررسی و با مشاهدات تجربی مقایسه شود. برای این منظور استفاده از توابع بیضوی می‌تواند مفید باشد. ساختار نتیجه معادلات ژئودزیک، مشابه فضا زمان شوارتس‌شیلد که بر حسب توابع بیضوی به صورت تحلیلی در سال ۱۹۳۱ توسط هاگیهارا [۳]، تشریح شده بود، می‌باشد. این روش همچنین برای حل تحلیلی معادلات حرکت در فضازمان شوارتس شیلد_دوسیته، کر_دوسیته، رایسنر نوردستروم_دوسیته در چهار بعد و همچنین در ابعاد بالاتر به کار گرفته شده است [٤] تا [٦]. در کارهای مشابه دیگر پژوهشگران، از روش حل تحلیلی معادلات حرکت در فضا زمان‌های مختلف استفاده کرده‌اند [۷] تا [۹]. در این مقاله حرکت ذرات در فضا زمان سیاهچاله‌ای که از گرانش تصحیح یافته بدست

آمده [۱]، را بررسی می‌کنیم و نتایج‌مان را بر حسب قسمت‌هایی از توابع وایرشتراس و توابع سیگمای کلاینیان نمایش می‌دهیم. و همچنین مدار حرکت ممکن را در اطراف این سیاهچاله رسم می‌کنیم.

متریک و معادلات میدان

در این بخش مرور مختصری در مورد معادلات میدان گرانش ارائه می‌کنیم. فرم کلی کنش وابسته به اسکالر ریچی به صورت زیر است [۲,۱۰].

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}f(R) + S_m. \qquad (۱)$$

معادلات میدان با استفاده از کنش بالا به‌صورت زیر می‌باشند:

$$F(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - \left(\nabla_\mu\nabla_\nu - g_{\mu\nu} \quad \right)F(R) = KT_{\mu\nu}, \qquad (۲)$$

که در اینجا $F(R) = \frac{df(R)}{dr}$ و $\square = \nabla_\alpha\nabla^\alpha$.

با استفاده از مدل

$$F(R) = R - \lambda\exp(-\zeta R) + \eta R^n, \qquad (۳)$$

و حل باردار توپولوژیکی با Λ غیر صفر برای متریک

$$ds^2 = -g(r)dt^2 + \frac{dr^2}{g(r)} + r^2d\theta^2 + r^2sin^2\theta d\theta^2 \qquad (۴)$$

در نهایت برای چهار بعد $g(r)$ به صورت زیر ظاهر در می‌آید:

$$g(r) = 1 - \frac{\Lambda}{3}r^2 - \frac{m}{r} + \frac{q^2}{r^2} \qquad (۵)$$

که در آن M، جرم سیاه‌چاله است ،q. بار الکتریکی است.

ضمنا در رابطه (۲) با در نظر گرفتن $F(R) = R$ و در نتیجه $F_R = 0$ ، متریکی حاصل می‌شود که همان حل شوارتس‌شیلد است:

$$g(r) = 1 - \frac{m}{r} \qquad (۶)$$

معادله‌ی ژئودزیک وحل تحلیلی

فرم معادله ژئودزی به صورت زیر است

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \Gamma^\mu_{\rho\sigma}\frac{dx^\rho}{ds}\frac{dx^\sigma}{ds} = 0 \qquad (۷)$$

که در آن، $\Gamma^\mu_{\rho\sigma} = \frac{1}{2}g^{\mu\upsilon}\left(\partial_\rho g_{\sigma\upsilon} + \partial_\sigma g_{\rho\upsilon} - \partial_\upsilon g_{\rho\sigma}\right)$ ضریب کریستوفل است.

لاگرانژی یک ذره در فضا زمان (۴) به صورت زیر است

$$l = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds} = \frac{1}{2}\varepsilon\ , \qquad (۸)$$

که برای ذرات جرم دار و اشعه نور مقدارε به ترتیب برابر یک و صفر است. باتوجه به تقارن کروی می‌توانیم محاسبات را در صفحه استوایی محدود کنیم. با استفاده از معادله اویلر لاگرانژ، و با محدود کردن محاسباتمان در صفحه‌ی استوایی به دلیل تقارن کروی موجود، کمیت‌های پایستار انرژی و تکانه زاویه‌ای به‌صورت زیر بدست می‌آیند

$$E^2 = g_{tt}\frac{dt}{ds} = \left(1 - \frac{\Lambda}{3}r^2 - \frac{m}{r} + \frac{q}{r^2}\right)\frac{dt}{ds}\ , \qquad (۹)$$

$$L = g_{\varphi\varphi}\frac{d\varphi}{ds} = r^2\frac{d\varphi}{ds}\ . \qquad (۱۰)$$

در ادامه با استفاده از معادلات (۸) تا (۱۰) ، معادلات ژئودزی به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$(\frac{dr}{ds})^2 = E^2 - g(r)\left(\varepsilon - \frac{L^2}{r^2}\right), \qquad (۱۱)$$

$$(\frac{dr}{d\varphi})^2 = \frac{r^4}{L^2}\left(E^2 - g(r)\left(\varepsilon - \frac{L^2}{r^2}\right)\right) = R(r)\ , \qquad (۱۲)$$

$$(\frac{dr}{dt})^2 = \frac{g(r)^2}{E^2}\left(E^2 - g(r)^2\left(\varepsilon - \frac{L^2}{r^2}\right)\right). \qquad (۱۳)$$

معادلات (۱۱) تا (۱۳)، توصیف کاملی از دینامیک را می‌دهند. با استفاده از معادله (۱۱)، پتانسیل موثر به صورت زیر بدست می‌آید:

$$V_{eff} = \left(1 - \frac{\Lambda}{3}r^2 - \frac{m}{r} + \frac{q}{r^2}\right)\left(\varepsilon - \frac{L^2}{r^2}\right). \qquad (۱۴)$$

مناطق فیزیکی قابل قبول به ازای $E^2 \geq V_{eff}$ بدست می‌آیند، زیرا r باید حقیقی و مثبت باشد. برای بررسی وابستگی انواع مدارها بهتر است که از کمیت های بدون بعد استفاده کنیم. بنابراین با معرفی کمیت های بدون بعد زیر

$$\tilde{r} = \frac{r}{m}, \mathcal{L} = \frac{m^2}{L^2}\ , \widetilde{\Lambda} = \frac{1}{3}\Lambda m^2, \tilde{q} \ = \frac{q}{m} \qquad (۱۵)$$

معادله (۱۲) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

$$(\frac{d\tilde{r}}{d\varphi})^2 = \varepsilon\widetilde{\Lambda}\mathcal{L}\tilde{r}^6 + \left(\widetilde{\Lambda} + (E^2 - \varepsilon)\mathcal{L}\right)\tilde{r}^4 - 2\epsilon\mathcal{L}\tilde{r}^3 - (1 + \varepsilon\tilde{q}^2\mathcal{L})\tilde{r}^2 + 2\tilde{r} \quad - \tilde{q} = R(\tilde{r})\ . \qquad (۱۶)$$

شرط لازم برای وجود ژئودزی $R^*(\tilde{r}) \geq 0$ است.

حل تحلیلی معادلات ژئودزیک

در این بخش حل تحلیلی معادلات حرکت را بررسی می‌کنیم. با معرفی متغیر جدید $u = \frac{1}{\tilde{r}} + r_0$، بطوریکه r_R ریشه‌ی چندجمله‌ای $R(\tilde{r}\ )$ در معادله‌ی (١٦) است، معادله (١٦) برای $\varepsilon = 0$

$$(\frac{du}{d\varphi})^2 = \sum_{j=0}^{3} b_j u^j,\quad b_j = \frac{1}{(4-j)!}\frac{d^{(4-j)}R}{dr^{4-j}}(r_R) \qquad (۱۷)$$

و برای $\varepsilon = 1$ به‌صورت

$$(u\frac{du}{d\varphi})^2 = \sum_{j=0}^{5} a_j u^j,\quad b_j = \frac{(-1)^j}{(6-j)!}\frac{d^{(6-j)}R}{dr^{6-j}}(r_R) \qquad (۱۸)$$

تبدیل می‌شود.

(الف) ژئودزی های نورگونه

برای $\varepsilon = 0$، معادله (۱۷) از نوع بیضوی است که حل آن به‌صورت زیر است [٤,٩]

$$r(\varphi) = \frac{b_3}{4\wp(\varphi-\varphi_{in})-\frac{b_2}{3}} + r_R \qquad (۱۹)$$

به طوریکه

$$\varphi_{in} = \varphi_0 + \int_{y_0}^{\infty}\frac{dz}{\sqrt{4y^3-g_2-g_3}},\ y_0 = \frac{1}{4}(\frac{\pm b_3}{r_0-r_R}+\frac{b_2}{3}) \qquad (۲۰)$$

که در اینجا $g_2\ , g_3$، ناورداهای وایرشتراس به صورت زیر می باشند

$$g_2 = \frac{1}{16}\left(\frac{4}{3}{b_2}^2 - 4b_1b_3\right)^2,$$
$$g_3 = \frac{1}{16}(\frac{1}{3}b_1b_2b_3 - \frac{2}{27}{b_2}^3 - b_0{b_3}^2) \qquad (۲۱)$$

(ب) ژئودزی های زمان گونه

برای $\varepsilon = 1$، معادله (۱۸) از نوع ابر بیضوی است که حل این معادله به صورت زیر می‌باشد [٤,٩]

$$r(\varphi) = \pm\frac{1}{u(\varphi)} + r_R = \mp\frac{\sigma_2(\vec{\varphi}_\infty)}{\sigma_1(\vec{\varphi}_\infty)} \qquad (۲۲)$$

در اینجا σ_i، مشتق مرتبه i ام تابع سیگمای کلاینیان زیر می‌باشد

$$\sigma(z) = Ce^{z^t kz}\theta[g,h](2\omega^{-1}z;\tau), \qquad (۲۳)$$

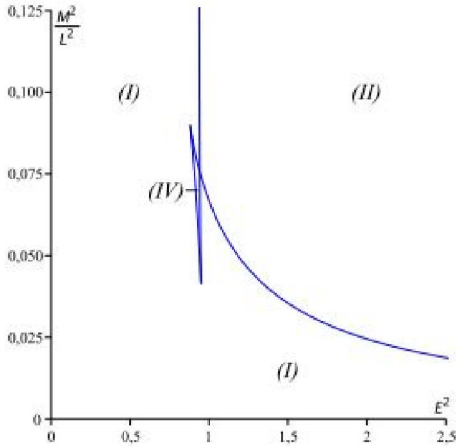
که در آن C، مقداری ثابت، $g,h \in \frac{1}{2}\mathbb{Z}^g$ (که $\frac{1}{2}\mathbb{Z}^g$ مجموعه کاملی از بردار های g بعدی صحیح یا نیمه صحیح (یعنی: $\dots,-\frac{3}{2},-1,-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2},\frac{3}{2},\dots$ و ...)است)، $\tau = \omega^{-1}\acute{\omega}$، ماتریس متقارن ریمانی، ماتریس $k = \eta(2\omega)^{-1}$ که ω، ماتریس دوره ای و η، ماتریس دوره ای نوع دوم است. θ تابع ریمانی با مشخصه $[g,h]$ به صورت زیر است[۳]و [٦].

$$\theta[g;h](z;\tau) = \sum_{m\in\mathbb{Z}^g} e^{i\pi(m+g)^t(\tau(m+g)+2z+2h)}. \qquad (۲۴)$$

در غیاب گرانش اصلاح شده ضریب متریک به آنچه در معادله‌ی (۶) آمده (یعنی حل شوارتس‌شیلد) تبدیل می‌شود در این صورت، تابع ابر بیضوی سیگمای کلاینیان را چه برای حالت نورگونه و چه زمانگونه نخواهیم داشت.

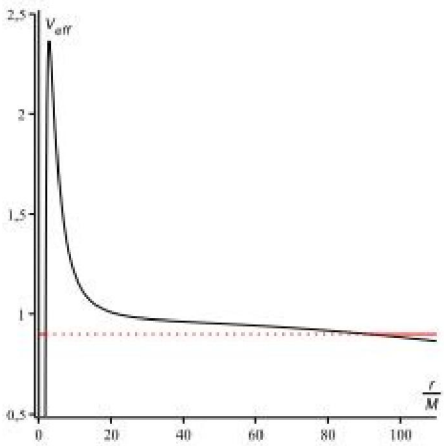
مدارها

با حل $R = 0\ ,\frac{dR}{dr} = 0$ می‌توان $\mathcal{L}$ را بر حسب E^2 مطابق شکل زیر رسم نمود



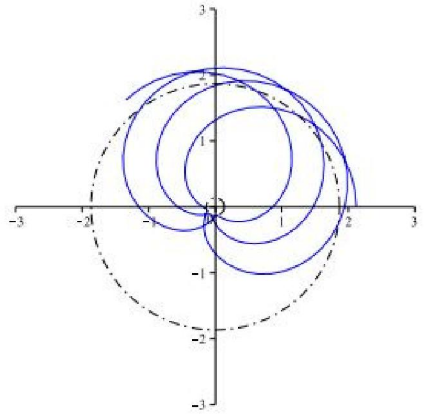
شکل۱ : نمودار $\mathcal{L}$ بر حسب E^2

با توجه به نمودار بالا و با استفاده از معادله‌ی (١٤)، برای هر منطقه شکل پتانسیل خاصی داریم که در اینجا فقط منطقه‌ی (I) را در نظر می‌گیریم که شکل پتانسیل آن به‌صورت زیر می‌باشد

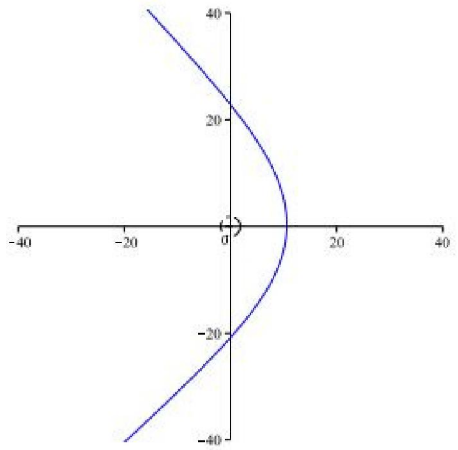


شکل۲ : پتانسیل موثر منطقه (I) برای حرکت ژئودزیکی ذرات. خط چین افقی توان دوم انرژی (E^2) است.

در ادامه با استفاده از شکل‌های (۱)و(۲) مدارهای ممکن برای مقادیر $E = (1.1)^{\frac{1}{2}}, \tilde{\Lambda} = 10^{-5}, \tilde{q} = \frac{1}{4}, \epsilon = 1, \mathcal{L} = 0.025$ رسم شده است، همانطور که از شکل (۲) مشاهده می‌شود انتظار می‌رود دو مدار، ظاهر شود، که در شکل (۳)و(٤) نمایش داده شده است.



شکل۳ : مدار مقید



شکل٤ : مدار آزاد

شکل(۳) نشان‌دهنده‌ی حرکت ذره به صورت تناوبی حول سیاهچاله است همانطور که در این مدار مشاهده می‌شود حرکت ذره دارای حضیض است. و شکل (٤) مربوط است به حرکت ذره‌ای که از بینهایت می‌آید و در نزدیکی سیاهچاله منحرف می‌شود و دوباره به بینهایت می‌رود.

نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از متریکی که گرانش تصحیح یافته، بدست آمده معادلات ژئودزیکی را بدست آوردیم. این معادلات را برحسب تابع بیضوی وایرشتراس و تابع ابر بیضوی سیگمای کلاینیان حل نمودیم. با استفاده از پتانسیل موثر و تعداد صفرهای چند جمله‌ای، مناطق مربوط به حرکت ژئودزیکی ذره آزمون را بدست آورده و مدار حرکت ذره‌ای را که در این فضا زمان حرکت می‌کند را بدست آوردیم. نتایج بدست آمده از این مقاله می‌توانند ابزاری مفید برای محاسبه دقیق مدارها و کاربردهای آنها (انحراف نور، پیشروی حضیض و غیره) باشند. حالت چرخان این فضا زمان نیز می‌تواند برای کارهای آینده مورد بررسی قرار گیرد.

مرجع‌ها

[۱] R.Saffari and S.Rahvar,f(R) Gravity: From the Pioneer Anomaly to the Cosmic Acceleration, Phys.Rev. D77, 104028 (2008)
[۲]S.H.Hendi,Charged BTZ-like Black Holes in Higher Dimensions,Eur.Phys.J.C71,1551 (2011)
[۳] Y. Hagihara. Theory of relativistic trajectories in a gravitational _eld of Schwarzschild.*Japan. J. Astron. Geophys*. **8,67**, (1931).
[۴] E. Hackmann, C. Lammerzahl, V. Kagramanova and J. Kunz, *Phys. Rev. D* **81, 044020** (2010)[arXiv:1009.6117 [gr-qc]].
[۵] Hackmann, V. Kagramanova, J. Kunz and C. Lammerzahl, *Phys. Rev. D* **78, 124018**(2008).
[۶] V. Z. Enolski, E. Hackmann, V. Kagramanova, J. Kunz and C. Lammerzahl, *J. Geom. Phys*. **61, 899** (2011)
[۷] S. Grunau, V. Kagramanova and J. Kunz, *Phys. Rev. D* **87, 044054** (2013)
[۸]SaskiaGrunau, BhaveshKhamesra, *Phys. Rev. D***87, 124019** (2013)
[۹] Saheb Soroushfar and Reza Saffari, Analytical solutions of geodesic equation in the space time of black hole derived from f(R) modified gravity (in preparation).
[۱۰]S. H. Hendi B. Eslam Panahand S. M. Mousavi.arXiv:1102.0089v4

گذار فاز کیهانی و سرآغاز چرخش

خدابخشی ، شیرین[۱] ؛ شجاعی باغینی، علی[۱و۲]

[۱]دانشکده فیزیک دانشگاه تهران ، انتهای خیابان کارگر شمالی ، تهران

[۲] گروه فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

چکیده

یکی از مسائل مهم و بی‌پاسخ در کیهان‌شناسی دلیل شروع چرخش در جهان است. در این مقاله با استفاده از گذار فاز میدان اسکالر و فضازمان‌های دوسیته و گودل ، راهی برای توضیح منشأ چرخش در چارچوب نسبیت عام و نظریه میدان ارائه می‌دهیم .

Cosmological Phase Transition and the Origin of Rotation

Khodabakhshi, Shirin[1]; Shojai Baghini, Ali[1,2]

[1] Department of Physics, University of Tehran, Tehran,
[2] Department of Physics, IPM

Abstract

Rotation of cosmic objects is a universal phenomenon and its origin is still an open question. Here using the phase transition of a scalar field in de-Sitter and Gödel backgrounds we present a new model for the origin of rotation in the framework of General Relativity and Quantum field theory.

مقدمه

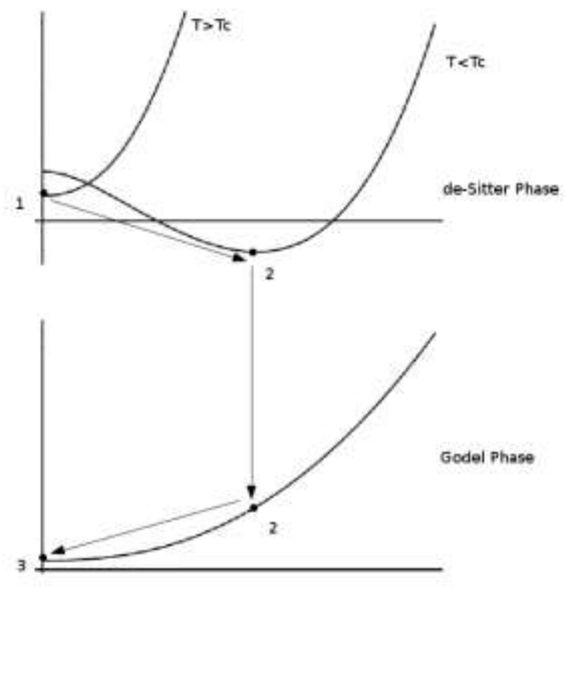
نقش چرخش در پایداری ساختار کنونی جهان اهمیت بررسی آن را دوچندان می‌کند. براساس مشاهدات, همه اجرام آسمانی حول محوری می‌چرخند و بدون چرخش پایداری حرکت آن‌ها از بین می‌رود. اگرچه خود چرخش بطور کامل در فیزیک بررسی شده و قدیمی‌ترین و مهم‌ترین شاهد بر وجود ماده تاریک منحنی‌های چرخش کهکشان‌ها است, هنوز محل تولد چرخش در تاریخچه کیهان‌شناسی جهان نامشخص است.

تا کنون پاسخ‌هایی هم برای منشأ چرخش پیشنهاد شده اما هریک به دلیلی نمی‌تواند پاسخ نهایی باشد. برای مثال راه حلی که در حال حاضر بیشتر افراد آن را توجیه آغاز چرخش میدانند این است که ممکن است اندازه‌حرکت زاویه‌ای از تبادل اندازه‌حرکت دورانی و مداری پیش‌کهکشان‌ها آمده باشند. یک پیش‌کهکشان شکل بسیار نامنظم و نامتقارنی دارد و برهم‌کنش بین توده‌ها در جهان اولیه میتوانست گشتاوری ایجاد کند که منشأ آغاز چرخش است. چون توزیع جرم داخل کهکشان و اندازه‌حرکت زاویه‌ای منتقل شده مشخص نیست, این پدیده توجیه نظری و ریاضی محکمی نیست. در این مقاله گذار فاز کیهانی و به ویژه گذار فاز دوسیته–گودل– دوسیته به عنوان راه‌حلی پیشنهادی برای توجیه نظری شروع چرخش معرفی می‌شود.

گذار فاز کیهانی

با استفاده از حل‌های دورانی معادلات اینشتین و بررسی گذار فاز یک میدان اسکالر بین متریک‌های مختلف، می‌توانیم علت آغاز چرخش را گذار فاز یک میدان اسکالر بر اثر تغییرات دمای ناشی از انبساط عالم بدانیم. گذار فازهایی نظیر آنچه در نقطه بحرانی آب

می‌بینیم یک نمونه از پدیده‌های بسیار زیادی است که در آن‌ها گذار از نظم به بی‌نظمی اتفاق می‌افتد. اما در چارچوب نسبیت عام، منظورمان از گذار فاز، گذار بین متریک‌ها و فضازمان‌های مختلف است. به این صورت که مانند فرآیند پنجمگهر، ثابت کیهان‌شناسی، نقش پتانسیل مؤثر یک میدان اسکالر را بازی کند و با تغییر دما و علامت ثابت کیهان‌شناسی، گذار فاز بین فضازمان‌ها رخ دهد.
برای اینکه بتوانیم از گذار فاز برای توضیح چرخش استفاده کنیم لازم است یکی از فازها چرخان باشد. ما از متریک گودل به عنوان بهترین حل چرخان شناخته شده نسبیت عام استفاده می‌کنیم.
فرآیند گذاری را در نظر بگیرید که در آن یک میدان اسکالر سه فاز را تجربه کند. فاز اول V_{eff} که مانند یک ثابت کیهان‌شناسی مثبت و خیلی بزرگتر از چگالی غبار $(V_{eff} \gg \rho_{dust})$ یعنی فضازمان دوسیته باشد. سپس بدلیل تغییر دما در ناحیه‌ای، پتانسیل مؤثر منفی و برابر $-\rho_{dust}/2$ شود که به معنی گذار به فضازمان گودل می‌باشد. در نهایت میدان اسکالر با غلتش آهسته دوباره از فاز گودل خارج شده و با چرخش القاشده از فاز گودل روی مسیر حرکت ذرات, به فاز دوسیته که متریک کنونی جهان است برود. این سناریو در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: سناریوی گذار فاز دوسیته-گودل-دوسیته جهان

گذار فاز دوسیته–گودل

ما فرض می‌کنیم ماده تشکیل‌دهنده جهان در ابتدا در فاز دوسیته قرار دارد. بنابراین باید پتانسیل مؤثر دمای محدود میدان اسکالر روی زمینه دوسیته را بدست آوریم[1] . برای این‌کار از قسمت ایستای متریک اقلیدسی دوسیته استفاده می‌کنیم تا بتوانیم روش‌های نظریه میدان در دمای محدود را بکار بگیریم. متریک زمینه در فاز اول بصورت زیر است:

$$ds^2 = cos^2\chi d\tau^2 + a^2(d\chi^2 + sin^2\chi d\theta^2 + sin^2\chi sin^2\theta d\xi^2) \qquad (۱)$$

که در آن $-\infty < t = -i\tau < +\infty$ و $-\pi < \chi < \pi$ و $0 < \theta, \xi < \pi$ هستند و $a^2 = \frac{2}{\Lambda}$ شعاع دوسیته است و مختصه متناوب τ از صفر تا β تغییر می‌کند.
فرض می‌کنیم پتانسیل کلاسیک بصورت زیر باشد:

$$V = \frac{1}{2}\sigma^2\phi^2 + \frac{1}{24}\lambda\phi^4 \qquad (۲)$$

مقدار پتانسیل مؤثر اقلیدسی در زمینه این متریک بی‌نهایت می‌شود ولی می‌توانیم آن را به روش تابع زتا منظم و بازبهنجار کنیم. پس از بازبهنجارش با استفاده از رابطه زیر

$$V_{eff}(\phi,\beta) = V(\phi) - \frac{1}{2\beta V}[\zeta'(0,\beta) + \log(\mu^2 a^2)\zeta(0,\beta) + \log(V''(\phi)\mu^{-2})] \qquad (۳)$$

پتانسیل مؤثر برحسب کمیت‌های بدون بعد بدست می‌آید:

$$\frac{\lambda}{2\sigma^4}V_{eff} = \frac{\lambda}{2\sigma^4}V_0 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}x^4 - \gamma T\{0.62\Delta - 0.22\Delta^2 + 0.075T + \frac{T^3}{120} + \frac{1}{T}(-0.07 + 2.7\Delta^2 - 0.15\Delta) +(0.22 - \frac{2.7}{T})(\frac{51-60T^2-8T^4}{240} - \frac{2T^2-3}{2}\Delta + \Delta^2) + \log[\alpha(1+x^2)]\} \qquad (٤)$$

که $\alpha = a^2\sigma^2$ و $\gamma = \frac{3\lambda}{32\pi^2\alpha^2}$ و $x = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}\frac{\phi}{\sigma}$ و $\Delta = \frac{9}{4} -$ $\alpha(1+x^2)$ و $T = \frac{\beta_H}{\beta} = \frac{2\pi a}{\beta}$.

این پتانسیل در نقطه

$$x = 0$$

و ریشه معادله

$$1+\frac{1}{3}x^3-\gamma T\{-1.24\alpha+0.44\Delta-\frac{10.8}{T}\Delta+\frac{0.3\alpha}{T}+\alpha\left(0.22-\frac{2.7}{T}\right)(2T^2-3-4\Delta)+\frac{2}{1+x^2}\}=0 \qquad (۵)$$

کمینه است. اگرمعادلات بالا بدون ریشه حقیقی باشند، پتانسیل از نوع هارمونیک است و در غیر اینصورت شکل پتانسیل کلاه مکزیکی خواهد بود. در طی سرد شدن جهان دمای بحرانی‌ای وجود دارد که در آن میدان اسکالر گذار فازی که توضیح دادیم را تجربه می‌کند. در دمایی که کمینه کلاه مکزیکی برابر منفی نصف چگالی موثر است، جهان فاز گودل را تجربه می‌کند و باید برای آن پتانسیل مؤثر در زمینه گودل را بدست آوریم.

گذار فاز گودل- دوسیته

فضازمان گودل حل دقیقی از معادلات اینشتین با ثابت کیهان‌شناسی منفی است. منبع هندسه گودل، سیال کاملی با چگالی ثابت و بدون فشار است . متریک گودل در مختصات دکارتی با رابطه زیر داده می‌شود[2]:

$$ds^2=(dt+e^{\frac{\sqrt{2}\Omega x}{2}}dy)^2-dx^2-\frac{1}{2}e^{\sqrt{2}\Omega x}dy^2-dz^2 \qquad (٦)$$

که Ω ثابت چاربردار سرعت زاویه‌ای چرخش ذاتی کل خمینه است با دنبال کردن محاسبات [3] پتانسیل مؤثر در زمینه گودل برای میدان اسکالر بدست می‌آید:

$$V_{eff}=\bar{V}_0+\frac{\sigma^4}{16\pi^{3/2}}\left(\frac{\Omega^2}{8\sigma^2}+\frac{M^2}{\sigma^2}\right)^{3/2}\times\left(\frac{2\sqrt{\pi}}{3}-\sum\nolimits'_{n,\ell}\left[2Z_1^{\nu-3/2}K_{3/2-\nu}(2Z_1)-Z_2^{\nu-3/2}K_{3/2-\nu}(2Z_2)\right]\right) \qquad (٧)$$

که $M^2=\sigma^2+\frac{1}{2}\lambda\phi^2$ و $\bar{V}_0$ یک ثابت است. K تابع بسل تعمیم یافته و Z تابع زتای اپشتین هستند.

$$Z_1=\pi\sqrt{\left(\frac{\Omega^2}{8}+M^2\right)\left(\frac{\ell^2}{4\pi^2\bar{T}^2\sigma^2}+\frac{8n^2}{\Omega^2}\right)}$$
$$Z_2=\pi\sqrt{\left(\frac{\Omega^2}{8}+M^2\right)\left(\frac{\ell^2}{4\pi^2\bar{T}^2\sigma^2}+\frac{2n^2}{\Omega^2}\right)} \qquad (٨)$$

که $\bar{T}^{-1}=\beta\sigma$. در حد $\bar{\alpha}=8\sigma^2/\Omega^2\gg 1$ و $\bar{T}\gg 1$، پتانسیل مؤثر بازبهنجارشده تابع کمیت‌های بدون بعد بدین‌صورت است:

$$\frac{\lambda}{2\sigma^4}V_{eff}=\frac{\lambda}{2\sigma^4}\bar{V}_0-\bar{\gamma}\bar{T}(1+\bar{\alpha}(1+x^2))^{1/4}\exp\left[-\pi\sqrt{1+\bar{\alpha}(1+x^2)}\right] \qquad (۱۰)$$

که $\bar{\gamma}=\frac{\lambda\Omega^2}{16\pi^2\sqrt{2}\sigma^2}$.

بنابراین با شروع از زمینه دوسیته و سرد شدن جهان بر اثر انبساط، جهان به یک دمای بحرانی می‌رسد. این دما جایی است که

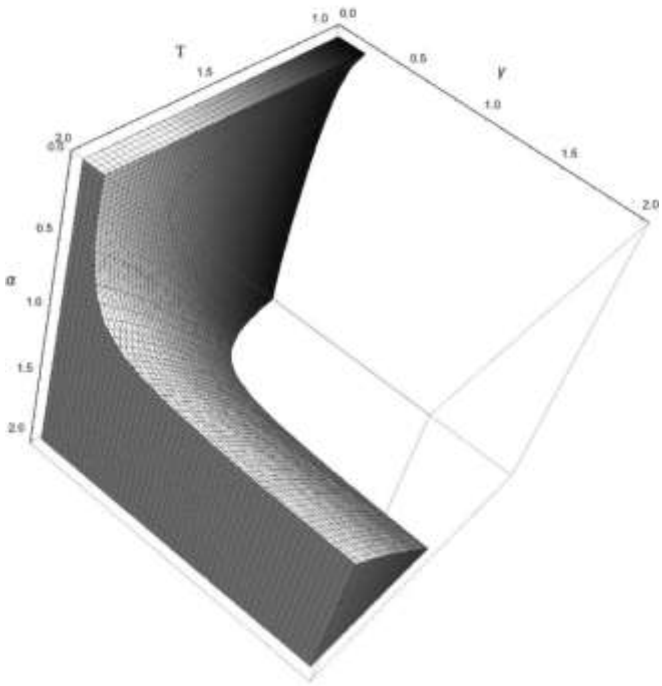
$$\left.\frac{d^2V_{eff}}{d\phi^2}\right|_{\phi=0}=0 \qquad (۱۱)$$

رابطه تقریبی برای دمای بحرانی بصورت زیر است:

$$\frac{2\pi a}{\beta_c}\simeq 4.1+(-196.5+212.8\alpha)\gamma^{-1/3}+\cdots \qquad (۱۲)$$

در پایین‌تر از این دما میدان اسکالر به شکل کلاه مکزیکی گذار می‌کند (شکل۲).

در فاز گودل میدان اسکالر تا $\phi=0$ روی پتانسیل می‌غلتد. برای اینکه تغییرات پارامترهای کیهانی را معرفی نکنیم $\bar{V}_0\simeq\Lambda$ را لحاظ می‌کنیم.



شکل ۲: نواحی ای که پتانسیل به شکل کلاه مکزیکی است

با استفاده از رابطه ۱۰ می‌بینیم جهان بعد از گذراندن زمان زیر دوباره به فاز دوسیته برمی‌گردد.

$$\tilde{t} \simeq \frac{\phi}{\dot{\phi}} \simeq \frac{\sigma}{\sqrt{\lambda}\Lambda} \qquad (۱۳)$$

اگر همه چیز را بر حسب پارامترهای فیزیکی‌تر Λ و ρ_{dust} و β بنویسیم، داریم:

$$\begin{aligned} V_0 &= \Lambda \\ \bar{V}_0 &= \Lambda \\ \lambda &= \frac{\Lambda^{7/8}}{(\hbar\beta c)^{3/4}}\left(\frac{G\rho_{dust}}{c^2}\right)^{-5/4} \\ \sigma^8 &= \frac{\Lambda^{7/2}}{(\hbar\beta c)^3}\left(\frac{G\rho_{dust}}{c^2}\right)^{-1} \\ \tilde{t} &= \frac{\sqrt{G\rho_{dust}}}{\Lambda c^2} \end{aligned} \qquad (۱٤)$$

نتیجه‌گیری

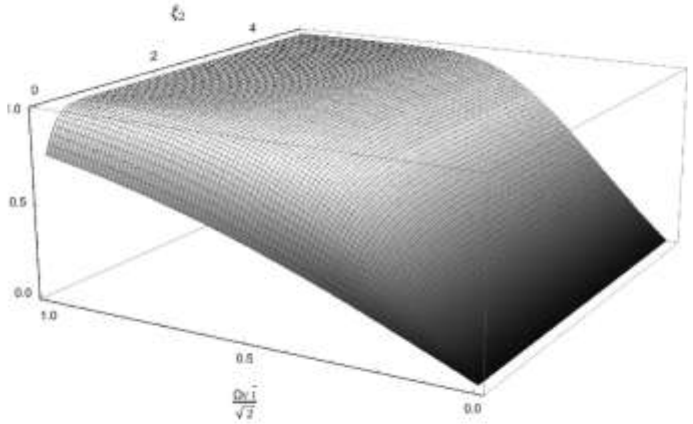
اهمیت دانستن علت آغاز چرخش در مدل استاندارد کیهان‌شناسی ایجاب می‌کند به دنبال راهی برای توضیح آن باشیم. در این مقاله با مطالعه گذار فاز دوسیته–گودل–دوسیتهٔ یک میدان اسکالر راه جدیدی برای این مسئله ارائه شد. به این صورت که بر اثر انبساط، جهان به یک دمای بحرانی می‌رسد که در آن شکل پتانسیل مؤثر میدان اسکالر یک کمینه منفی دارد و جهان را به فاز چرخان گودل می‌برد، سپس طی غلتشی آهسته دوباره شکل پتانسیل تغییر می‌کند و جهان را به فاز دوسیته می‌برد. با بررسی حرکت یک ذره آزمون در سه فاز مورد بحث می‌توانیم نشان دهیم چرخش ذاتی فضازمان گودل روی مسیر حرکت ذره آزمون القا می‌شود و ذره‌ای که در فاز دوسیته اول چرخشی نداشته با چرخش القا شده از فضازمان گودل وارد فاز دوسیته نهایی می‌شود.

شکل ۳ چرخش القایی موضعی حاصل از حرکت یک ذره جرم‌دار را نشان میدهد که تابعی از مکان نرمالیزه و سرعت شعاعی اولیه است.

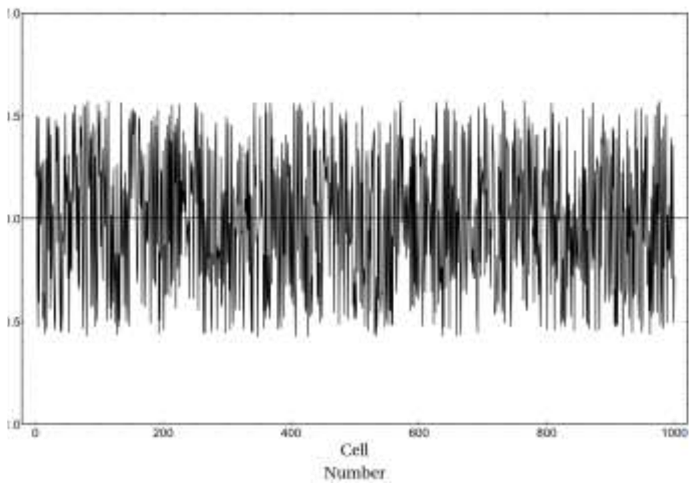
با شبیه سازی مونت کارلو مقدار دوران سراسری بدست می‌آید که در شکل ٤ نشان داده شده و مقدار آن کمتر از حد تعیین شده از مشاهدات تابش زمینه کیهانی می‌باشد.

همچنین چون فرآیند گذار فاز کیهانی بر پایه نسبیت عام و نظریه میدان بنا شده، به شرط تأیید مشاهدات می‌تواند در مدل استاندارد کیهان‌شناسی جای گیرد.

.



شکل ۳: چرخش القایی ، تابع مکان نرمالیزه و سرعت شعاعی اولیه



شکل ٤: شبیه‌سازی دوران سراسری، با توزیع گاوسی سرعت

مرجع‌ها

[1] Fursaev D.V., Phys. Rev. D, 49 987, (1994).
[2] Huang W. H., Class. Quant. Grav., 8, 1471, (1991).
[3] Gödel K, Rev. Mod. Phys. 21, 447, (1949).

تعیین فاکتور مقیاس با استفاده از یک ترم کیهانی متغیر در نظریه ی گرانشی برانزدیکی

بهدخت داودی– حسین غفارنژاد

دانشکده فیزیک ، دانشگاه سمنان، سمنان- ایران-صندوق پستی: ۱۹۱۱۱-۳۵۱۳۱

چکیده

با فرض متغیر بودن ثابت های جفت شدگی نیوتنی و کیهانی وابسته به زمان می خواهیم نظریه ی برانزدیکی را به کار ببریم و کیهان شناسی های جهان همگن و همسانگرد رابرتسون–واکر را مطالعه کنیم. نتایج مطالعات نظری ما یک مدل کیهانی غیر تکین را پیشگویی می کند که می تواند به خوبی فاز انبساطی جهان را در حضور انرژی تاریک به پارامتر باروتروپیکی $\gamma = -1$ به دست بدهد.

Determination of scale factor via variable cosmological term in Brans-Dick theory

, Behdokht Davoudi, Hossein Ghaffarnejad

Department of Physics, Semnan University,Semnan, Semnan, Zip Code: ۳۵۱۳۱-۱۹۱۱۱

Abstract

In this paper we use variable cosmological and Newton`s gravitational coupling constant to solve Freedmann equations derived from Jordan-Brans-Dike gravity model. Our solutions give a non-singular model for scale factor of the Robertson-Walker background metric which can originally remove naked singularity of the univere where the dark energy phase of our cosmological system is dominated with barotropic index $\gamma = -1$.

PACS No.

مقدمه:

در کیهان شناسی که به عنوان یک علم دقیق شناخته شده است درچندسال گذشته چندین آزمایش تجربی درمورد اندازه گیری پارامترهای کیهانی به چشم می خورد . کیهان شناسی استاندارد پیشگویی می کند که جهان درآغاز در حدود ۱۳میلیارد سال پیش بایداز یک فاز تکینگی اولیه عریان عبور کرده باشد که در آن فاز چگالی ماده در عالم به مرز بینهایت می رود و همزمان مقیاس فضا–زمان درمقیاس صفر بوده است. یکی از سناریو های ممکن در رفع این تکینگی عریان اولیه تورم جهان است که در مدت زمان بسیار کمی جهان توانسته است به مقیاس های قابل توجهی برسد و دارای سرعت های انبساطی نمایی بشود . در این فاز تورمی که عامل اصلی ثابت کیهان شناسی Λ در نقش مقدار چگالی غیر صفر انرژی خلا می باشد چگالی فاز تابش و ماده که فشار به مقادیر نزدیک به صفر می رسد و لذا این دو سهم اخیر قابل اغماض خواهد بود. پس از پایان تورم جهان در فاز شتاب غالب توانسته است تا به حال دوام آورده باشد. در این صورت است که امکان وجود تک قطبی های مغناطیسی که در زمان های اولیه انبساط که همزمان ماده–پاد ماده خلق می شده است از بین می رود. با این وجود مطالعات پدیده شناختی نشان می دهد که وجود ثابت کیهانی برای ایجاد تورم یکی از سناریو های ممکن است و سناریو های دیگر ی نیز می توانند رخ داده باشند که با انطباق های اندازه گیری های کیهانی بهتر سازگاری دارند. یکی از آنها امکان تغییرات همین ثابت کیهانی در اندر کنش با هندسه دینامیکی جهان است که این جا ما تحت عنوان ثابت کیهانی وابسته به زمان نام می بریم. در این مقاله می خواهیم نحوه بستگی زمانی آن را تبیین کنیم به طوری که بتواند از امکان رخداد تکینگی اولیه جهان جلوگیری کند . چون در بزرگ مقیاس اندازه گیری های تجربی نشان می دهند که جهان ما تقریبا همگن و

همسانگرد است و با متریک فریدمان-روبرتسون-واکر توصیف می گردد لذا ما در این مقاله متریک زمینه جهان را آن خواهیم گرفت. در مقالات متعددی ثابت کیهان شناسی بعنوان تابع وابسته در نظر گرفته شده است تا توسط آن بتوان مواردی از قبیل سن جهان و ... را تخمین زد و هنوز مدل ها و سناریو های مختلف ارایه می گردد تا هر آن که بهترین سازگاری را از خود نشان بدهد بتواند شایستگی بهترین کاندیدا را برای این منظور به خود بگیرد(برای نمونه به مراجع انتهای مقاله رجوع شود). ثابت کیهانی یکی از ساده ترین مدل های قابل فهم در امکان وجود انرژی تاریک با ضریب باروتروپیک $\gamma = -1$ را به دست می دهد. بعلاوه چندین مشاهده کیهانی پیشنهاد می کند که ثابت کیهانی بعنوان موردی طبیعی از انرژی تاریک مطرح شود. تئوری برانزدیکی بطور موثری مطالعات اخیر شتاب کیهانی رابهبود بخشیده است.این نظریه بطور موثر مشکل تورم و رفتار زمان اولیه واخیر جهان را نیز برطرف می کند. در این مقاله با اختیار فرض ثابت کیهانی متغیر و نیز ثابت جفت شدگی گرانشی نیوتنی که از نظریه اسکالر-تانسوری گرانشی برانز-دیکی حاصل می شود معادلات گرانشی را حل می کنیم و با کمک یک شرایط مرزی مناسب یک مدل غیر تکین برای فاکتور مقیاس عالم بدست می آوریم. همچنین بررسی خواهیم کردکه آیا جوابهای بدست آمده توسط این مدل گرانشی با جوابهای بدست آمده در نظریه نسبیت عام اینشتین توافق قابل قبولی دارد؟

معادلات دینامیکی -پارامتر هابل و فاکتور مقیاس:

ما در اینجا نوع تخت k=۰ جهان روبرتسون واکر را اختیار می کنیم چون در فاز تورمی سهم پارامتر هابل نسبت به سهم عکس مجذور فاکتور مقیاس در معادلات فریدمان بسیار قابل توجه است و تانسورانرژی تکانه را هم به صورت $T_{ab} = (\Lambda g_{ab})$ تعریف می کنیم.با درج متریک روبرتسون-واکر در معادلات گرانشی برانز دیکی و معادله موج میدان برانز-دیکی خواهیم داشت:

$$3\frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{\Phi}}{\Phi} + \frac{\ddot{\Phi}}{\Phi} = \frac{32\pi}{2\omega+3}\frac{\Lambda}{\Phi} \qquad (۱)$$

$$3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{8\pi}{\Phi}\Lambda - \frac{\omega}{2}\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2} \qquad (۲)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{8\pi}{\Phi}\Lambda + 3\frac{\dot{a}}{a}\frac{\dot{\Phi}}{\Phi} + \frac{\ddot{\Phi}}{\Phi} + \frac{\omega}{2}\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2} \qquad (۳)$$

در این جا فشار و چگالی چنین تعریف می شوند:

$$\mathrm{P} = \frac{-8\pi}{\Phi}\Lambda(t) + \frac{3H\dot{\Phi}}{\Phi} + \frac{\ddot{\Phi}}{\Phi} + \frac{\omega}{2}\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2} \qquad (۴)$$

$$\rho = \frac{-8\pi\Lambda}{\Phi} - \frac{\omega}{2}\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2} \qquad (۵)$$

با استفاده از رابطه باروتروپیک $\frac{\mathrm{P}}{\rho} = \gamma$ و جاگذاری(۴) و (۵) داریم:

$$\frac{\ddot{\Phi}}{\Phi} + \frac{\omega}{2}(1+\gamma)\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2} + \frac{3H\dot{\Phi}}{\Phi} - \frac{8\pi\Lambda(1-\gamma)}{\Phi} = 0 \qquad (۶)$$

با محاسبه Λ از معادله(۱) و جاگذاری در معادله(۶) بدست می آوریم:

$$\left[4+(\gamma-1)(2\omega+3)\right]\frac{\ddot{\Phi}}{\Phi} + 2\omega(1+\gamma)\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2} + \left[4+(\gamma-1)(2\omega+3)\right]\frac{3H\dot{\Phi}}{\Phi} = 0 \qquad (۷)$$

از سمت چپ معـادلات فریـدمان (۲) (چگـالی) و (۳) یعنـی فشار و رابطه ی باروتروپیک $\frac{\mathrm{P}}{\rho} = \gamma$ می توان داشت:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{۱}{H}\right) = \frac{۳(۱-\gamma)}{۲} \qquad (۸)$$

که با انتگرال گیری مستقیم به دست می اید:

$$H = \frac{H_0}{1+(1-\gamma)3/2H_0 t} \qquad (۹)$$

و با انتگرال گیری از پارامتر هابل می تـوان فـاکتور مقیـاس را چنین بدست آورد:

$$a(t) = a_0 e^{\int H dt} \qquad (۱۰)$$

همانطور که مشخص اسـت فاکتورمقیـاس بشـکل یـک تـابع نمایی است که به پارامتر هابل وابسـته اسـت و در جـایی کـه

تابع نمایی برابر ۱ شود $a = a_0$ می شود.در مورد پارامتر هابل در صورتیکه $\gamma = 1$ شود،دراینصورت $H = H_0$ می شود که مربوط به حالت ابر سیال است.

.با تعریف $\Psi = \frac{\dot{\Phi}}{\Phi}$ و $\dot{\Psi} = \frac{\ddot{\Phi}}{\Phi} - \frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi^2}$ و جاگذاری در معادله (۷) و کمی ساده سازی خواهیم داشت:

(۱۱)

$$[4+(\gamma-1)(2\omega+3)]\dot{\psi}+[4+(\gamma-1)(2\omega+3)+2\omega(\gamma+1)]\Psi^2+\frac{[4+(\gamma-1)(2\omega+3)]}{[1+(1-\gamma)\frac{3}{2}H_0}3H_0\Psi=0$$

در اینجا از تعریف معادلات ریکاتی به شکل زیر استفاده می کنیم:

$$\frac{d\Psi}{dt} + p\Psi^2 + Q\Psi = 0 \qquad (۱۲)$$

با استفاده از معادله (۱۱) و معادله (۱۲) ، می توان برای P و Q عبارات زیر را نوشت:

$$p = \frac{[4+(\gamma-1)(2\omega+3)+2\omega(1+\gamma)]}{[4+(\gamma-1)(2\omega+3)]} \qquad (۱۳)$$

$$Q = \frac{3H_0}{1+(1-\gamma)3/2H_0 t} \qquad (۱۴)$$

با فرض اینکه $\Psi = A\frac{dx}{xdt} = A\frac{\dot{x}}{x}$ باشد(که درآن بصورت پیش فرض A=۱است)و با استفاده از معادله (۱۲)داریم:

$$\frac{\ddot{x}}{x} = (-p+1)\frac{\dot{x}^2}{x^2} - Q\frac{\dot{x}}{x} \qquad (۱۵)$$

با درنظر گرفتن p=۱معادله (۱۲) بر حسب x خطی می شود.

در این صورت معادله (۱۴) می شود :

$$\ln\frac{\dot{x}}{\dot{x}_0} = \int\frac{3H_0 dt}{1+(1-\gamma)3/2H_0 t} \qquad (۱۶)$$

با حل این معادله خواهیم داشت:

$$\frac{\dot{x}}{c} = (1+(1-\gamma)3/2H_0 t)^{\frac{2}{1-\gamma}} + c_0 \qquad (۱۷)$$

که با ساده سازی می توان به شرح زیر باز نویسی کرد.

$$x(t) = \frac{1}{\left[(1-\gamma)\frac{3}{2}H_0 t\right]\left[\frac{2}{1-\gamma}\right]}\left[1+\left[(1-\gamma)\frac{3}{2}H_0 t\right]\right]^{\frac{2}{1-\gamma}} \qquad (۱۸)$$

جواب بالا مربوط به فاز انرژی تاریک است زیرا برای حالت p=۱ از حل شدهاست و وقتی این شرط اخیر را در معادله (۱۳) قرار می دهیم نتیجه جالب $\gamma = -1$ را پیدا می کنیم که مربوط به انرژی تاریک است. حال نتیجه $\gamma = -1$را در معادلات(۱۷) و (۱۸) جاگذاری می کنیم و به ترتیب $\dot{x}$و x را بدست می آوریم. و در نتیجه معادله کلی برای Ψ بصورت زیر خواهد شد:

$$\Psi = \frac{\dot{x}}{x} = \frac{(1+3H_0 t)6H_0}{(1+3H_0 t)^2} = \frac{6H_0}{(1+3H_0 t)} \qquad (۱۹)$$

معادله مربوط به میدان برانزدیکی Φرا از روی نتیجه بالا می توان چنین به دست آورد:

$$\Phi = e^{\int \Psi dt} = e^{\int \frac{6H_0}{1+3H_0 t}dt} \qquad (۲۰)$$

حال می خواهیم معادلات مربوط به فاکتور مقیاس و پارامتر هابل را برای این مورد بدست آوریم. ابتدا مقدار $\gamma = -1$ را در معادله (۹) قرار داده و پارامتر هابل را بدست می آوریم:

$$H = \frac{H_0}{1+3H_0 t} \qquad (۲۱)$$

با جاگذاری این معادله در معادله(۱۰) فاکتور مقیاس با انتگرال زیر معین می شود:

$$a(t) = a_0 e^{\int \frac{H_0}{1+3H_0 t}dt} = e^{1/3\int_{t_0}^{t}\ln(1+3H_0 t)dt} \qquad (۲۲)$$

که با محاسبه ی مستقیم به دست می آوریم:

$$\frac{a(t)}{a_0} = \left(\frac{1+3H_0 t}{1+3H_0 t_0}\right)^{1/3} \qquad (۲۳)$$

که نتیجه یک مدل غیرتکین انبساطی را نشان می دهد که می بینیم با متغیر بودن Λ فاکتور مقیاس و پارامتر هابل نیز متغیر خواهند بود.بررسی مدل $P=-1$ منجر به یک معادله غیر خطی خواهد شد که حل آن دشوار است و نیاز به استفاده از معادلات پیچیده ریاضی خواهد داشت و ما به عنوان کار بعدی علاقمندیم آنرا بررسی کنیم.

نتیجه گیری:

در این مقاله با فرض متغیر بودن ثابت های کیهان شناسی $\Lambda(t)$ و گرانشی $G(t)$ در مدل گرانشی برانز دیکی یک مدل کیهان شناختی روبرتسون-واکر همگن و همسانگرد را توانستیم به دست اوریم که تکینگی عریان آغازین ندارد و معادله حالت ترمودینامیکی آن از نوع باروتروپیک است و ماده کیهانی در فاز انرژی تاریک غالب به سر می برد. و پارامتر هابل و فاکتور مقیاس را بدست آوردیم وبا کمک شرایط مرزی مناسب در نهایت به یک مدل انبساطی غیر تکین دست یافتیم.البته مدلی که در این مقاله بحث شده تنها سناریوی ممکن نیست و در مقالات دیگر سناریوهای دیگری بررسی شده اند که در آن وابستگی به زمان پارامتر کیهانی مستقیما به زمان نیست و از طریق وابستکی به فاکتور مقیاس $\Lambda \propto a^{-m}$ یا پارمتر هابل $\Lambda \propto H^{-n}$است که در آنها معادلات فریدمان به جای تبدیل شدن به معادله ریکاتی به معادلات دینامیکی دیگری تبدیل می کردند. تنها امتیاز این سناریو های گوناگون انطباق بهتر آنها بر حسب نتایج تجربی است که به دست می دهند. ما در این جا شرایط مرزی را روی معادله ی ریکارتی چنان گرفتیم که خطی بشودزیرا در حالت غیر خطی معادلات بسیار پیچیده و حل آنها بسیار مشکل بود. در کاری بعدی علاقمندیم این محدودیت را کنار بگذاریم و در حالت غیر خطی معادلات را حل کنیم زیرا معمولا در حالت خطی سازی معادلات بعضی جوابهای ممکن گم می شوند. ولی این خطی سازی از اعتبار کار فعلی نمی کاهد زیرا با نتایج موجود در دانش کیهان شناسی سازگاری دارد.

منابع

۱- J. M. Overduin* and F. I. Cooperstock, ` Evolution of the scale factor with a variable cosmological term `, Phys. Rev. D۵۸, ۰۴۳۵۰۶ (۱۹۹۸).
۲-J. Sola and H. Stefancic, Mod. Phys. Lett A۲۱, ٦, ٤۷۹, (۲۰۰٦).
۳- J. C. Carvalho, J. A. S. Lima and I. Waga, Phys. Rev.D٤٦, ۲٤۰٤ (۱۹۹۲).

تاثیرات اصل عدم قطعیت تعمیم یافته در عالم تاریک

راشکی ، مهدی[1]؛ فتحی ، مجید[1]؛ مستقل ، بهرنگ [1]؛ جلال زاده ، شهرام[1 و 2]

[1]دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی ، اوین ، تهران

[2] پارک تکنولوژی ایتایپو، دانشگاه فدرال آمریکای -لاتین ، برزیل

چکیده

در این مقاله تاثیر اصل عدم قطعیت تعمیم یافته که توسط برخی از رهیافت های گرانش کوانتومی مانند نظریه ریسمان ، فیزیک سیاه چاله ها و نظریه نسبیت خاص دوگان در کیهان شناسی پیشنهاد شده است، را مورد بررسی قرار می دهیم. با استفاده از براکت پوآسون تعمیم یافته، معادلات فریدمن و ریچادوری اصلاح شده را به دست می آوریم و یک معادله دینامیکی برای انرژی تاریک پیشنهاد می کنیم، که آن می تواند شتاب دوران اخیر جهان را توصیف کند. سپس برهمکنش بین ماده تاریک و انرژی تاریک را در نظر می گیریم، که نتیجه شده از طول کمینه است. پارامترهای موثر کیهانی و معادله پارامتر حالت برای ماده تاریک و انرژی تاریک را به دست می آوریم. در نهایت، نشان می دهیم که نتایج این مدل می تواند با مدل میدان شبح معادل باشد.

Generalized Uncertainty Principle Effects In Dark Universe

M. Rashki[1], M. Fathi[1], B. Mostaghel[1], and S. Jalalzadeh[1, 2]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran
2 Federal University of Latin-America Integration, Technological Park of Itaipu, Brazil

Abstract

We investigate the impact of the generalized uncertainty principle proposed by some approaches to quantum gravity such as string theory and doubly special relativity on the cosmology. Using generalized Poisson brackets, we obtain the modified Friedmann and Raychaudhuri equations and suggest a dynamical dark energy to explain the late time acceleration of the universe. After considering the interaction between dark matter and dark energy, originated from minimal length, we obtain the effective cosmological parameters and equation of state parameter for dark matter and dark energy. Finally, we show that the resulting model is equivalent to the Phantom field.

PACS numbers: 04.60.Bc, 98.80.Qc, 98.80.Jk

مقدمه

وجود طول کمینه توسط نظریه های متفاوتی نظیر فیزیک سیاه چاله، نظریه ریسمان و نظریه نسبیت خاص دوگان پیش بینی شده است، که به تعمیم اصل عدم قطعیت هایزنبرگ منجر می‌شود [1]. اخیراً مشاهدات کیهانشناسی نشان داده است که عالم در فاز انبساط شتاب دار است[2]، که این می تواند یک گواه برای وجود انرژی تاریک عالم می باشد. پیشنهادات متعددی برای توضیح منشأ انرژی تاریک ارائه شده است. ساده ترین نامزد برای توضیح دینامیک انرژی تاریک، ثابت کیهانشناسی است و سپس معروف ترین نامزد برای توضیح منشأ انرژی تاریک، میدان های نرده ای مانند کوئینت اسنس و شبح می باشند.

مدل مورد بررسی

مدل همگن و همسانگرد فریدمنی را در نظر می‌گیریم،

$$ds^2=-N^2(t)dt^2+a^2(t)\left(\frac{dr^2}{1-kr^2}+r^2d\Omega^2\right), \qquad (1)$$

تابعی کنش منطبق با این المان خطی که در بخش گرانشی و ماده بکار می رود، به صورت زیر داده می شود،

$$\begin{aligned} I&=\frac{1}{2}M^2{}_{Pl}\int\sqrt{-g}R\,d^4x+M^2{}_{Pl}\int\sqrt{-g^{(3)}}Kd^3x-\int\sqrt{-g}\rho d^4x \\ &=6\pi^2M^2{}_{Pl}\alpha\int\left(-\frac{a\dot{a}^2}{N}+kNa\right)dt-2\pi^2\alpha\int Na^3\rho dt, \end{aligned} \qquad (2)$$

که در آن $2\pi^2\alpha$ حجم فضایی متریک است که برای عالم مشاهده پذیر با شعاعی در حدود H_0^{-1} $(k=1\to\alpha=1)$متناهی باقی می ماند . با در نظر گرفتن معادله حالت کلی می‌توان لاگرانژی مدل را بر حسب جملات پارامتر چگالی بنویسیم که در آن از زمان بدون بعد با تعریف $d\eta=H_0dt$استفاده و با صرفنظر از تمامی ضرایب ثابت به صورت معادله زیر نوشته می شود،

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\left[\frac{x\dot{x}^2}{N} + \Omega_k H^2_0 N x + N H^2_0 \sum_i \Omega_i x^{-3\omega_i}\right]. \qquad (3)$$

که در آن $\Omega_k = -1/a_0^2 H_0^2$ و $x = a/a_0$، عامل مقیاس بازتعریف شده بدون بعد است و تمامی مشتق ها بر حسب η می باشند. در نتیجه می‌توان تابع هامیلتونی متناسب با معادله قید های هامیلتونی را به صورت زیر بیان می شود،

$$H = N\mathrm{h} = N\left[\frac{-p^2}{2x} + \frac{1}{2}\Omega_k x + \frac{1}{2}\sum_i \Omega_i x^{-3\omega_i}\right]. \qquad (4)$$

تعمیم مدل با استفاده از اصل عدم قطعیت تعمیم یافته

اصل عدم قطعیت تعمیم یافته در یک بعد با رابطه جابجاگری زیر تعریف می‌شود[3]،

$$[X, \Pi_X] = i(1 + \beta \Pi_X^2). \qquad (5)$$

می توان نشان داد که کوچکترین عدم قطعیت در مکان $\Delta X_{\min} = \sqrt{\beta}$ است. اگر مولفه های مکان X و تکانه Π_X را به صورت زیر تعریف کنیم،

$$X = x\,,\ \Pi_X = p + \beta p^3/3, \qquad (6)$$

که در آن x و p از براکت پوآسونی معمولی $\{x, p\} = 1$ پیروی می کنند. بنابراین کوچکترین طول ممکن برای x را می توان به صورت $\Delta x_{\min} = \sqrt{\beta}$ پیدا کرد که $\Delta a_{\min}/a_0 = \sqrt{\beta}$ را می توان نتیجه گرفت. با استفاده از نظریه گرانش کوانتومی که کمترین طول قابل اندازه گیری طول پلانک است می توان نتیجه گرفت که $\beta = (l_{pl}/a_0)$ می باشد. توجه داریم که در واحدهای طبیعی تمامی کمیت های مورد استفاده بدون بعد می باشند. در نتیجه قید هامیلتونی دگرگونش به صورت زیر تغییر می‌یابد،

$$\tilde{\mathrm{h}} = -1/2x[p^2 + 2\beta p^4/3] + 1/2\Omega_k x + 1/2\sum_i \Omega_i x^{-3\omega_i} = 0. \qquad (7)$$

معادلات فریدمن و پارامترهای کیهانشناسی اصلاح شده

معادلات فریدمن تعمیم یافته با استفاده از معادله (7) عبارتند از:

$$(H/H_0)^2 = (\Omega_k x^{-2} + \sum_i \Omega_i^0 x^{-3(\omega_i+1)}) + 2\beta x^4 (\Omega_k x^{-2} + \sum_i \Omega_i^0 x^{-3(\omega_i+1)})^2. \qquad (8)$$

همچنین معادله تعمیم یافته ری چادری را نیز می‌توان به صورت زیر نوشت،

$$\frac{\ddot{x}}{H^2_0 x} = -\frac{1}{2}\sum_i \Omega^0_i (1+3\omega_i) x^{-3(\omega_i+1)} + 2\beta x^4 (\Omega_k x^{-2} + \sum_i \Omega^0_i x^{-3(\omega_i+1)}) \times (\Omega_k x^{-2} - \sum_i \Omega^0_i \omega_i x^{-3(\omega_i+1)}), \qquad (9)$$

و سن عالم به صورت معادله (10) بدست می آید،

$$t_0 = \frac{1}{H_0}\int_0^1 dx[\Omega_k + \sum_i \Omega^0_i x^{-3\omega_i - 1} + 2\beta x^2 (\Omega_k + \sum_i \Omega^0_i x^{-3\omega_i - 1})^2]^{-\frac{1}{2}} \qquad (10)$$

اصل عدم قطعیت تعمیم یافته و مدل انرژی تاریک

در این قسمت مدلی را برای انرژی تاریک پیشنهاد می کنیم. جهان تخت را در نظر می گیریم، که از انرژی خلاء با معادله حالت $\omega = -1$ پر شده باشد. بر این اساس با توجه به معادله (8)، معادله فریدمن به صورت زیر تعمیم می یابد،

$$H^2 = H^2_0(\Omega^0_\Lambda + 2\beta(\Omega^0_\Lambda x^2)^2) \equiv H^2_0 \Omega_{DE}(x), \qquad (11)$$

که در آن پارامتر انرژی تاریک اصلاح شده را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم،

$$\Omega_{DE}(x) = \Omega^0_\Lambda + 2\beta(\Omega^0_\Lambda x^2)^2. \qquad (12)$$

در معادله بالا Ω^0_Λ نشان دهنده پارامتر چگالی برای ثابت کیهانشناسی است. بر اساس معادله (12) می‌توان معادله زیر را تعریف کرد،

$$\Omega^0_\beta = 2\beta(\Omega^0_\Lambda)^2 = \Omega^0_{DE} - \Omega^0_\Lambda. \qquad (13)$$

در مدل مورد بررسی دینامیک انرژی تاریک از طریق پارامتر β محقق می شود، چرا که با صفر شدن این پارامتر در معادله(13) دینامیک، فقط ناشی از ثابت کیهانشناسی خواهد بود. بنابراین، پارامتر انرژی تاریک را می توان بر اساس جملات انتقال به سرخ به صورت معادله زیر بدست آورد،

$$\Omega_{DE}(z) = \Omega^0_\Lambda + (\Omega^0_{DE} - \Omega^0_\Lambda)(1+z)^{-4}, \qquad (14)$$

و معادله حالت اصلاح شده را نیز بر حسب انرژی تاریک به صورت زیر تبدیل می شود،

$$\omega_{DE} = -1 + \frac{1}{3}\frac{d\ln\Omega_{DM}}{d\ln(1+z)} = -1 - \frac{4}{3}\frac{\Omega^0_\beta (1+z)^{-4}}{\Omega^0_\Lambda + \Omega^0_\beta (1+z)^{-4}}. \qquad (15)$$

معادله (15) نشان می هد که در جهان اولیه یعنی $z = \infty$ $\Omega_{DE} = \Omega^0_\Lambda$ بوده است.

برهم کنش انرژی تاریک و ماده تاریک

در این بخش برهمکنش بین انرژی تاریک و ماده تاریک موجود در عالم را بررسی می کنیم. ساده ترین شکل معادله برهمکنشی به صورت زیر می باشد[4]،

$$\dot{\rho}_{DE} = -3H(1+\omega_{DE})\rho_{DE} = Q, \qquad \dot{\rho}_{DM} + 3H\rho_{DM} = -3H\omega_{DM} = -Q. \qquad (16)$$

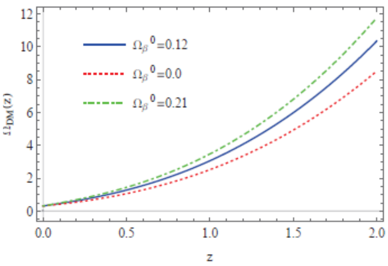
که در آن ω_{DE} و ω_{DM} نشان دهنده پارامترهای موثر معادله حالت ماده تاریک و انرژی تاریک می باشند و Q نشان دهنده جمله برهمکنشی می باشد. با استفاده از معادله (16) می توان معادلات حالت و پارامترهای کیهانشناسی را برای ماده تاریک موجود در عالم بدست آورد،

$$\omega_{DM} = -(1+\omega_{DE})\frac{\Omega_{DE}}{\Omega_{DM}}, \qquad \frac{d\Omega_{DM}}{dz} = -\frac{3}{1+z}\Omega_{DM} = -\frac{d\Omega_{DE}}{dz}. \qquad (17)$$

با جایگزین کردن Ω_{DE} از معادله (13) در جمله دوم معادله (17) خواهیم داشت،

$$\Omega_{DM} = \Omega^0{}_{DM}(1+z)^3 + 4/7\,\Omega^0{}_{\beta}((1+z)^3-(1+z)^{-4}) \; . \qquad (18)$$

تحول ماده تاریک برهمکنشی نسبت به انتقال به سرخ، در شکل (1) نشان داده شده است،



شکل 1 : تحول پارامتر چگالی ماده تاریک نسبت به انتقال به سرخ که نشان می‌دهد سهم ماده با مدل ΛCDM متفاوت است.

پارامتر موثر معادله حالت برای ماده تاریک به شکل زیر می باشد،

$$\omega_{DM,eff} = \frac{28\Omega^0{}_{\beta}(1+z)^{-4}}{21\Omega^0{}_{DM}(1+z)^3+12\Omega^0{}_{\beta}(1+z)^3-(1+z)^{-4}}. \qquad (19)$$

ملاحظه می شود هنگامیکه پارامتر عدم قطعیت تعمیم یافته Ω_β را صفر در نظر بگیریم پارامتر معادله حالت ω_{DM} و پارامتر کیهانشناسی Ω_{DM} برای ماده تاریک مقدار صفر را به خود می گیرد، که نشان می دهد تصحیحات این پارامترها ناشی از وجود β در مدل می باشد، و با صفر شدن این طول کمینه دیگر چنین برهمکنشی بین ماده تاریک و انرژی تاریک وجود نخواهد داشت، و پارامترهای کیهانی و همچنین معادله حالت بخش تاریک عالم مقادیر خود در کیهانشناسی استاندارد را به دست می آورند. از طرفی $\Omega^0{}_{DM}$ که به صورت انحراف از پارامتر حالت برای ماده تاریک معمولی است، ناشی از حضور عدم قطعیت تعمیم یافته و طول کمینه در مدل می باشد.

معادله حالت و پارامتر کند شوندگی

بر اساس معادله (15) در دوره حاضر معادله حالت اصلاح شده انرژی تاریک به شکل زیر است،

$$\omega^0{}_{DE} = -1-\frac{4}{3}\frac{\Omega^0{}_{DE}-\Omega^0{}_{\Lambda}}{\Omega^0{}_{DE}}. \qquad (20)$$

واضح است که اگر $\Omega^0{}_{DE}\rangle\Omega^0{}_{\Lambda}$ باشد، در این صورت $\omega^0{}_{DE}\langle-1$ است و اگر $\Omega^0{}_{DE}\langle\Omega^0{}_{\Lambda}$ در این صورت $\omega^0{}_{DE}\rangle-1$ خواهد شد. با بازنویسی معادله (20)، $\Omega^0{}_{\Lambda}$ را نسبت به $\omega^0{}_{DE}$ و $\Omega^0{}_{DE}$ به صورت زیر بدست می آید،

$$\Omega^0_{\Lambda} = \Omega^0_{DE}\left[1+3/4(1+\omega^0_{DE})\right].$$

با استفاده از تعریف $\Omega^0{}_{\beta}$ در معادله (13) می توان معادله زیر را بدست آورد،

$$\Omega^0{}_{\beta}/\Omega^0{}_{DE} = -4/3(1+\omega^0{}_{DE}), \qquad (21)$$

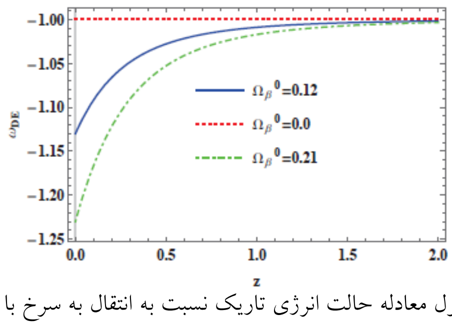
که با استفاده از اطلاعات ماهواره پلانک می‌توان مقدار پارامتر چگالی عدم قطعیت تعمیم یافته را به صورت $\Omega^0{}_{\beta}=0.12^{+0.09}_{-0.12}$ بدست آورد. بر اساس نتایج قبلی، انرژی تاریک اصلاح شده به شکل معادله (22) نوشته می‌شود،

$$\Omega_{DE}(z) = \Omega^0{}_{DE}[1+3/4(1+\omega^0{}_{DE})(1-(1+z)^{-4})]. \qquad (22)$$

در معادله بالا $\omega^0{}_{DE}$ پارامتر معادله حالت خلاء در دوره حاضر است. از طرف دیگر، با استفاده از معادله (18) معادله حالت برای انرژی تاریک به شکل زیر خواهد شد،

$$\omega_{DE}(z) = -1+\frac{(1+\omega^0{}_{DE})(1+z)^{-4}}{(1+\frac{3}{4}(1+\omega^0{}_{DE}))-\frac{3}{4}(1+\omega^0{}_{DE})(1+z)^{-4}}. \qquad (23)$$

بنابراین، واضح است که در کیهان اولیه معادله حالت برای انرژی تاریک مساوی $\omega^0{}_{DE}=-1$ و در دوره حاضر به صورت $\omega^0{}_{DE}\langle-1$ خواهد بود. چنان که در شکل (2) نشان داده شده است عالم به ازای $\omega_{DE}\langle-1$ در فاز شبح قرار خواهد گرفت.



شکل2: تحول معادله حالت انرژی تاریک نسبت به انتقال به سرخ با استفاده از داده های ماهواره پلانک رسم شده است.

در عصر حاضر، هنگامیکه z=0 پارامتر کند شوندگی به صورت زیر تبدیل می‌شود،

$$q_0=\frac{(1+3\omega^0{}_{DM})\rho^0{}_{DM}+(1+3\omega^0{}_{DE})\rho^0{}_{DE}}{2(\rho^0{}_{DM}+\rho^0{}_{DE})}=\frac{3-(7\omega_{DE}+16)\Omega^0{}_{DE}}{6}. \qquad (24)$$

با استفاده از داده های پلانک $\Omega^0{}_{DE}=0.68^{+0.02}_{-0.02}$ و $\omega^0{}_{DE}=-1.13^{+0.13}_{-0.20}$ مقدار عددی پارامتر کند شوندگی را در دوره حاضر به مقدار $q_0=-0.42^{+0.08}_{-0.11}$ بدست آورده‌ایم. این مقدار با مقدار داده شده در مدل استاندارد کیهانشناسی در توافق است.

بازسازی میدان شبح

اکنون سعی داریم میدان اسکالری بسازیم که با نتایج بخش قبل مطابقت داشته باشد. برای این کار از روش بازسازی میدان، که در مراجع[5] و [6] و [7] بکار گرفته شده، استفاده می کنیم. همانطور که دیدیم در مدل مورد بررسی $\omega_{DE}<-1$ است، بنابراین میدان شبح می تواند نامزدی مناسب برای این میدان نرده ای باشد. در جفت شدگی کمینه با گرانش اینشتینی، چگالی انرژی و فشار برای میدان شبح به صورت زیر تعریف می شوند،

$$\rho_\phi=-1/2\dot{\phi}^2+V(\phi),\qquad P_\phi=-1/2\dot{\phi}^2-V(\phi). \qquad (25)$$

با استفاده از معادله $\omega_\phi=P_\phi/\rho_\phi$، جمله جنبشی به صورت $-\dot{\phi}^2=(1+\omega_\phi)\rho_\phi$ می باشد. بنابراین در این مدل، چگالی انرژی مثبت و معادله حالت دارای مقداری کوچکتر از -1 است. بنابراین، $\dot{\phi}^2$ کمیتی مثبت است. از طرف دیگر جمله پتانسیل به شکل معادله زیر خواهد شد،

$$V(\phi)=1/2(1-\omega_\phi)\rho_\phi. \qquad (26)$$

لذا، برای ساختن میدان نرده ای شبح، فرض می کنیم که $\rho_\phi=\rho_{DE}$ باشد. بنابراین جمله جنبشی میدان شبح را با توجه به مطالب فوق به صورت زیر بدست می آوریم،

$$\phi'^2=\frac{3}{8\pi G_N}\frac{(1+\omega_\phi)\Omega_\phi}{(1+z)^2(\Omega_{DM}(z)+\Omega_\phi(z))}, \qquad (27)$$

که پریم نشان دهنده مشتق نسبت به انتقال به سرخ است. با جایگزینی $\tilde{\phi}=\sqrt{8\pi G_N/3}\phi$ در معادله (27) تغییراتی به صورت زیر خواهیم داشت،

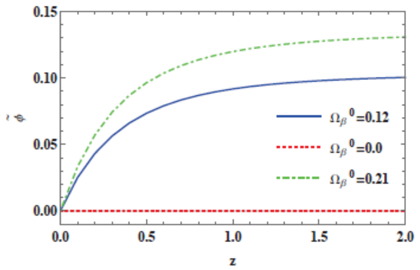
$$\frac{d\tilde{\phi}}{dz}=\pm\sqrt{\frac{(1+\omega_\phi)\Omega_\phi}{(1+z)^2(\Omega_{DM}(z)+\Omega_\phi(z))}}. \qquad (28)$$

انتخاب علامت در معادله بالا دلخواه است بنابراین ما در اینجا علامت مثبت را برمی گزینیم.

با استفاده از تحلیل عددی برای معادله (28) نشان می دهیم که اثرات میدان شبح در برخی از دوران همانطور که در شکل (3) نشان داده شده است، با اهمیت می شود.

از طرف دیگر، با استفاده از معادله (26) پتانسیل بدون بعد شبح را می توان به صورت زیر تعریف کنیم،

$$U(\tilde{\phi})=8\pi G_N/3H^2{}_0V(\tilde{\phi}). \qquad (29)$$



شکل 3: تحول میدان شبح نسبت به انتقال به سرخ.

با استفاده از بحث انجام شده در بالا نتیجه می گیریم که، جملات جنبشی و پتانسیلی که در زمانهای اولیه ثابت بودند، با گذشت زمان هر دو جمله نسبت به زمان تحولشان آغاز می شود. بنابراین، عالم انتقالی همواز از دوره ماده تاریک غالب به دوره انرژی تاریک غالب را در زمان های دور، تجربه می کند.

نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از اصل عدم قطعیت تعمیم یافته، اصلاحی برای معادلات فریدمن پیدا کردیم. در عالم تخت معادله حالت موثر برای بخش تاریک عالم که شامل ماده تاریک و انرژی تاریک است، را بدست آوردیم. برهمکنش بین انرژی تاریک و ماده تاریک را در نظر گرفتیم، و نشان دادیم که این برهمکنش ناشی از پارامتر عدم قطعیت تعمیم یافته می باشد. سپس میدان اسکالری شبح را بازسازی کردیم، که دینامیک مدل را توضیح می دهد. بر اساس آنچه که نشان داده شد، علت وجود دینامیک انرژی تاریک در این مدل و همچنین برهمکنش بین پارامترهای عالم، ناشی از اصل عدم قطعیت تعمیم یافته و حضور پارامتر β می باشد.

مرجع ها

[1] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano,Phys. Lett. B 216, 41 (1989); M. Maggiore, Phys. Lett. B 304, 65 (1993) [hep-th/9301067].
[2] A. Balbi et al., Astrophys. J. 545, L1 (2000) [Astrophys. J. 558, L145 (2001)] [astro-ph/0005124].
[3] A. Kempf, J. Math. Phys. 37, 2121 (1996).
[4] M.S. Berger and H. Shojaei, Phys. Rev. D 73, 083528 (2006) [gr-qc/0601086].
[5] S. Tsujikawa, Phys. Rev. D 72, 083512 (2005) [astroph/0508542].
[6] Z.K. Guo, N. Ohta and Y.Z. Zhang, Phys. Rev. D 72, 023504 (2005) [astro-ph/0505253].
[7] Jian-gang Hao and Xin-zhou Li, Phys. Rev. D 67, 107303 (2003).

بررسی انرژی تاریک هولوگرافیک در کیهان‌شناسی برنز – دیکی

رحیمی ، زهرا ؛ خدام محمدی، عبدالحسین

گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده

در این مقاله مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در کیهان‌شناسی برنز–دیکی در کیهان تخت از دیدگاه تشخیص‌گرحالت بررسی شده است. در این مدل از افق هابل و افق رویداد آینده به عنوان طول قطع مادون قرمز استفاده شده، و در نهایت با مدل معروف ΛCDM مقایسه می‌شود.

Study of Holographic dark energy in Brans-Dicke cosmology

Rahimi, Zahra; Khodam-Mohammadi, Abdolhosein

Department of Physics, Bu-Ali Sina University, Hamadan

Abstract

In this paper we study on the holographic dark energy in Brans-Dicke cosmology in flat universe from the viewpoint of statefinder diagnostic tool. In this model the Hubble horizon and future event horizon are used as IR cutoff and eventually comparison and distance with famous ΛCDM model is given.

PACS No. (4,95)

مقدمه

انرژی تاریک یکی از پیچیده‌ترین مسائل در زمینه مطالعات کیهان‌شناسی است. اخیرا اخترشناسان با استفاده از اطلاعاتی که از SNIa (ابرنواخترنوعIa) [۱]، LSS (ساختار بزرگ مقیاس)[۲]، CMB (تابش پیش زمینه کیهانی)[۳] **و داده‌های**SDSS [۴] بدست آورده اند، عالمی را با انبساط شتابدار معرفی می‌کنند، که این شتاب جزئی ناشناخته با فشار منفی می‌باشد که به آن انرژی تاریک (DE) می‌گویند. این شواهد نشان می‌دهند که تقریبا سه چهارم کیهان را انرژی تاریک، و بخش باقی مانده آن شامل ماده تاریک، ماده باریونی و کسر ناچیزی از تابش است. کاندیداهای مختلفی برای توجیح انرژی تاریک وجود دارند.اولین و ساده‌ترین مدل در سال ۱۹۱۷، توسط انیشتین به نام ثابت کیهان شناسی Λ با پارامتر حالت (EOS) ، $\omega_\Lambda=-1$، معرفی گردید[۵]. با وجود موفقیت های مختلف در مدل استاندارد کیهان‌شناسی، و نیز انطباق خوب آن با داده‌های رصدی، هنوز بعضی از مشکلات مانند «تنظیم ظریف»[۶] و «تطابق کیهانی»[۷] باقی می‌مانند، بنابراین مدل‌های دینامیکی برای توجیح انرژی تاریک پیشنهاد می‌شوند. در این مدل‌ها که مشتمل بر میدان‌های اسکالر و مدل‌های برهمکنشی می‌باشند، پارامتر حالت با زمان تغییر می‌کند. در این مقاله نیز یکی از مدل‌های برهمکنشی به نام مدل انرژی تاریک هولوگرافیک را انتخاب کرده‌ایم. علی‌رغم اینکه برای تمامی مدل‌های انرژی تاریک پارامتر هابل $H=\frac{\dot{a}}{a}>0$ و پارامتر کاهندگی $q=-\frac{\ddot{a}}{a}<0$ و یا $(\ddot{a}>0)$

، انبساط شتابداری را برای ما بیان می‌کنند، با این حال این دو پارامتر نمی‌توانند تبهگنی مدل‌های دینامیکی را از بین ببرند و آن‌ها را از یکدیگر تفکیک کنند. علاوه براین به سبب افزایش دقت در صحت داده‌های کیهانی در طول چند سال گذشته، در تلاش هستیم تا فراتر از این دو پارامتر پیش برویم، حال سوال پیش آمده این است که چگونه تبهگنی بوجود آمده در مدل‌های انرژی تاریک را حل کنیم؟!! در جواب باید بگوییم در سال ۲۰۰۳ Saheni و Alam [۸ و۹] زوج پارامتر هندسی جدیدی را برای انرژی تاریک معرفی کردند که مشتق سوم عامل مقیاس می‌باشد و مشکل تبهگنی مدل‌های دینامیکی را برای ما حل می‌کند. این زوج پارامتر، تشخیص‌گر حالت[۱] نام دارند

$$r=\frac{\dddot{a}}{aH^3}\ ,\ s=\frac{r-1}{3(q-\frac{1}{2})} \qquad (۱)$$

مدل انرژی تاریک هولوگرافیک

مدل هولوگرافیک(HDE) از اصل هولوگرافیک سرچشمه گرفته، براساس این اصل تعداد درجات آزادی سیستم فیزیکی به جای حجم با سطح متناسب است. اخیرا Cohen و همکاران در نظریه میدان کوانتومی نشان دادند که طول قطع کوتاه فرابنفش (UV cutoff) به علت حد تعیین شده در تشکیل سیاه‌چاله‌ها می‌تواند به طول قطع بلند مادون قرمز (IR cutoff) مربوط باشد. به عبارتی دیگر اگر چگالی انرژی نقطه- صفر کوانتومی، ρ_Λ ، ناشی از طول قطعی فرانبفش باشد، آنگاه انرژی کل سیستم به اندازه، L ، نباید از جرم سیاه‌چاله‌ای به همان اندازه تجاوز کند. بنابراین می توان گفت $L^3\rho_D \le LM^2_P$ **همچنین برای چگالی انرژی** HDEداریم، $\rho_\Lambda=3c^2M_p^2L^{-2}$ ، که c **ثابتی عددی و** $M_p=(8\pi G)^{-1/2}$جرم پلانک کاهش یافته است. طول قطع " L " نقش مهمی را ایفا می‌کند. اگر L به عنوان افق ذره انتخاب شود، مدل هولوگرافیک نمی‌تواند انبساط شتابدار را توجیح کند ، در حالی که برای طول قطع با افق رویداد آینده و افق ظاهری ، این مدل می‌تواند به طور همزمان انبساط شتابدار و مشکل تطابق را حل کند. در مورد افق هابلی $L=H^{-1}$، با گرانش مختلف نظرات متفاوتی ارائه شده است. به طور مثال در چارچوب انیشتین، افق هابلی انبساط شتابدار را به ما می دهد. در این مقاله چگالی انرژی مدل هولوگرافیک را در چارچوب نسبیت عام، و در چارچوب برنز- دیکی به کار برده‌ایم.

مدل هولوگرافیک در چارچوب برنز- دیکی

در نظریه برنز- دیکی، میدان اسکالر، ϕ ، به جای جهانی گرانش قرار می‌گیرد $1/G \sim \langle\phi\rangle$. فرض می‌کنیم $\phi=\phi(t)$ و معادلات میدانBD درچارچوبFRW از روابط زیر بدست می آیند[۱۰]

$$3(H^2+\frac{k}{a^2})-\frac{1}{2}\omega\frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2}+3H\frac{\dot{\phi}}{\phi}=\frac{1}{\phi}(\rho_m+\rho_D) \qquad (۲)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a}+H^2+\frac{k}{a^2}+\frac{1}{2}\omega\frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2}+2H\frac{\dot{\phi}}{\phi}+\frac{\ddot{\phi}}{\phi}=-\frac{1}{\phi}p_D \qquad (۳)$$

که ω پارامتر بی بعد نظریه برنز-دیکی ، $a(t)$ عامل مقیاس، $\rho=\rho_D+\rho_m$ چگالی انرژی کل و $k=-1,0,1$ پارامترانحنا که به ترتیب نشان دهنده کیهان باز ، تخت و بسته است. ماده تاریک را بدون فشار در نظر می‌گیریم، بنابراین فشار کل همان فشار ناشی از انرژی تاریک است، $p=p_D$. در این مقاله ابتدا افق هابل را به عنوان طول قطع مادون قرمز، $L=H^{-1}$، انتخاب می‌کنیم، بنابراین برای چگالی انرژی HDE داریم

$$\rho_D=3C^2\phi H^2 \qquad (۴)$$

از طرفی به کمک معادلات (۲) و (۳) و همچنین با توجه به قانون توانی $\phi\propto a^n$ و $\rho_M=u\,\rho_D$ می‌توان نوشت[۱۱]

$$\rho_D=\frac{\phi H^2}{(1+u)}\left[3(1+n)-\frac{\omega n^2}{2}\right] \qquad (۵)$$

$$\rho_D=-\frac{H^2\phi}{\omega_D}\left[3+\frac{\dot{H}}{H^2}(2+n)+n^2+\frac{\omega n^2}{2}+2n\right] \qquad (۶)$$

از برابری معادلات (۵)و (۶) بدست می‌آوریم

$$\frac{\dot{H}}{H^2}=-\frac{3\omega_D\left[(1+n)-\frac{\omega n^2}{6}\right]}{(2+n)(1+u)}-\frac{3+n^2+2n+\frac{\omega n^2}{2}}{(2+n)} \qquad (۷)$$

---

۱ - Statefinder

از سوی دیگر از روابط(۴) و (۶) داریم

$$\frac{\dot{H}}{H^2}=-\frac{1}{2}\left[\frac{6C^2\omega_D+6+2n^2+\omega n^2+4n}{\omega_D}\right] \tag{۸}$$

حال اگر معادلات(۷) و (۸) را برابر قرار دهیم به عبارت زیر می‌رسیم

$$-\frac{1}{2}\frac{\omega_D}{(2+n)(1+u)}\left[6C^2(1+u)-6(1+n)+\omega n^2\right]$$

باتوجه به عبارت بالا، یک جواب عبارت است از $\omega_D=0$، که انبساط شتابدار را نمی‌دهد. جواب دیگر آن است که $\omega_D\neq 0$ و عبارت بالا برابرصفر باشد؛ در این مورد که همچنین در مقاله [۱۱] بحث شده‌است، با در نظر گرفتن $u=0, C=1$، حالت انرژی تاریک غالب، یعنی کیهان بدون ماده تاریک، مقدار $n=\frac{6}{\omega}$ بدست می‌آید و پارامتر معادله حالت بصورت زیر حل می‌شود

$$\omega_D=-1+\frac{2(4\omega+3)}{3\omega} \tag{۹}$$

مشاهده می‌شود معادله (۹) به ازای مقادیر مختلف برای پارامتر برنز- دیکی ω، مقداری مثبت بدست می‌آید، و برای $\omega\to\infty$، داریم $\omega_D\to\frac{5}{3}$. بنابراین می توان گفت افق هابل برای مدل هولوگرافیک در چارچوب برنز- دیکی انبساط شتابدار را نمی‌دهد، چرا که برای این انبساط باید داشته باشیم، $\omega_D<-\frac{1}{3}$. حال اگر افق رویداد آینده را به عنوان طول قطع مادون قرمز درنظر بگیریم، $L=R_{FH}$، چگالی انرژی مدل HDE به صورت زیر خواهد بود

$$\rho_D=\frac{3\phi}{8\pi R_{FH}^2} \tag{۱۰}$$

برای این افق نیز، طبق مقاله[۱۱] برای قانون توانی داریم $\phi\propto a^n, H\propto a^{\beta-1}$، و پارامتر معادله حالت به صورت زیر بدست می‌آید

$$\omega_D=-1-\frac{n+2\beta-2}{3} \tag{۱۱}$$

معادله (۱۱) شرط انبساط شتابدار را برای ما ارضا می‌کند و به ازای مقادیر مناسب، یعنی $(\beta=1-\frac{n}{2},\omega=1000)$، سد فانتوم شکسته می‌شود. علاوه براین برای $\beta=-\frac{1}{2}n$، داریم $\omega_D=-1/3$، که فاز کوینتسنس را به ما نشان می‌دهد. می‌توانیم پارامتر کاهندگی را به صورت $q=-\ddot{a}/aH^2$ تعریف کنیم، که $\ddot{a}/a=\dot{H}+H$ و از معادله (۷) بدست می‌آوریم

$$q=-1-\frac{\dot{H}}{H^2}=-1+\frac{3\left(-\frac{1}{3}-\frac{n}{3}-\frac{2}{3}\beta\right)\left(1+n-\frac{1}{6}\omega n^2\right)}{(2+n)(1+u)}+\frac{3+n^2+2n+\frac{1}{2}\omega n^2}{2+n} \tag{۱۲}$$

حال اگر از معادله (۷) مشتق گرفته و بر H^3 تقسیم نماییم

$$\frac{\ddot{H}}{H^3}=2\left(-\frac{3\left(-\frac{1}{3}-\frac{n}{3}-\frac{2}{3}\beta\right)\left(1+n-\frac{1}{6}\omega n^2\right)}{(2+n)(1+u)}-\frac{3+n^2+2n+\frac{1}{2}\omega n^2}{2+n}\right) \tag{۱۳}$$

با استفاده از تعریف زوج پارامتر $\{r,s\}$ در معادله (۱) داریم

$$r=\frac{\ddot{a}}{aH^3}=1+3\frac{\dot{H}}{H^2}+\frac{\ddot{H}}{H^3} \tag{۱۴}$$

با جایگذاری روابط (۸) و(۱۳) در معادله (۱۴) و اینکه کیهان را انرژی تاریک غالب در نظر می‌گیریم، $u=0$، می توانیم بنویسیم

$$r=\frac{1}{18(2+n)^2}\left(-12\beta(1+n)+\omega n^2(2\beta+4+n)-6n\right)\times$$
$$\left(-12\beta(1+n)+\omega n^2(2\beta+4+n)-3n-6\right) \tag{۱۵}$$

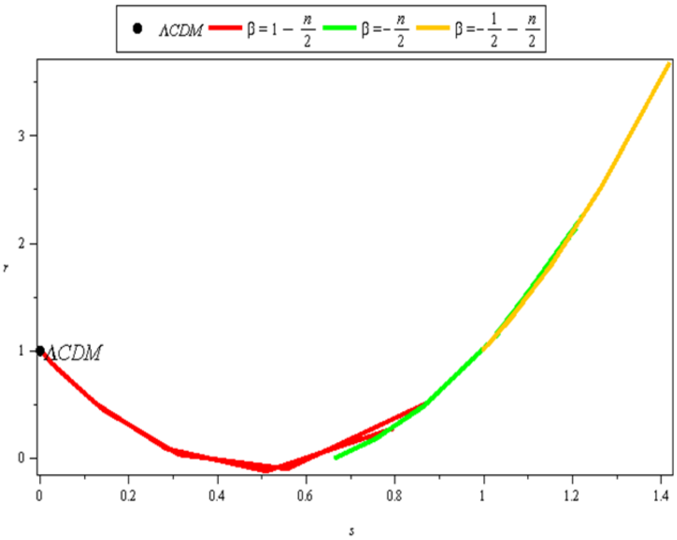
اکنون معادله (۱۲) و (۱۵) را در معادله (۱) جایگذاری می‌کنیم تا پارامتر s را بدست آوریم

$$s=\frac{1}{9}\left(\frac{12+4\omega n^2+\omega n^3-12\beta-12\beta n+2\beta\omega n^2}{2+n}\right) \tag{۱۶}$$

آنالیز تشخیص گرحالت $\{r,s\}$

معادلات تشخیص گر حالت $\{r,s\}$ در روابط (۱۵) و (۱۶) آمده‌اند. برای مدل استاندارد ΛCDM، زوج پارامتر تشخیص‌گرحالت $\{r=1,s=0\}$، می باشد. زمانی که طول قطع

مادون قرمز افق رویداد آینده باشد و به ازای ω=1000 [۱۲]، و $\beta = 1-\frac{n}{2}$ سد فانتوم شکسته می‌شود؛ همچنین برای $\beta = -\frac{1}{2}n$، معادله پارامترحالت $\omega_D = -1/3$، بدست می‌آید که فاز کوینتسنس را به ما نشان می‌دهد.



شکل ۱ : نمودار تشخیص گر حالت $\{r,s\}$ برای $\omega_D = -1$

پارامتر n می تواند به گونه‌ای انتخاب گردد که بیشترین انطباق را با مدل ΛCDM داشته باشد؛ پس به عنوان یک مدل خوب می‌تواند استفاده شود. همانطور که از شکل مشاهده می‌شود، با توجه به آنکه افزایش n از راست به چپ می‌باشد، منحنی $\{r,s\}$ تنها در حالت $\beta = 1-\frac{n}{2}$ از نقطه ΛCDM عبور کرده و برای حالتهای $\beta = -\frac{1}{2}-\frac{n}{2}$ و $\beta = -\frac{n}{2}$ به هیچ وجه از نقطه ΛCDM عبور نمی‌کند. این مدل به انتخاب مناسب n و β بسیار وابسته است، و می‌توان حالتی را پیدا کرد که دقیقا با نقطه ΛCDM انطباق داشته باشد. برای مثال به ازای $(n = \frac{1}{1001})$ مقدار دقیق زوج تشخیص‌گرحالت در مدل استاندارد، یعنی $\{r=1, s=0\}$ را بدست می‌دهد.

نتیجه گیری

مدل انرژی تاریک هولوگرافیک در کیهان شناسی برنز-دیکی (BD) در کیهان تخت از دیدگاه تشخیص‌گرحالت $\{r,s\}$ بررسی شد. در این مدل افق هابل به عنوان طول قطع مادون قرمز مورد استفاده قرار گرفت. با توجه به برهمکنش انرژی تاریک و ماده تاریک دیدیم که مدل هولوگرافیک در چارچوب برنز- دیکی در افق هابلی، معادله حالت را برابر $\omega_D = 0$، بدست آورد، و نشان داد که این افق انبساط شتابدار را برای ما حل نمی‌کند. این بار کیهان را تحت سلطه انرژی تاریک در نظر گرفتیم، $u=0, C=1$، و دیدیم که پارامتر حالت ω_D، مثبت و مخالف صفر بدست آمد که باز هم مشکل انبساط شتابدار را برای ما توجیح نکرد؛ سپس افق رویداد آینده را به عنوان طول قطع مادون قرمز در این مدل در نظر گرفتیم، که برخلاف افق هابل در این طول قطع، پارامتر حالت ω_D، شرط انبساط شتابدار را برای ما ارضا کرد.

مرجع‌ها

[۱] A. G. Riess et al. ; "OBSERVATIONAL EVIDENCE FROM SUPERNOVAE FOR AN ACCELERATING UNIVERSE AND A COSMOLOGICAL CONSTANT"; Astron. J. **116**, 1009 (1998).
[۲] Maria Beltran, Juan Garcia-Bellido, Julien Lesgourgues, Alain Riazuelo Phys.Rev. D70 (2004) 103530, arxiv:astro-ph/0409326.
[۳] S. Hanany et al., Astrophys. J. Lett. **545**, L5 (2000).
[٤] J. M. Bardeen, B. Carter and S.W. Hawking, *Commun Math Phys*. **31**, **161** (1973).
[٥] V. Sahni and A. starobinsky, Int. J. Mod Phy.D 9, **373** (2000).
[٦] Klaas Landsman; "The Fine-Tuning Argument"; arXiv:1505.05359v2 (2015).
[٧] S. D. H. Hsu, Phys. Lett. B 669, **275** (2008).
[٨] U. Alam, V. Sahni, T.D. Saini and A. A. Starobinski, Mon. Not. R. Astron. Soc. **344**, 1057 (2003).
[٩] V. Sahni, T.D. Saini, A. A. Starobinski and U. Alam, JETP Lett. **77**, 201 (2003).
[١٠] N. Banerjee, and D., Pavon, Class. Quant. Grav. **18**, 593 (2001).
[١١] Hungsoo Kim, H. W. Lee, Y. S. Myung; "Holographic energy density in the Brans-Dicke theory"; arXiv:1202.4154,(2005).
[١٢] A. Khodam-Mohammadi, E. Karimkhani and A. Sheykhi; "Best values of parameters for interacting HDE with GO IR-cutoff in Brans-Dicke cosmology"; Int.J.Mod. Phys.D, **23**, 14500813 (2014) , arXiv:1409.3115.

مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی ایجگرافیک جدید با درنظرگرفتن آنتروپی تصحیح‌شده لگاریتمی در کیهان‌شناسی تاکیونی با جفت‌شدگی به ماده

روان‌پاک ، آروین [۱]

[۱] گروه فیزیک، دانشگاه ولی‌عصر (عج)، رفسنجان

چکیده

با درنظرگرفتن جملات تصحیح آنتروپی، مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی ایجگرافیک را بررسی می‌کنیم. رابطه بین این مدل و میدان اسکالر تاکیونی جفت‌شده به ماده موجود در لاگرانژی مطالعه شده‌است. پتانسیل مرتبط با میدان تاکیونی بازسازی و دینامیک آن را حساب می‌کنیم. بعلاوه ملاحظات کیهان‌شناسی این مدل را نیز بررسی خواهیم‌کرد.

Interacting logarithmic entropy-corrected new agegraphic dark energy in tachyon cosmology coupled to matter

Ravanpak, Arvin[1]

[1] *Department of Physics, Vali-e-Asr University, Rafsanjan*

Abstract

Considering entropy correction terms, we investigate an interacting new agegraphic dark energy model. The connection between such a model and a tachyon scalar field which couples to matter in Lagrangian is studied. We reconstruct the related potential of tachyon field and find its dynamics. Also, we discuss the implications of this model.

PACS No. ۹۵,۳۶.+x

مقدمه

مشاهدات اخیر نشان می‌دهند که کیهان در حال انبساط شتاب دار است [۱]. یک روش برای توضیح شتاب کیهان استفاده از انرژی تاریک است. از میان مدل‌های متفاوت انرژی تاریک، انرژی تاریک ایجگرافیک[۱] [۳-۲] مورد توجه خاص بوده زیرا نشأت‌گرفته از نظریه ریسمان می‌باشد. در تازه‌ترین صورت این مدل از زمان همدیس به عنوان مقیاس طول استفاده می‌شود [۴].

بعلاوه برهم کنش بین قسمت‌های تاریک عالم نیز از این جهت که می‌تواند مشکلاتی مانند مشکل انطباق را حل‌کند، اهمیت دارد [۵].

نکته اساسی برای محاسبه چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک رابطه بین آنتروپی و مساحت سیاه‌چاله است [۶]. این رابطه می تواند به واسطه برخی اثرات کوانتومی تصحیح‌شود. یکی از این تصحیحات، تصحیح آنتروپی لگاریتمی است [۷]. آنتروپی لگاریتمی تصحیح‌شده به صورت زیر است

$$S=\frac{A}{4G}+\alpha\ln\frac{A}{4G}+\beta \qquad (۱)$$

که در آن α و β ثوابت بدون بعد و از مرتبه واحد هستند. در این مدل چگالی انرژی تاریک ایجگرافیک با درنظرگرفتن تصحیح

[۱] Agegraphic

آنتروپی لگاریتمی به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\rho_D = 3n^2M_p^2\eta^{-2} + \alpha\eta^{-4}\ln\left(M_p^2\eta^2\right) + \beta\eta^{-4} \tag{۲}$$

از آنجا که دو جمله آخر در معادله فوق تنها در زمان‌های بسیار کوچک با جمله اول قابل مقایسه هستند، تصحیحات در عالم اولیه دارای مفهوم می‌باشند و در زمان‌های بزرگ‌تر همان مدل انرژی تاریک ایجگرافیک بدون تصحیح را داریم.

از طرف دیگر در بین مدل‌های مختلف انرژی تاریک، تاکیون نیز بارها مورد استفاده قرارگرفته و مورد توجه بوده‌است [۸]. در ادامه رابطه بین انرژی تاریک ایجگرافیک با آنتروپی تصحیح‌شده لگاریمی و پتانسیل تاکیونی را نشان خواهیم‌داد.

بازیابی تاکیونی مدل انرژی تاریک برهمکنشی ایجگرافیک جدید با درنظرگرفتن آنتروپی تصحیح‌شده لگاریتمی

کنش زیر را با توجه به پتانسیل تاکیونی و یک میدان جفت شده به ماده تاریک سرد به صورت زیر درنظر می‌گیریم

$$S = \int\left[\frac{M_p^2 R}{2} - V(\phi)\sqrt{1-\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi} + f(\phi)L_m\right]\sqrt{-g}\,d^4x \tag{۳}$$

با وردش از کنش نسبت به تانسور متریک، معادلات فریدمان تصحیح یافته به صورت زیر بدست می‌آیند

$$3H^2M_p^2 = \rho_m f + \rho_{tac} \tag{۴}$$

$$\left(2\dot{H} + 3H^2\right)M_p^2 = -p_m f - p_{tac} \tag{۵}$$

که در آن ρ_{tac} و p_{tac} به ترتیب چگالی انرژی و فشار تاکیون هستند. با درنظرگرفتن $\Omega^* = \Omega_m f$ معادله (۴) به صورت زیر است

$$\Omega^* + \Omega_{tac} = 1 \tag{۶}$$

به علاوه با استفاده از معادله (۲) داریم

$$\Omega_D = \frac{n^2}{\eta^2H^2} + \frac{\alpha}{3M_p^2\eta^4H^2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right) + \frac{\beta}{3M_p^2\eta^4H^2} \tag{۷}$$

اگر میدان اسکالر را یک بار به صورت میدان تاکیونی درنظر بگیریم که نقش انرژی تاریک ایجگرافیک را بازی می‌کند و یک بار به صورت یک میدان اسکالر که به ماده جفت شده و نقش ماده تاریک را بازی می‌کند، سپس به علت برهم‌کنش بین این دو میدان، چگالی انرژی‌های آنها دیگر در معادلات پایستگی جداگانه‌ای صدق نمی‌کند و به صورت زیر است

$$\dot{\rho}^* + 3H\left(1+\omega^*\right)\rho^* = Q \tag{۸}$$

$$\dot{\rho}_{tac} + 3H\left(1+\omega_{tac}\right)\rho_{tac} = -Q \tag{۹}$$

که در آن $\rho^* = \rho_m f$ و $Q = (1-3\omega)\rho_m\dot{f}$ جمله برهم‌کنشی است. در جمله برهم‌کنشی، $\dot{f}$ شدت جفت‌شدگی بین ماده و میدان اسکالر را تعیین می‌کند. اگر $\dot{f} = 0$ باشد، هیچ برهم‌کنشی وجودندارد. جمله Q تحولات مختلف ماده تاریک را به واسطه برهم‌کنش آن با انرژی تاریک ایجگرافیک اندازه‌گیری می‌کند که منجر به انبساط متفاوت کیهان خواهدشد. نکته جالب در این نوع جمله برهم کنشی این است که در مقایسه با دیگر مدل‌های انرژی تاریک ایجگرافیک که جمله برهم‌کنشی یکتا نیست، در مدل ما این جمله به صورت ذاتی و مستقیم به واسطه برهم‌کنش بین میدان اسکالر با چگالی انرژی ماده تاریک بدست آمده‌است.

با مشتق‌گیری از معادله (۲) نسبت به زمان کیهانی داریم

$$\dot{\rho}_D = -\left(\frac{3n^2M_p^2\eta^{-2} + 2\alpha\eta^{-4}\ln\left(M_p^2\eta^2\right) + (2\beta-\alpha)\eta^{-4}}{\sqrt{3n^2M_p^2 + \alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right) + \beta\eta^{-2}}}\right) \times\frac{2H}{a}\sqrt{3M_p^2\Omega_D} \tag{۱۰}$$

با جایگذاری معادله (۱۰) در معادله (۹) داریم

$$\omega_D = \left(\frac{3n^2M_p^2\eta^{-2} + 2\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right) + (2\beta-\alpha)\eta^{-2}}{\left(3n^2M_p^2 + \alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right) + \beta\eta^{-2}\right)^{3/2}}\right) \times\frac{2}{3a}\sqrt{3M_p^2\Omega_D} - \frac{Q}{3H\rho_D} - 1 \tag{۱۱}$$

بعلاوه با مشتق‌گیری از رابطه (۷) نسبت به زمان کیهانی و استفاده از رابطه $\dot{\Omega}_D = \Omega'_D H$ داریم

$$\Omega'_D = -\frac{2}{aH^3\eta^3}\left(n^2 - \frac{\alpha}{3M_p^2\eta^2} + \alpha\frac{2\ln\left(M_p^2\eta^2\right)}{3M_p^2\eta^2} + \beta\frac{2}{3M_p^2\eta^2}\right) -2\frac{\dot{H}}{H^4}\left(\frac{n^2}{\eta^2} + \alpha\frac{\ln\left(M_p^2\eta^2\right)}{3M_p^2\eta^4} + \frac{\beta}{3M_p^2\eta^4}\right) \tag{۱۲}$$

که در آن پریم، مشتق نسبت به $\ln a$ است. با مشتق‌گیری از رابطه (۴) و استفاده از روابط (۲) و (۶) رابطه‌ای برای $\frac{\dot{H}}{H}$ پیدا می‌کنیم که با جایگذاری آن در معادله (۱۲) داریم

$$\Omega'_D = -\frac{2}{H^2}\left(\frac{n^2}{\eta^2} + \alpha\frac{\ln\left(M_p^2\eta^2\right)}{3M_p^2\eta^4} + \frac{\beta}{3M_p^2\eta^4}\right)\times$$

$$\left[\left(\frac{3n^2M_p^2\eta^{-2}+2\alpha\eta^{-4}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\left(\beta-2\alpha\right)\eta^{-4}}{\sqrt{3nM_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}}}\right)\times-\frac{1}{3aM_p^2H^2}\sqrt{3M_p^2\Omega_D}-\frac{3}{2}\left(1-\omega_D\right)+\frac{Q}{6M_p^2H^3}\right]$$
$$-\frac{2}{a}\left(\frac{3M_p^2\Omega_D}{3n^2M_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}}\right)^{3/2}\times\left(n^2-\frac{\alpha}{3M_p^2\eta^2}+\alpha\frac{2\ln\left(M_p^2\eta^2\right)}{3M_p^2\eta^2}+\frac{2\beta}{3M_p^2\eta^2}\right) \qquad (۱۳)$$

از آنجا که $\omega_D=\dot{\phi}^2-1$ و $V(\phi)=\sqrt{1-\dot{\phi}^2}$ رابطه‌ای برای پتانسیل تاکیونی با توجه به انرژی تاریک ایجگرافیک جدید با آنتروپی تصحیح شده، به صورت زیر بدست می‌آوریم

$$V(\phi)=\left[3n^2M_p^2\eta^{-2}+\alpha\eta^{-4}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-4}\right]\times\sqrt{-\frac{2}{3a}\left(\frac{3n^2M_p^2+2\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\left(2\beta-\alpha\right)\eta^{-2}}{\left(3n^2M_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}\right)^{3/2}}\right)\sqrt{3M_p^2\Omega_D}+1+\frac{Q}{3H\rho_D}} \qquad (۱۴)$$

بنابراین با استفاده از رابطه $\dot{\phi}=\phi' H$ رابطه میدان اسکالر به صورت زیر بدست می‌آید

$$\phi'=\frac{1}{H}\sqrt{\frac{2}{3a}\left(\frac{3n^2M_p^2+2\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\left(2\beta-\alpha\right)\eta^{-2}}{\left(3n^2M_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}\right)^{3/2}}\right)\sqrt{3M_p^2\Omega_D}-\frac{Q}{3H\rho_D}} \qquad (۱۵)$$

مجدداً می‌توانیم نشان‌دهیم که در یک حالت خاص که در آن $\alpha=\beta=0$ کلیه روابط فوق به حالت بدون درنظرگرفتن تصحیح آنتروپی خواهندرسید.

در اینجا با انتگرال‌گیری از رابطه (۱۴) می‌توانیم تحول میدان اسکالر تاکیونی را به صورت عددی نیز تعیین‌کنیم

$$\phi(t)-\phi(t_0)=\int_{t_0}^{t}\sqrt{\left(\frac{2}{3a}\left(\frac{3n^2M_p^2+2\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\left(2\beta-\alpha\right)\eta^{-2}}{\left(3n^2M_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}\right)^{3/2}}\right)\sqrt{3M_p^2\Omega_D}-\frac{Q}{3H\rho_D}\right)}dt' \qquad (۱۶)$$

با توجه به روابط فوق، یک مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی تاکیونی ایجگرافیک با درنظرگرفتن آنتروپی تصحیح‌شده لگاریتمی ایجاد کردیم. سپس دینامیک و پتانسیل میدان تاکیونی را بدست‌آوردیم.

ملاحظات کیهان‌شناسی مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی ایجگرافیک جدید با درنظرگرفتن آنتروپی تصحیح‌شده لگاریتمی

برای بررسی ملاحظات کیهان‌شناسی این مدل در این بخش پارامتر معادله حالت موثر **مدل انرژی تاریک** ایجگرافیک **جدید با استفاده از آنتروپی تصحیح‌شده لگاریتمی برهم‌کنشی را** بدست می‌آوریم. رابطه پارامتر معادله حالت موثر در این مدل به صورت زیر است

$$\omega_D^{eff}=\omega_D+\frac{\varepsilon\Omega_m\dot{f}}{3H\Omega_D} \qquad (۱۷)$$

با جایگذاری معادله (۱۱) در رابطه فوق داریم

$$\omega_{new}^{eff}=\frac{2}{3a}\left(\frac{3n^2M_p^2+2\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\left(\beta-2\alpha\right)\eta^{-2}}{\left(3n^2M_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}\right)^{3/2}}\right)\sqrt{3M_p^2\Omega_D}-1 \qquad (۱۸)$$

بعلاوه می‌توانیم پارامتر کندسازی را به صورت زیر تعیین‌کنیم

$$q_{new}=-1+\frac{3}{2}\left(1-\Omega_D\right)-\frac{Q}{6M_p^2H^3}+\frac{1}{3aM_p^2H^2}\left(\frac{3n^2M_p^2\eta^{-2}+2\alpha\eta^{-4}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\left(\beta-2\alpha\right)\eta^{-4}}{\sqrt{3n^2M_p^2+\alpha\eta^{-2}\ln\left(M_p^2\eta^2\right)+\beta\eta^{-2}}}\right)\sqrt{3M_p^2\Omega_D} \qquad (۱۹)$$

نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل انرژی تاریک برهم‌کنشی ایجگرافیک جدید با درنظرگرفتن آنتروپی تصحیح‌یافته لگاریتمی را بررسی‌کردیم و ارتباط میان این مدل و کیهان‌شناسی تاکیونی جفت‌شده به ماده تاریک را تعیین‌نمودیم. پتانسیل تاکیونی مربوطه و نحوه تحول میدان تاکیونی را بازسازی‌کردیم. سرانجام، با تعیین پارامتر معادله حالت موثر و پارامتر کندسازی، به ملاحظات کیهان‌شناختی مدل مربوطه پرداختیم.

سپاسگزاری

از همکاری سرکار خانم گلناز فرپور فداکار صمیمانه تشکر می‌کنم.

مرجع‌ها

[۱] D. Larson, et al.; "Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters"; *Astrophys. J. Suppl. Ser.* ۱۹۲, No. ۲ (۲۰۱۱).

[۲] R. G. Cai; "A Dark Energy Model Characterized by the Age of the Universe"; *Phys. Lett. B* ٦٥٧, No. ٤-٥, (۲۰۰۷) ۲۲۸-۲۳۱.

[۳] K. Karami, A. Sheykhi, M. Jamil, Z. Azarmi and M. M. Soltanzadeh; "Interacting entropy-corrected new agegraphic dark energy in Brans-Dicke cosmology"; *Gen. Relativ. Grav* ٤۳, (۲۰۱۱) ۲۷-۲۹.

[۴] H. Wei and R. G. Cai; "A New Model of Agegraphic Dark Energy"; *Phys. Lett. B* ٦٦٠, No. ۳, (۲۰۰۸) ۱۱۳-۱۱۷.

[۵] K. Karwan; "The Coincidence Problem and Interacting Holographic Dark Energy"; JCAP ۰٥, (۲۰۰۸) ۰۱۱.

[۶] A. G. Cohen, D. B. Kaplan and A. E. Nelson; "Effective Field Theory, Black Holes, and the Cosmological Constant"; *Phys. Rev. Lett.* ۸۲, (۱۹۹۹) ٤۹۷۱-٤۹۷٤.

[۷] R. K. Kaul and P. Majumdar; "Logarithmic correction to the Bekenstein-Hawking entropy"; *Phys. Rev. Lett.* ۸٤, (۲۰۰۰) ٥۲٥٥-٥۲٥۷.

[۸] A. Sen; "Rolling Tachyon"; *J. High Energy Phys*. ۰٤, (۲۰۰۲) ۰٤۸.

اسکالر پیچش و انرژی تاریک

سید داود ساداتیان، امین انواری

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، دانشگاه نیشابور

چکیده

در این مقاله، شکل عمومی از تئوری F(T) را برای ساختن مدل کیهان شناختی انرژی تاریک بررسی می کنیم. در این چارچوب، از اسکالر چرخش (T) در قسمت گرانشی لاگرانژین برای محاسبه بعضی پارامتر های مهم کیهان شناختی مانند معادله حالت ، پارامتر شتاب و پارامتر هابل استفاده می کنیم. در ادامه با انتخاب تابع F(T) مناسب، پارامتر های مدلمان را با داده های رسیده محدود می کنیم. در نهایت اشاره محدودی به مدل تعمیم یافته $f(T,\theta)$ خواهیم کرد.

Torsion scalar and Dark Energy

S. Davood Sadatian and Amin Anvari
Department of Physics, Faculty of Basic Sciences,University of Neyshabur, Neyshabur, Iran

Abstract

In this paper, we study a general F(T) gravity theory for considering cosmological Dark energy scenario. In this regards, we use Torsion scalar (T) in graviton sector of lagrangian for obtain main cosmological parameters, such as equation of state, declaration parameter, acceleration and Hubble parameter. In following with suitable choose of F(T) function, we constrain our model parameters with observational data. Finally, a brief mention to the extended model $f(T,\theta)$ consider.

PACS No.: 95.36.+x, 98.80.-k, 04.50.kd

مقدمه

در عصر حاضر، خیلی از داده های مشاهده شده کیهان شناسی مانند CMB(تابش ریز موج کیهانی)، BAO(نوسانگرهای آکوستیک باریونی)، SN Ia(ابر نواختر نوع یک)، ثابت کرده است که عالم ما انبساط شتابدار دارد [1-5]. برای توضیح، بسیاری از نویسندگان مدل های مختلفی پیشنهاد دادند، یکی از جواب های جالب انرژی تاریک نامیده شد. مهم ترین موضوع در دوره حاضر، ساخت مدل های انرژی تاریک است. یکی از این مدل ها، ثابت کیهان شناختی Λ با معادله حالت $\omega=-1$ است و این ساده ترین مدل است. اگر چه، این مدل دو مشکل بسیار مهم یعنی مشکل ثابت کیهان شناختی و مشکل انطباق را داراست از این رو مدل های مختلف انرژی تاریک دینامیکی برای حل این مشکلات پیشنهاد شد [6]. هم چنین، انرژی تاریک هولوگرافیک پیشنهاد دیگری برای مدل های دینامیکی انرژی تاریک است [7]. از نقطه نظر دیگر، می توان معادله انیشتین را اصلاح کرد تا مدل های دیگر کیهان شناسی را بدست آورند که به اصطلاح گرانش F(R) نامیده می شوند. در این راستا، اسکالر ریچی (R) یا یک تابع از آن، در کنش اینشتین- هیلبرت استفاده شده است [8]. به هر حال، میدان اسکالر می تواند برای توضیح بعضی از خواص انرژی تاریک بصورت کمینه یا

ناکمینه با اسکالر ریچی جفت شود. اما بعضی از شرایط در تئوری های F(R) باعث یک شکافت بزرگ در اسکالر ریچی می شود. در حال حاضر، احتمالا این بزرگترین چالش برای تئوری های F(R) است [9-11]. در نهایت نیاز به یک ساختار جدید برای توصیف انرژی تاریک داریم، این مدل پیشنهادی جالب ، گرانش

F(T) است. در این مدل به جای اسکالر ریچی از اسکالر چرخش (T) در چگالی لاگرانژین استفاده شده است [12–14]. بر همین اساس، در ادامه یک مدل گرانش F(T) را ساخته و برخی از پارامتر های مهم کیهان شناختی را در این مدل محاسبه می کنیم.

مدل گرانش F(T)

در این بخش، در ابتدا ساختار گرانش مدل را بررسی می کنیم[15]. اسکالر چرخش به صورت زیر تعریف می شود:

$$T = S_\rho{}^{\mu\nu} T^\rho{}_{\mu\nu}, \qquad (۱)$$

$$S_\rho{}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(K^{\mu\nu}{}_\rho + \delta^\mu_\rho T^{\theta\nu}{}_\theta + \delta^\nu_\rho T^{\theta\mu}{}_\theta), \qquad (۲)$$

$$T^\lambda{}_{\mu\nu} = \Gamma^\lambda{}_{\nu\mu} - \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} = h^\lambda_i(\partial_\mu h^i_\nu - \partial_\nu h^i_\mu), \qquad (۳)$$

$$K^{\mu\nu}{}_\rho = -\frac{1}{2}(T^{\mu\nu}{}_\rho - T^{\nu\mu}{}_\rho - T_\rho{}^{\mu\nu}). \qquad (۴)$$

کنش این گرانش توسط رابطه زیر داده می شود:

$$S = \int d^4x\, e[\frac{F(T)}{2k^2} + L_m] \qquad (۵)$$

که در اینجا $e = det(e^i_\mu) = \sqrt{-g}$ و $k^2 = 8\pi G$ است که در آن G ثابت گرانشی است. با استفاده از رابطه (۵) می توان معادله میدان زیر را بدست آورد:

(۶)

$$[e^{-1}\partial_\mu(eS_i{}^{\mu\nu}) - h^\lambda_i T^\rho{}_{\mu\lambda} S_\rho{}^{\nu\mu}]F_T + S_i{}^{\mu\nu}\partial_\mu(T)F_{TT} + \frac{1}{4}h^\nu_i F = \frac{1}{2}k^2 h^\rho_i T^\nu_\rho,$$

در اینجا $F_T = \frac{dF}{dT}$ $S_i{}^{\mu\nu} = h^\rho_i S_\rho{}^{\mu\nu}$, $F_{TT} = \frac{d^2F}{dT^2}$,

تانسور انرژی تکانه است برابر است با

$$T^\nu_\rho = diag(\rho_m, -p_m, -p_m, -p_m), \qquad (۷)$$

که در آن ρ_m و p_m به ترتیب چگالی و فشار ماده است. اگر متریک را فریدمان–رابرتسون– واکر (FRW) در نظر بگیریم، با ترکیب معادلات (۱) تا (۴) داریم:

$$T = -6H^2 \qquad (۸)$$

که H پارامتر هابل است. پس معادلات فریدمان بدست آمده بصورت زیر است:

$$F - 12H^2F_T = 2k^2\rho_m, \qquad (۹)$$

(۱۰)

$$(8H^2 + 4\frac{\ddot{a}}{a})F_T - 48H(\frac{\ddot{a}}{a} - H^2)F_{TT} - f = 2k^2 p_m.$$

از سوی دیگر، برای انرژی تاریک چگالی و فشار روابط زیر حاکم است:

$$\rho_{de} = \frac{1}{2k^2}[-12H(t)^2(1-F_T) + T - F], \qquad (۱۱)$$

(۱۲)

$$p_{de} = \frac{1}{2k^2}[4(2H(t)^2 + \frac{\ddot{a}}{a})(1-F_T) + 48H(t)^2(\frac{\ddot{a}}{a} - H(t)^2)F_{TT} - T + F].$$

معادله حالت به شکل زیر بدست می آید :

$$\omega_{de} = \frac{E(1-F_T) + YF_{TT} - T + F}{Z(1-F_T) + T - F} \qquad (۱۳)$$

که در آن

$$E = 4(2H(t)^2 + \frac{\ddot{a}}{a}), \quad Y = 48H(t)^2(\frac{\ddot{a}}{a} - H(t)^2), \quad Z = -12H(t)^2$$

می باشد. در زیر با انتخاب های مناسب از تابع چرخش و جایگذاری آن در مدل با انجام محاسبات عددی برخی از پارامترهای کیهان شناسی را بدست می آوریم.

محاسبه برخی از پارامتر های مدل

مورد اول: [16] $F(T) = \alpha(-T)^n$ که α یک ثابت است.

در شکل (۱) چگونگی تغییرات برخی از کمیت های کیهان شناسی مثل ثابت هابل ، فاکتور مقیاس و معادله حالت مربوط به این انتخاب آورده شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می شود معادله حات یک گذار از مرز فانتوم را نشان می دهد که با مشاهدات تجربی توافق دارد. از طرفی توانایی توصیف عالم شتابدار را نیز با توجه به تحول پارامتر فاکتور مقیاس دارا می باشد.

مورد دوم: [17] $F(T) = \alpha(-T)^n tanh(\frac{T_0}{T})$ α یک ثابت است.

در شکل (۲) چگونگی تغییرات برخی از کمیت های کیهان شناسی مثل ثابت هابل ، فاکتور مقیاس و معادله حالت مربوط به این انتخاب آورده شده است . در این مورد نیز با تنظیم دقیق پارامتر ها می توان گذار از مرز فانتوم و شتابدار بودن عالم را که با مشاهدات رصدی همخوانی دارد را استنباط کرد. از این رو می

توان اینگونه بیان نمود که این مدل به شرط تنظیم دقیق پارامتر ها توانایی انطباق با داده های رصدی و در نتیجه توصیف عالم را داراست[18].

مدل تعمیم یافته $f(T,\theta)$

در مدل تعمیم یافته از $f(T)$ که در آن T اسکار پیچش بود ، یک پارامتر دیگر θ که تریس تانسور انرژی تکانه است اضافه می گردد و مدل جدیدی به نام $f(T,\theta)$ ایجاد می گردد. این مدل همچون مدل $f(T)$ در حقیقت به اصلاح فرم هندسی معادلات انیشتین می پردازد. برتری این مدل نسبت به مدل $f(T)$ در این است که شرایط بهتری برای انطباق پارامترهای نظریه به داده های رصدی ایجاد می گردد. از این رو با انتخاب این مدل و انتخاب توابع $f(T,\theta)$ مناسب می توان به بررسی دقیق تر برخی از شواهد رصدی پرداخت. از این رو با انتخاب کنشی به شکل

$$S = \int e \left(\frac{F(T,\Theta)}{2\kappa^2} + L_m\right) d^4x \qquad (۱۴)$$

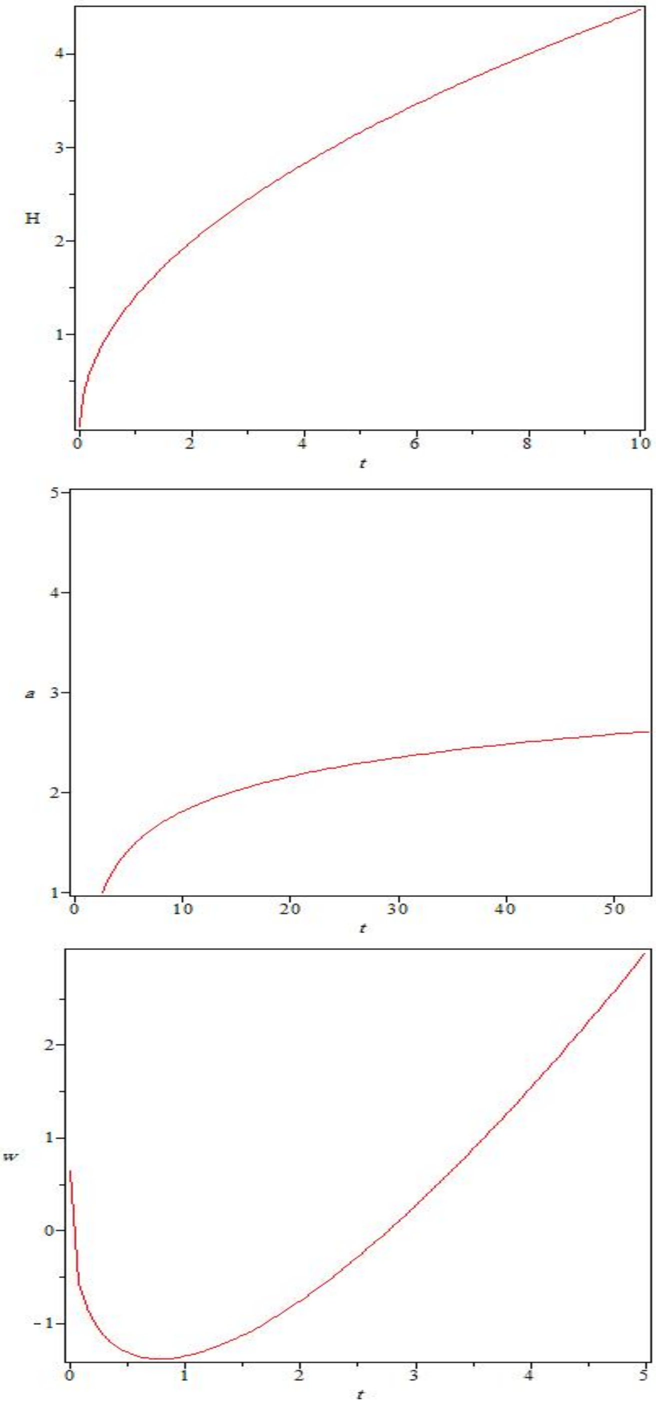
و با فرض اینکه تانسور انرژی تکانه مربوط به یک سیال کامل باشد معادله فریدمن به شکل زیر استخراج می شود

$$12H^2F_T + F = 2\kappa^2\rho - \rho F_\Theta \qquad (۱۵)$$

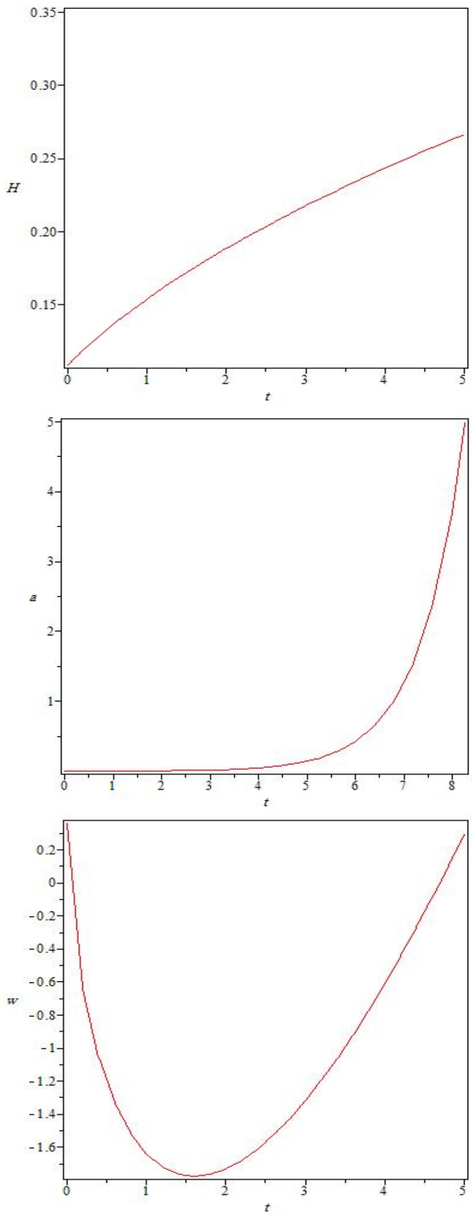
همچون مدل $f(T)$ می توان با انتخاب تابع مناسبی از $f(T,\theta)$ و یا بسطی از آن معادلات بالا را تحلیل نمود در این راستا تا بدینجا ما با انتخاب تابع $f(T,\theta)$ به شکل زیر معادلات خود را استخراج نموده ایم

$$F(T,\Theta) = k_1 T + k_2 T^m \Theta^n \qquad (۱۶)$$

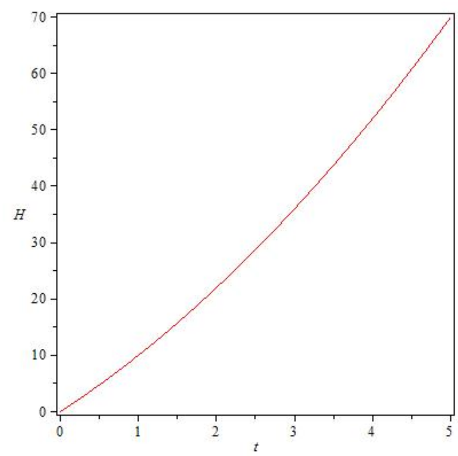
که در اینجا k_1, k_2 ثوابت مثبت یا منفی می باشند. در نهایت پس از جایگذاری این تابع در معادله فریدمن بالا و تعیین معادله فریدمن تعمیم یافته و انجام تحلیل عددی روی پارامتر ها آن نتایج در شکل (۳) برای تغییرات ثابت هابل نسبت به زمان بدست می آید. در آینده با تحلیل این مدل می توان تغییرات فاکتور مقیاس ، معادله حالت و در نهایت تعیین پارامتر نمایه طیفی را مورد بررسی قرار داد و تناسب مقادیر بدست آمده از این مدل را با نتایج تجربی بدست آورد.



شکل ۱ : نمودار H(t) و a(t) وω(t) برای مورد اول



شکل ۲ : نمودار $H(t)$ و $a(t)$ و $\omega(t)$ برای مورد دوم



شکل ۳ : نمودار مربوط به تغییرات $H(t)$ در مدل $f(T,\theta)$

نتیجه گیری

بر اساس محاسبات انجام شده و رسم نمودارهای مربوطه مشخص است که اولا در هر دو مورد بالا عالم در فاز انبساط شتابدار است و دوما به خوبی گذر عالم، از معادله حالت $\omega=-1$ را نشان می دهد که هر دو این موارد با آخرین داده های رصدی هم خوانی دارند. این بدین معنا است که با انتخاب مناسب پارامتر ها می توان برخی ویژگی های کیهان شناختی عالم را پیش بینی کرد. همچنین با استفاده از مدل تعمیم یافته $f(T)$ یعنی مدل $f(T,\theta)$ می توان مباحث بالا را با دقت و قید های مناسب تری مورد بررسی و مقایسه با داده های رصدی قرار داد.

مرجع ها:

[1] D. N. Spergel, et al., *Astrophys. J. Suppl*, **148**, 175, (2003).
[2] S. Perlmutter, et al., *Astrophys. J.*, **517**, 565, (1999).
[3] Adam G. Riess, et al., *Astron. J.*, **116**, 1009, (1998).
[4] D. J. Eisenstein, et al., *Astrophys. J.*, **633**, 560, (2005).
[5] E. Komatsu, et al. *Astrophys. J. Suppl.*, **192**, 18, (2011).
[6] Jaewon Yoo, Yuki Watanabe, *Int. J. Mod. Phys.*, D 21, **1230002**, (2012).
[7] A. Banijamali, M.R. Setare and B. Fazlpour, Int. J. Theor. Phys., 50, 3275 (2011).
[8] Shin'ichi, Nojiri and Sergei D. Odintsov, *Phys. Rept.*, **505**, 59, (2011).
[9] Valerio Faraoni, **[**arXiv:0810.2602v1 **gr-qc]**.
[10] Andrei V. Frolov, *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 061103, (2008).
[11] Tsutomu Kobayashi, Kei-ichi Maeda, **[**arXiv:0807.2503v2**astro-ph]**.
[12] Eanna E. Flanagan and Eran Rosenthal, *Phys. Rev.*, **D75**, 124016, (2007).
[13] Gabriel Bengochea and Rafael Ferraro, *Phys. Rev.*, **D79**, 124019, (2009).
[14] K.K.Yerzhanov, et. al., **[**arXiv:1006.3879v1**gr-qc]**.
[15] M. Sharif and Shamaila Rani, *Mod. Phys. Lett.*, **A26**, 1657, (2011).
[16] M. Sharif and Shamaila Rani, arXiv:1105.6228v1 **[gr-qc]**.
[17] Jung-Tsung Li, Chung-Chi Lee and Chao-Qiang Geng, *Eur. Phys. J.*, **C73**, 2315, (2013).
[18] S. Davood Sadatian, A. Anvari, World Scientific News 12 (2015) 12-26

مدل ایج گرافیک انرژی تاریک در تشکیل ساختارهای کیهانی

سعیدی ، محمد ؛ داوری ، زهرا ؛ ملک جانی ، محمد

گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

چکیده

در این مقاله مدل ایج گرافیک انرژی تاریک در سناریوی رشد ساختارهای کیهانی مورد بررسی قرار می‌گیرد. درابتدا فاکتور رشد کیهان منبسط شونده با انرژی تاریک ایجگرافیک را محاسبه کرده وسپس نتایج آن با مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی مقایسه می‌شود. سپس با استفاده از تابع رشد و واریانس جرمی محاسبه شده در مدل مذکور و با استفاده از تحیلی آماری MCMC نشان داده می شود که مدل ایجگرافیک انرژی تاریک بمانند مدل استاندارد ΛCDM در توافق با داده های رصدی رشد ساختارهاست.

Agegraphic DE model in the structure formation of the Universe

Saeedi , Mohammad ; Davari , Zahra ; Malekjani , Mohammad

Department of Physics, Bu-Ali Sina University, Hamadan

Abstract

In this work we discuss the Agegraphic dark energy (ADE) model as a theoretical candidate for dark energy. We follow the scenario of structure formation in the context of ADE model and show that the growth of overdensities are damped due to the effect of DE in this formalism. Using the Statistical method the so-called MCMC, we show that the ADE model is in good agreement with growth rate observational data as well as concordance ΛCDM model.

مقدمه

در اواخر قرن بیست میلادی ،کیهانشناسان اطلاعات نجومی جدیدی از بررسی ابرنواخترهای نوعIa ($SN\,Ia$) و تابش پس زمینه کیهانی (CMB) بدست آوردند. این مشاهدات انبساط شتابدارتندشونده را برای کیهان معرفی می کردند. می‌توان عامل این شتاب مثبت را سیال ناشناخته‌ای با فشار منفی در نظر گرفت که به انرژی تاریک (DE)معروف شده است. طبق آنالیز رصدهای کیهانی حدود ٦٨٪ عالم را انرژی تاریک ، ۲۷.۳٪ را ماده تاریک و ٤/٧٪ را ماده باریونی تشکیل می دهند. کاندیداهای متعددی برای توصیف انرژی تاریک پیشنهاد شده است. ساده‌ترین مدل ثابت کیهانشناسی یا ثابت اینشتین می‌باشد . علیرغم توافق بسیار خوب این مدل با مشاهدات رصدی دارای دو مشکل اساسی می‌باشد :۱) تنظیم ظریف[1] و۲) عدم تطابق کیهانی[2]. کاندیدهای دیگر مدلهای دینامیکی با معادله حالت متغیر با زمان می‌باشند. که شامل مدلهای تئوری میدانهای اسکالر مانند quintessece , Phantom , k-essence ,... و همچنین مدلهای برهم کنشی مانند مدلهای گاز چاپلین ، مدل هولوگرافیک ، مدل ایجگرافیک و ... می‌باشد. در این مقاله مدل ایجگرافیک مورد بررسی قرار گرفته شده است . مدل ایجگرافیک انرژی تاریک (ADE) بر اساس میدانهای کوانتومی بیان شده است که این انرژی با فشار منفی از تحول یک پتانسیل حاصل می‌شود ، این مدل توسط Cai بر پایه ی افت خیز های کوانتومی فضا زمان و گرانش کوانتومی ارائه شده است . در این مدل بر اساس نوسانات کوانتومی خطی بر حسب زمان که به رابطه ی K´arolyh´azy مشهور است ($\delta t=\lambda t_p^{2/3}t^{1/3}$) و رابطه ی زمان-انرژی هایزنبرگ $E_{\delta t^3}\sim t^{-1}$ معادله زیر برای چگالی انرژی تاریک نتیجه می شود :

[1] **The Fine tuning**

[2] **Cosmic coincidence**

$$\rho_q \sim \frac{E_{\delta t^3}}{\delta t^3} \sim \frac{1}{t_p^2 t^2} \sim \frac{m_p^2}{t^2} \Rightarrow \rho_d = \frac{3n^2 m_p^2}{T^2} \qquad (1)$$

که در اینجا $T = \int_0^t dt = \int_0^a \frac{da}{Ha}$ و $m_p^2 = \frac{1}{8\pi G}$ و n پارامتر آزاد است . [1]

با توجه به معادله فریدمان ($H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{1}{3m_p^2}(\rho_m + \rho_d)$) روابط زیر را می توان بدست آورد :

$$\rho_c = 3m_p^2 H^2 \Rightarrow \Omega_d = \frac{\rho_d}{\rho_c} = \frac{n^2}{H^2 T^2} \qquad (2)$$

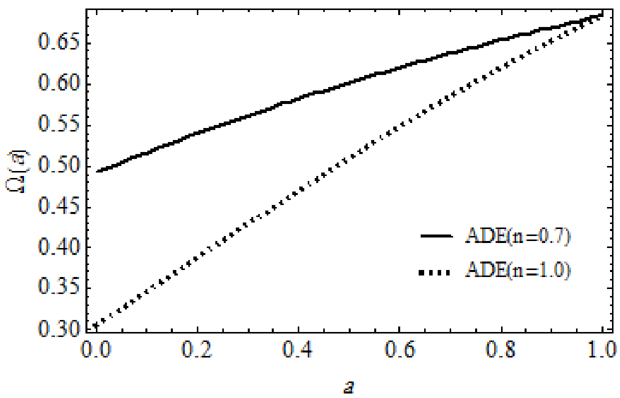
در این رابطه Ω_d دارای تحول می‌باشد و ω آن هم بدین صورت بدست می‌آید: $\omega_d = -1 + \frac{2\sqrt{\Omega_d}}{3n}$. با در نظر گرفتن معادله پیوستگی:

$$\dot\rho_d + 3H(\rho_d + P_d) = \dot\rho_d + 3H\rho_d(1+\omega_d) = 0 \qquad (3)$$

و با جایگذاری روابط بالا در معادله پیوستگی و $\frac{\dot H}{H^2} = -\frac{3}{2}(1+\Omega_d\omega_d)$ و $\Omega'_d = \frac{\dot\Omega}{H}$ ه رابطه ی تحول Ω_d بدست می‌آید: [2]

$$\Omega'_d = \Omega_d\left[(1-\Omega_d)(3-2\frac{\sqrt{\Omega_d}}{n}\right] \qquad (4)$$

در نمودار زیر تحول Ω_d را برحسب فاکتور مقیاس(a) برای n های مختلف ترسیم شده است:



شکل (۱). تحول پارامتر چگالی انرژی تاریک بازای مقادیر مختلف پارامتر مدل ایجگرافیک

بررسی تشکیل ساختارهای کیهانی بر اساس مدل ADE

با توجه به شواهد رصدی،کیهان در ابعاد بزرگتر از ۱۰۰ مگاپارسک همگن و همسانگرد است اما در ابعاد کوچکتر به دلیل افت و خیز های چگالی ناشی از آثار تورم کیهانی ناهمگن است . ناحیه ای کروی در کیهان را در نظر بگیرید که در اثر افت و خیزها، چگالی آن (ρ_c) با چگالی زمینه ی کیهانی(ρ_b)تفاوت دارد. کمیت تباین چگالی بدین شکل تعریف می‌شود :

$$\delta_m = \frac{\rho_c - \rho_b}{\rho_b} \qquad (5)$$

اگر $\delta_m > 0$ باشد ناحیه فرا چگال و اگر $\delta_m < 0$ ناحیه فروچگال است . گرانش در ناحیه فراچگال، نسبت به نواحی اطراف بدلیل وجود جرم بیشتر بزرگتر است و این گرانش قوی تر سبب کم شدن سرعت انبساط در این ناحیه می شود و نهایتا موجب توقف انبساط در این ناحیه می شود. سیال مذکور به بیشینه شعاع خود می رسد و از سیال زمینه یا همان سیال هابلی جدا میشود ، در این لحظه به دلیل گرانش این ناحیه می رمبد و ویریاله می شود و در نهایت ساختار فراچگال کیهانی شکل می گیرد.

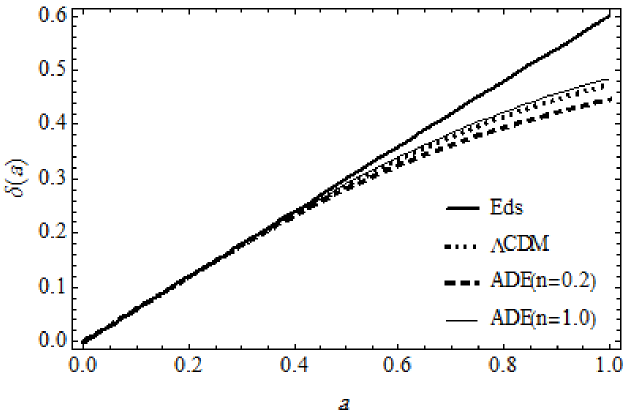
در مقیاسهای کوچکتر از شعاع هابل، اثرات نسبیت عام که به خاطر انحنای فضا-زمان وارد می‌شود، قابل صرف نظر کردن است و گرانش نیوتنی برای توصیف رشد ناهمگنی ها کافی به نظر می-رسد. برای حالت $\delta_m > 0$، برای بررسی رشد ناهمگنی ها از تئوری اختلال خطی استفاده می‌شود.از ترکیب معادلات پیوستگی و پواسون، تحول دینامیکی تباین چگالی در گستره خطی به صورت ذیل بدست می‌آید:[4]

$$\ddot\delta_m + 2H\dot\delta_m - \frac{3}{2}\Omega_m H^2 \delta_m = 0 \qquad (6)$$

حال اگر مشتقات زمانی برحسب مشتقات فاکتور مقیاس بازنویسی شود، رابطه فوق بدین صورت می‌شود :

$$\delta''_m + \delta'_m\left(\frac{3}{a} + \frac{E'}{E}\right) - \frac{3}{2}\Omega_m \delta_m a^{-2} = 0 \qquad (7)$$

با توجه به شرایط مرزی داده شده ی زیر و پارامتر بی بعد هابل (E) نمودار تباین چگالی را برای سه مدل $EdS\,,\Lambda CDM\,,ADE$ در شکل زیر رسم شده است.



شکل ۲ : نمودار تباین چگالی سه مدل EdS , ΛCDM , ADE

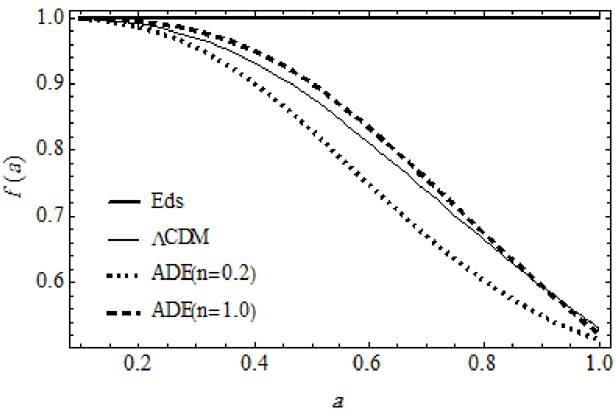
مشاهده می شود که اثر انرژی تاریک همانند اثر اصطکاک است و در حضور انرژی تاریک تغییرات δ_m کند می شود . اثر انرژی تاریک تقریبا از a=0.3 شروع می شود که نشان می دهد در ابتدای تحول کیهان تقریبا می توان گفت اثر انرژی تاریک ناچیز است.

تابع رشد (Growth factor)

مشتق لگاریتمی تباین چگالی بر حسب فاکتور مقیاس تابع رشد می‌باشد که بدین صورت تعریف می شود:

$$f(a)=\frac{d\ln(\delta(a))}{d\ln(a)}=\frac{a}{\delta(a)}\delta'(a) \qquad (9)$$

نمودار تغییرات تابع رشد را نیز برای سه مدل مورد بررسی رسم می‌شود:



شکل ۳ : نمودار تباین چگالی سه مدل EdS , ΛCDM , ADE

در این نمودارها اثر اصطکاکی انرژی تاریک مشاهده می‌شود، بطوری که در زمانهایی که انرژی تاریک غالب شده است، تابع رشد ساختارها کاهش پیدا کرده است.

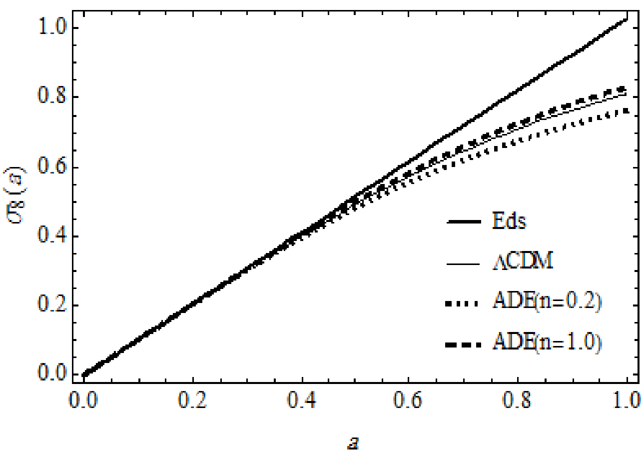
واریانس چگالی (σ_8)

برای بررسی بیشتر کمیت واریانس ناحیه فراچگال(σ_8)به ابعاد ۸ مگاپارسک مورد بررسی قرار می‌گیرد . σ_8 کمیتی رصدی است و می توان از آن برای بررسی صحت مدل های موجود استفاده نمود. به عنوان مثال برای مدل ΛCDM در زمان حال طبق داده های پلانک ۲۰۱۳ مقدار ۰.۸۱۱ بدست آمده است که برای سایر مدل ها هم می توان آنرا به روش زیر محاسبه کرد :

$$\frac{\sigma_8^{Model}(a=1)}{\sigma_8^{\Lambda CDM}(a=1)}=\frac{\delta^{Model}(a=1)}{\delta^{\Lambda CDM}(a=1)}\Rightarrow$$

$$\sigma_8^{Model}(a=1)=\frac{\delta^{Model}(a=1)}{\delta^{\Lambda CDM}(a=1)}\sigma_8^{\Lambda CDM}(a=1) \qquad (10)$$

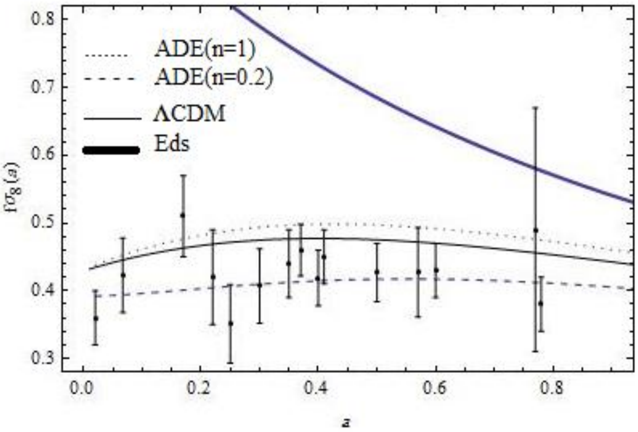
$$\Rightarrow \sigma_8^{Model}(a)=D^{Model}(a)\sigma_8^{\Lambda CDM}(a=1)$$



شکل ٤ : نمودار تباین چگالی سه مدل EdS , ΛCDM , ADE

نرخ رشد (Growth Rate)

در اینجا به محاسبه مقدار $f\sigma_8$ که به آن نرخ رشد (Growth rate) می گویند، می پردازیم. در شکل (۵) این مقدار را برای مدل های مختلف در کنار داده های رصدی نشان داده ایم.



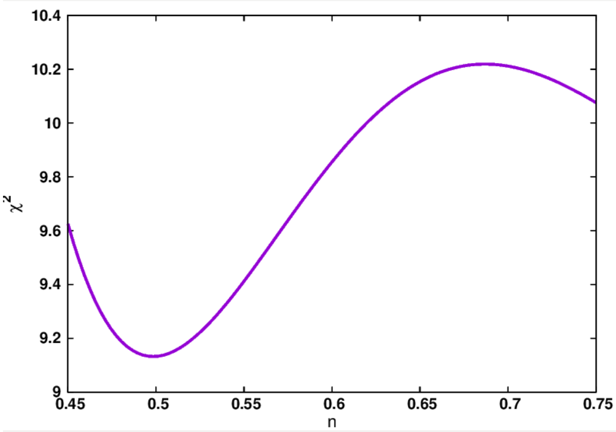
شکل ٥ : نمودار نرخ رشد سه مدل EdS , ʌCDM , ADE

یافتن بهترین پارامتر آزاد برای تطابق با داده های رصدی

برای پیدا کردن پارامتر آزاد بهینه مدل بررسی شده روش های متعددی وجود دارد که یکی از روش های مرسوم استفاده از روش Chi square است که از رابطه ذیل بدست می آید:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_{observe} - f_{theory})^2}{\sigma_i^2} \qquad (12)$$

که $f_{observe}$ مقدار رصدی و f_{theory} مقدار تئوری و σ_i مقدار واریانس داده‌های رصدی است و این روش معیاری مناسب برای انحراف نمودار تئوری از نمودار رصدی است. با استفاده **از الگوریتم** MCMC بهترین مقدار پارامتر آزاد مسئله (یا به عبارتی ${\chi_{\min}}^2$)تعیین می‌شود:



شکل ٦ : نمودار χ^2 برحسب پارامتر آزاد n

همانطور که مشاهده می شود نتایج (${\chi_{\min}}^2 = 9.06340$ و $n = 0.49933$) بدست آمده که مقدار ${\chi_{\min}}^2$ در مقایسه با مدل ΛCDM که مقدار ۱۰.۲۲۹۲ بدست می آید بسیار دقیق تر است

نتیجه گیری

مدل ایج گرافیک انرژی تاریک در سناریوی رشد ساختارهای کیهانی بررسی شد و معادلات اساسی تشکیل ساختارهای کیهانی با مدل ایج گرافیک مورد ارزیابی قرار گرفتند. با اسفاده از تحیلی آماری MCMC نشان دهد شد که مدل مذکور در توافق نسبتا خوبی با داده های رصدی رشد ساختارها می باشد.

مرجع‌ها

[۱] M. Malekjani and A. Khodam-Mohammadi ; “Agegraphic Dark Energy Model in Non-Flat Universe: Statefinder Diagnostic and w − w ′ Analysis”; Int.J. Mod. Phys. D19:1857-1871(2010) , arXiv:1004.0508.
[2]Kayoomars Karami, Mubasher Jamil, Matts Roos, S. Ghaffari, A. Abdolmaleki; “Entropy-corrected new agegraphic dark energy in Horava-Lifshitz cosmology”; 10.1007/s10509-012-1020-y, arXiv: 1101.1774.
[3] Hao Wei, Rong-Gen Cai; “Interacting Agegraphic Dark Energy”; Eur.Phys.J.C59:99-105,2009, arXiv: 0707.4052.
[4] F. Pace, J.-C. Waizmann, M. Bartelmann; “Spherical collapse model in dark energy cosmologies”; Astrophys Space Sci (2012) 340:175-184, arXiv: 1005.0233.
[5] Spyros Basilakos, Savvas Nesseris, Leandros Perivolaropoulos; “Observational constraints on viable f(R) parametrizations with geometrical and dynamical probes” ; 10.1103/PhysRevD.87.123529 , arXiv:1302.6051.

تابع پارش نوسانگر هماهنگ کوانتومی در چارچوب تیسالیس و در حضور کمینه طول پلانک

شبابی، هما[۱]؛ پدرام، پوریا[۲]

[۱،۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ایران

چکیده

در این مقاله، برخی خواص ترمودینامیکی نوسانگر هماهنگ کوانتومی را در حضور کمینه طول پلانک و آمار تیسالیس مورد بررسی قرار می دهیم. وجود کمینه طول از نظریه های مختلفی مانند نظریه ریسمان، گرانش کوانتومی حلقوی و فیزیک سیاه چاله ها می آید. در این مقاله به طور تحلیلی تابع پارش و تابع توزیع احتمال را برای نوسانگر هماهنگ کوانتومی برای $1 < q < 1.5$ بدست می آوردیم و نتایج حاصله را با مورد مشابه آن در آمار بولتزمن گیبس و آمار تیسالیس، بدون حضور کمینه طول مقایسه می کنیم.

The partition function of quantum harmonic oscillator in Tsallis framework and in the presence of minimal length scale

Shababi, Homa[1] ; Pedram, Pouria[2]

[1,2] Department of Physics, Science and Research Branch,
Islamic Azad University, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, we study some thermodynamic quantities of quantum harmonic oscillator in the Tsallis framework and in the presence of a minimal length uncertainty. The existence of the minimal length is motivated by various theories such as string theory, loop quantum gravity, and black-hole physics. We analytically obtain the partition function and probability function of the quantum harmonic oscillator for $\mathbf{1 < q < 1.5}$ and compare the results with those of Tsallis and Boltzmann-Gibbs statistics without the minimal length scale.
PACS : 04.60.Bc

مقدمه

در حد انرژی های بالا، نزدیک مقیاس پلانک که شعاع شوارتزشیلد قابل مقایسه با طول موج کامپتون است و هر دو متمایل به طول پلانک می باشند، اثرات گرانش بسیار مهم می شود و این منجر به گسسستگی فضا-زمان می شود. در این مورد دیدگاه های مختلفی به مسئله گرانش ازجمله نظریه ریسمان، هندسه ناجابه جایی، گرانش کوانتومی حلقوی [۷-۱] وجود کمینه طول قابل اندازه گیری را پیش بینی می کنند. این نظریه ها پیش بینی می کنند نزدیک مقیاس پلانک، اصل عدم قطعیت هایزنبرگ باید به اصل عدم قطعیت تعمیم یافته (GUP) تبدیل شوند.

به دلیل ساختار بسیار پیچیده، فازی و فرکتال فضا زمان در مقیاس پلانک، ترمودینامیک در چنین مقیاسی احتمالا نافزونور است که این ترمودینامیک نافزونور، برخی از مشکلات مرتبط با ترمودینامیک بولتزمن – گیبس در مقیاس پلانک را بر طرف می سازد. به طور مثال در آمار بولتزمن – گیبس نیاز به شرایط اولیه سیستم داریم و این در بسیاری از مواقع مشکل ساز است. بنابراین با در نظر گرفتن آمار نافزونور و به طور خاص آمار تیسالیس می توان درک بهتری از مفاهیم در فیزیک بدست آورد.
مکانیک آماری نافزونور که اولین بار توسط تیسالیس [۸] پیشنهاد شد، تمامی کمیت های ترمودینامیکی از جمله تابع پارش، تابع

توزیع احتمال، انـرژی داخلـی و غیـره را بوسـیله q کـه شـاخص تیسالیس است و نقش مهمی را در این چـارچوب ایفـا مـی کنـد، تعمیم می دهد. بعـلاوه در حـد $q \to 1$، مجـددا آمـار بـولتزمن-گیبس بدست می آید، یعنی در واقع آمار تیسالیس تعمیمی از آمـار بولتزمن-گیبس می باشد.

نوسانگر کوانتومی در حضور کمینه طول پلانک

اصل عدم قطعیت تعمیم یافته را به فرم زیر در نظر می گیریم[۹]:

$$\Delta X\,\Delta P \geq \frac{\hbar}{2}\left(1+\beta\left[\left(\Delta P\right)^2+\left\langle P\right\rangle^2\right]\right), \qquad (۱)$$

که β پارامتر GUP می باشد. رابطه (۱) منجر به وجود یک کمینه طول قابل اندازه گیری $(\Delta X)_{min}=\hbar\sqrt{\beta}$ می شود که از مرتبه طول پلانک $\ell_{\text{Pl}}=\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}\approx 10^{-35}m$ می باشد. این رابطه عدم قطعیت، منجر به رابطه جابه جایی تغییر شکل یافته زیر می شود:

$$\left[X,P\right]=i\hbar\left(1+\beta P^2\right). \qquad (۲)$$

داریم:

$$X=x, \qquad (۳)$$

$$P=\frac{\tan(\sqrt{\beta}p)}{\sqrt{\beta}}. \qquad (۴)$$

که در آن $[x,p]=i\hbar$. در این فرمول بندی هامیلتونین به صورت $H=\frac{\tan^2(\sqrt{\beta}p)}{2\beta m}+V(x)$ اصلاح می شود.

در این مقاله می خواهیم ترمودینامیک نوسانگر هماهنگ کوانتومی را که هامیلتونین آن بوسیله رابطه $H=\frac{P^2}{2m}+\frac{1}{2}m\omega^2X^2$ داده می شود، بدست آوریم. اکنون با استفاده از روابط (۳) و (۴) معادله شرودینگر تعمیم یافته در فضای تکانه به صورت زیر بدست می آید:

$$-\frac{1}{2}m\hbar^2\omega^2\frac{d^2\phi(p)}{dp^2}+\frac{\tan^2\left(\sqrt{\beta}p\right)}{2m\beta}\phi(p)=E\phi(p). \qquad (۵)$$

نهایتا بعد از انجام محاسبات ویژه توابع و ویژه مقادیر برای $n=0,1,2,\ldots$ به صورت زیر بدست می آیند:

$$\phi_n(p)=N_nC_n^{\lambda}\left(\sin(\sqrt{\beta}p)\right)\cos^{\lambda}(\sqrt{\beta}p), \qquad (۶)$$

$$E_n=\hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{1+\gamma^2/4}+\gamma/2\right)+\frac{1}{2}\hbar\omega\gamma n^2, \qquad (۷)$$

که در آن $\gamma=m\beta\hbar\omega$، $C_n^{\lambda}(s)$ چند جمله ای Gegenbauer [۱۰]، $\lambda=\frac{1}{2}\left[1+\sqrt{1+\frac{4}{m^2\beta^2\hbar^2\omega^2}}\right]$ و N_n ضریب بهنجارش می باشند.

باید توجه داشت که در غیاب کمینه طول پلانک $(\beta\sim\gamma\to 0)$، ویژه توابع انرژی نوسانگر هماهنگ کوانتومی معمولی یعنی رابطه $E_n=\hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$ بدست می آید.

ترمودینامیک در چارچوب تیسالیس

آنتروپی در آمار تیسالیس بوسیله رابطه زیر داده می شود[۸]:

$$S_q=k\frac{1-\sum_n p_n^q}{q-1}, \qquad (۸)$$

که p_n احتمال n امین میکرو حالت، k ثابت مثبت و q اندیس تعمیم در آمار تیسالیس می باشند. با استفاده از دو ثابت $\sum_{n=1}^{w}p_n=1$ و $\sum_{n=1}^{w}E_np_n^q=U_q$ که رابطه (۸) را بیشینه می کنند

و w تعداد کل میکروحالتهای سیستم است، تابع توزیع احتمال و تابع پارش به ترتیب به صورت زیر تعریف می شوند:

$$p_n = \frac{\left[1-b(1-q)E_n\right]^{\frac{1}{1-q}}}{Z_q}, \qquad (۹)$$

$$Z_q = \sum_{n=0}^{\infty}\left[1-b(1-q)E_n\right]^{\frac{1}{1-q}}, \qquad (۱۰)$$

که $b^{-1}=kT$ پارامتر لاگرانژین مرتبط با انرژی داخلی U_q است و E_n انرژی n امین حالت کوانتومی می باشد.

بررسی برخی کمیت های ترمودینامیکی نوسانگر هماهنگ کوانتومی در چارچوب تیسالیس و در حضور کمینه طول

اکنون با استفاده از رابطه (۷) و تا مرتبه اول γ، تابع پارش نوسانی به صورت زیر بدست می آید:

$$Z_{vib,q} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\left[1+b(q-1)(n+\frac{1}{2})\hbar\omega(1+\frac{\gamma}{2})+\frac{b\hbar\omega\gamma(q-1)}{2}n^2\right]^{\frac{1}{q-1}}}, \qquad (۱۱)$$

که n عدد کوانتومی و ω بسامد نوسانگر هماهنگ می باشند.

باید توجه داشت که همگرایی رابطه بالا حاکی از آن است که $q>1$ می باشد. اکنون، از آنجاییکه γ پارامتر کوچکی است، تا مرتبه اول، رابطه (۱۱) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$Z_{vib,q} = [b(q-1)\hbar\omega]^{\frac{1}{1-q}}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+a)^s}\left[1-\frac{\gamma s}{2}\left(\frac{n^2+n+\frac{1}{2}}{n+a}\right)\right], \qquad (۱۲)$$

که $s=\frac{1}{q-1}$ و $a=\frac{1}{b(q-1)\hbar\omega}+\frac{1}{2}$. اکنون با استفاده از تعریف تابع زتا یعنی $\zeta(s,a)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(n+a)^s}$ و بعد از محاسبات، رابطه زیر را برای تابع پارش نوسانی بدست می آوریم:

$$Z_{vib,q} = Z_0+\gamma s[b(q-1)\hbar\omega]^{\frac{1}{1-q}}\times \qquad (۱۳)$$
$$\left\{\left(a-\frac{1}{2}\right)\zeta(s,a)-\frac{1}{2}\zeta(s-1,a)-\left(\frac{a^2}{2}-\frac{a}{2}+\frac{1}{4}\right)\zeta(s+1,a)\right\},$$

که $Z_0 \equiv Z_{vib,q}(\gamma=0=\beta)$ تابع پارش نوسانی نوسانگر هماهنگ کوانتومی در غیاب کمینه طول می باشد[۱۱] که عبارتند از:

$$Z_0 = [b(q-1)\hbar\omega]^{\frac{1}{1-q}}\zeta(s,a). \qquad (۱۴)$$

حال با در نظر گرفتن دو شرط اعمال شده بوسیله تعریف تابع زتا یعنی $s>1$ و $a>0$، از رابطه (۱۳) بدست می آید، $1<q<\frac{3}{2}$. همچنین در حد $q\to 1$ رابطه (۱۳) تابع پارش مشابه در حضور کمینه طول و در آمار بولتزمن-گیبس را می دهد[۱۲].

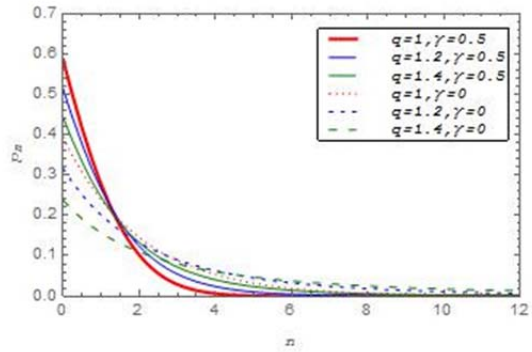
به همین ترتیب تابع توزیع احتمال را به صورت زیر بدست می آوریم:

$$p_n = \frac{\left[1+b(q-1)(n+\frac{1}{2})\hbar\omega(1+\frac{\gamma}{2})+\frac{b\hbar\omega\gamma(q-1)}{2}n^2\right]^{\frac{1}{1-q}}}{Z_{vib,q}}. \qquad (۱۵)$$

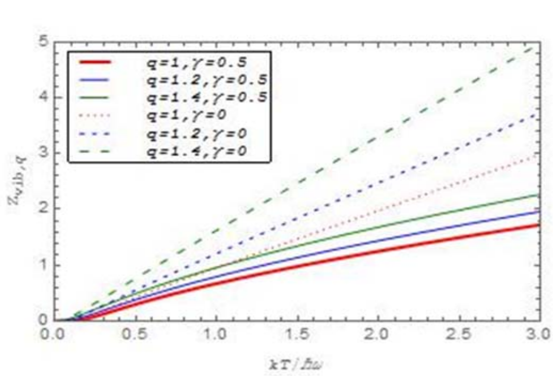
برای بدست آوردن نتایج، تابع توزیع احتمال را برحسب اعداد کوانتومی برای دمای دلخواه T=2 رسم کردیم و همانطور که در شکل مشخص است برای مقادیر کوچک n داریم $p_n^*>p_n$ و برای n های بزرگ $p_n>p_n^*$، که علامت * در این مقاله بیانگر

کمیت های ترمودینامیکی در آمار بولتزمن-گیبس می باشد. بعلاوه این نتایج را می توان با نتایج مشابه در غیاب کمینه طول پلانک مقایسه کرد[۱۱]، یعنی برای اعداد کوانتومی کوچک داریم $p_n > p_n(\gamma=0)$ و $p_n^* > p_n^*(\gamma=0)$، که این نتایج برای اعداد کوانتومی بزرگ برعکس می شوند.

طبق رابطه (۱۳)، تابع پارش به دما، q و γ بستگی دارد. همانطور که در شکل(۲) نشان داده شده برای تمامی دماها و برای $q' > q$ داریم $Z_{vib,q'} > Z_{vib,q}$. همچنین داریم $Z_{vib,q} < Z_{vib,q}(\gamma=0)$ و $Z^*_{vib,q} < Z^*_{vib,q}(\gamma=0)$.



شکل۱: مقایسه تابع توزیع احتمال نوسانگر هماهنگ کوانتومی بر حسب اعداد کوانتومی در دمای دلخواه T=2 در آمار تیسالیس و آمار بولتزمن-گیبس در حضور و در غیاب کمینه طول پلانک.



شکل ۲: مقایسه تابع پارش نوسانگر هماهنگ کوانتومی بر حسب دما در آمار تیسالیس و آمار بولتزمن-گیبس در حضور و در غیاب کمینه طول پلانک.

نتایج

در این مقاله، برخی خواص ترمودینامیکی نوسانگر هماهنگ کوانتومی را در حضور کمینه طول پلانک و آمار تیسالیس بررسی کردیم. حضور کمینه طول غیر صفر در فیزیک انرژی های بالا بدست آمده است. از طرف دیگر اهمیت آمار تیسالیس به عنوان مدلی از آمار نافزونور، از آنجاییکه در آمار بولتزمن – گیبس نیاز به شرایط اولیه سیستم داریم و این در بسیاری از مواقع مشکل ساز است، به اثبات رسیده است. . در این مقاله با در نظر گرفتن نوسانگر هماهنگ کوانتومی به عنوان یک مثال نوعی و در عین حال کاربردی، تاثیر این برشهای طبیعی بر رفتار برخی کمیت های ترمودینامیکی در مقیاس پلانک را مطالعه کردیم و نتایج حاصله را بیان کردیم. باید توجه داشت که در حد $q \to 1$ و $\gamma \to 0$ نتایج برای نوسانگر هماهنگ کوانتومی در آمار بولتزمن-گیبس معمولی و در غیاب کمینه طول پلانک بدست می آید.

مرجع‌ها

[1] G. Veneziano, *Europhys. Lett.* **2** (1986) 199.
[2] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, *Phys. Lett. B* **216** (1989) 41.
[3] D. Amati, M. Ciafaloni and G. Veneziano, *Phys. Lett. B* **197** (1987) 81.
[4] D. J. Gross and P. F. Mende, *Nucl. Phys. B* **303** (1988) 407.
[5] K. Konishi, G. Paffuti and P. Provero, *Phys. Lett. B* **234** (1990) 276.
[6] S. Capozziello, G. Lambiase and G. Scarpetta, *Int. J. Theor. Phys.* **39** (2000) 15.
[7] L. J. Garay, *Int. J. Mod. Phys. A* **10** (1995) 145.
[8] C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52** (1988) 479.
[9] H.S. Snyder, Phys. Rev. **71** (1947) 38.
[10] I.S. Gradshteyn and I.M. Ryzhik, Table of Integrals, Series and Products, 5th ed., Academic Press, New York, (1994).
[11] E. Keshavarzi, M. Sabzehzari and M. Eliasi, Physica A **389** (2010) 2733.
[12] P. Pedram, Phys. Rev. D **85** (2012) 024016.

شرایط انرژی در مجاورت تکینگی های آتی کیهان

شجاعی باغینی، فاطمه[1]؛ صنعتی، مهسا[2]

[1,2]دانشکده فیزیک دانشگاه تهران، انتهای خیابان کارگر شمالی، تهران

چکیده

در این مقاله با بررسی شرایط انرژی در مجاورت تکینگی های آتی کیهان نشان می دهیم که برخی از این شرایط در مدل دابروسکی–ماروسک نقض می شوند.

Investigation of energy conditions in the vicinity of future cosmological singularities

Shojai Baghini, Fatimah[1]; Sanati, Mahsa[2]

[1,2]Department of Physics, University of Tehran,Tehran

Abstract

In this paper, considering the energy conditions we shall show that some of the energy conditions are violated in the vicinity of future singularities with the scale factor suggested by Dabrowski - Marosek.

مقدمه

تا دهه نود قرن بیستم در کیهانشناسی عمدتا تکینگی های استاندارد مورد توجه بودند. این تکینگی ها از مه بانگ[۱] آغاز شده و با توجه به خمیدگی فضا: اگر فضا تخت یا باز باشد تا ابد منبسط می شود و اگر فضا بسته باشد تکینگی مه دانگ[۲] اتفاق می افتد. در اوایل 1990 مشاهده شمع های استاندارد مثل ابر نواختر نوع Ia نشان داد که کیهان دارای شتاب مثبت است. این نتیجه با مشاهدات بعدی از جمله ناهمسانگردی تابش زمینه کیهان و نوسانات آکوستیکی باریونی تایید شد و کیهان شناسان به این نتیجه رسیدند که مولفه انرژی تاریک باید سهم غالب را در بین مولفه های انرژی کیهان داشته باشد. این مولفه ناشناخته از آن جا که باید به شتاب کیهان منجر شود لزوما در شرایط انرژی صدق نمی کند، به علاوه تکینگی های متعددی را در مدل های کیهانی ظاهر می کند. بنابراین کیهان شناسان به بررسی و طبقه بندی تکینگی های مختلف کیهانی روی آوردند.

تکینگی های کیهانی

تکینگی نوع اول (مه چاک[۳]) [1]: این نوع تکینگی در مدل های انرژی تاریک خیالی[٤] با پارامتر معادله حالت $w < -1$ رخ می دهد. این امر منجر به تولید فشار منفی شده و با توجه به رابطه افزایش مستقیم شتاب انبساط با فشار منفی در معادله فریدمن، افزایش فشار

[1] Big Bang
[2] Big Crunch
[3] Big Rip
[4] Phantom Dark Energy

منجر به شتاب فزاینده کیهان می شود. از طرفی چگالی انرژی نیز بزرگ شده و باعث متلاشی شدن همه چیز در کیهان می شود. $a(t_s) \to \infty \, , \rho(t_s) \to \infty, |p(t_s)| \to \infty$.

تکینگی نوع دوم (آنی[5]) [2]: این نوع تکینگی ها که برای اولین بار توسط بارو[6] بررسی شدند تکینگی فشار و متعاقب آن واگرایی مشتق دوم عامل مقیاس را در بر دارند و گروه بزرگی از تکینگی ها را در بر می گیرند که همگی در زمان متناهی در آینده اتفاق می افتند. در این تکینگی ها داریم: $a(t_s) \to a_s \, , \rho(t_s) \to \rho_s, |p(t_s)| \to \infty$.

تکینگی نوع سوم [3]: این دسته از تکینگی ها در مدل های انرژی تاریک خیالی به وقوع می پیوندند و به آن ها انجماد بزرگ[7] نیز گفته می شود، زیرا عامل مقیاس متناهی می ماند اما چگالی انرژی و فشار واگرا شده، کل جهان را پر می کند، به طوری که هیچ چیز حرکت نخواهد داشت. $a(t_s) \to a_s \, , \rho(t_s) \to \infty, |p(t_s)| \to \infty$.

تکینگی نوع چهارم[4]: به این نوع از تکینگی ها توقف بزرگ[8] نیز گفته می شود زیرا در زمان متناهی t_s ، با اینکه عامل مقیاس متناهی می ماند سرعت انبساط کیهان صفر خواهد شد. در این تکینگی ها داریم: $a(t_s) \to a_s \, , \rho(t_s) \to 0, |p(t_s)| \to 0$.

تکینگی w [5]: این نوع تکینگی بیش از همه شبیه به تکینگی نوع چهارم است، تنها تفاوت در این جاست که مشتقات مرتبه بالاتر پارامتر هابل واگرا نمی شود. تکینگی w با مه بانگ آغاز شده و در زمان محدود t_s (زمان تکینگی)، عامل مقیاس به یک مقدار ثابت رسیده، انبساط متوقف شده و شتاب صفر می شود. می توان نشان داد با وجود اینکه فشار و چگالی هر دو صفر می شوند پارامتر معادله حالت واگرا خواهد شد. از تعریف معادله حالت داریم:

$$w = {}^{p}\!/_{\rho} = -{}^{-2a\ddot{a}}\!/_{3\dot{a}^2} - {}^{1}\!/_{3} \tag{1}$$

که در تکینگی w مبهم است. با کمک قاعده هوپیتال داریم:

$$\lim_{t \to t_s} -\frac{1}{3}\left(\frac{a}{\dot{a}} + 1\right) = -\frac{1}{3}\left(\frac{a_s}{0} + 1\right) \to \infty \tag{2}$$

شرایط انرژی

شرط نورگونه انرژی (NEC): $\rho + p \geq 0$ که طبق معادلات فریدمن (رابطه 3 و 4) برقراری این شرط به صورت زیر بیان می شود.

$$\rho = \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) \tag{3}$$

$$p = -\frac{c^2}{8\pi G}\left(2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) \tag{4}$$

$$\rho + p = 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{k}{a^2} \geq 0$$

$$\Rightarrow k \geq \ddot{a}a - \dot{a}^2 \tag{5}$$

شرط ضعیف انرژی (WEC): برای برآورده شدن این شرط علاوه بر برقراری شرط نورگونه ، چگالی انرژی نیز باید مثبت باشد: $\rho \geq 0$. با برابر 1 قرار دادن سرعت نور در رابطه چگالی انرژی داریم:

$$\rho = \frac{3}{8\pi G}\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} - + \frac{k}{a^2}\right) \geq 0 \;\Rightarrow k \geq -\dot{a}^2 \tag{6}$$

شرط قوی انرژی (SEC): این شرط انرژی تضمین می کند که گرانش به عنوان نیروی جاذبه عمل کند یعنی شتاب انبساط کیهان

[5] Sudden
[6] Barrow
[7] Big Freeze
[8] Big Brake

منفی شود. برای برآورده شدن این شرط علاوه بر برقراری شرط نورگونه باید رابطه $\rho + 3p \geq 0$ نیز برقرار باشد.

$$\ddot{a} \leq 0 \tag{7}$$

شرط غالب انرژی (DEC): $\rho \pm p \geq 0$. این شرط ضعیف ترین شرط انرژی می باشد و برای برآورده شدن آن علاوه بر شرط نورگونه، باید رابطه زیر نیز برقرار باشد.

$$\rho - p = \ddot{a}a - \dot{a}^2 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\left(\frac{a\ddot{a}}{2} + \dot{a}^2\right) \tag{8}$$

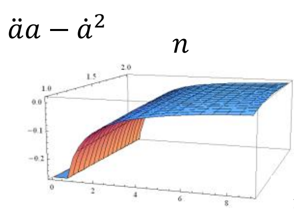
در تکینگی مه چاک تمامی شرایط انرژی و در مورد تکینگی آتی آنی و تکینگی نوع سوم تنها شرط غالب انرژی، در مدل جهان تخت $k = 0$، نقض می شوند.

بررسی شرایط انرژی در مجاورت تکینگی ها

در مدل دابروسکی–ماروسک عامل مقیاس برابراست با[6]:

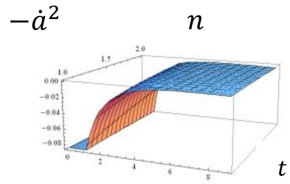
$$a(t) = a_s\left(\frac{t}{t_s}\right)^m exp\left(1 - \frac{t}{t_s}\right)^n \tag{9}$$

در این مدل با تنظیم کران پارامتر ها می توان بسیاری از تکینگی های کیهانی را تولید کرد. در دو سطر اول جدول 1 کران های لازم برای هر نوع تکینگی آمده است [7]. حال با کمک رابطه 9 و شرایط 5–8 به بررسی شرایط انرژی در مجاورت تکینگی ها می پردازیم.



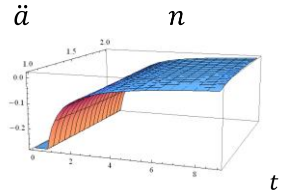
شکل1. بررسی شرط نورگونه انرژی در مجاورت تکینگی آتی آنی

$(1 < n < 2, a_s = 1, t_s = 10, m = 2/3)$



شکل2. بررسی شرط ضعیف انرژی در مجاورت تکینگی آتی آنی

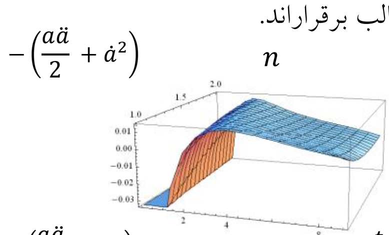
$(1 < n < 2, a_s = 1, t_s = 10, m = 2/3)$



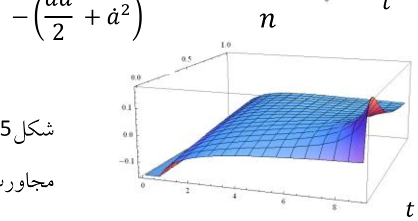
شکل3. بررسی شرط قوی انرژی در مجاورت تکینگی آتی آنی

$(1 < n < 2, a_s = 1, t_s = 10, m = 2/3)$

در مجاورت تکینگی های آتی آنی و تکینگی نوع سوم مطابق شکل 1–3 داریم: $lim_{t\to t_s} \ddot{a}a - \dot{a}^2 = 0^-$ ،$lim_{t\to t_s} -\dot{a}^2 = 0^-$ و $lim_{t\to t_s} \ddot{a} = 0^-$. در حالی که مطابق شکل 1 و2: $lim_{t\to t_s} -\left(\frac{a\ddot{a}}{2} + \dot{a}^2\right) = 0^+$. بنابراین طبق شرایط 5–8 مقدار ثابت انحنا تنها در رابطه آخر (شرط غالب انرژی) نمی تواند برابر صفر باشد چون طبق رابطه 8 باید: $k \geq 0^+$. پس در مجاورت این دو تکینگی به ازای $k = 0{,}1$ تمامی شرایط انرژی به استثنای شرط غالب برقراراند.



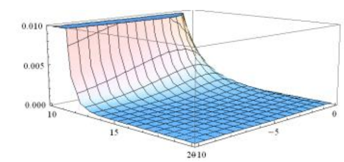
شکل4. بررسی شرط غالب در مجاورت تکینگی آتی آنی



شکل5. بررسی شرط غالب در مجاورت تکینگی نوع سوم

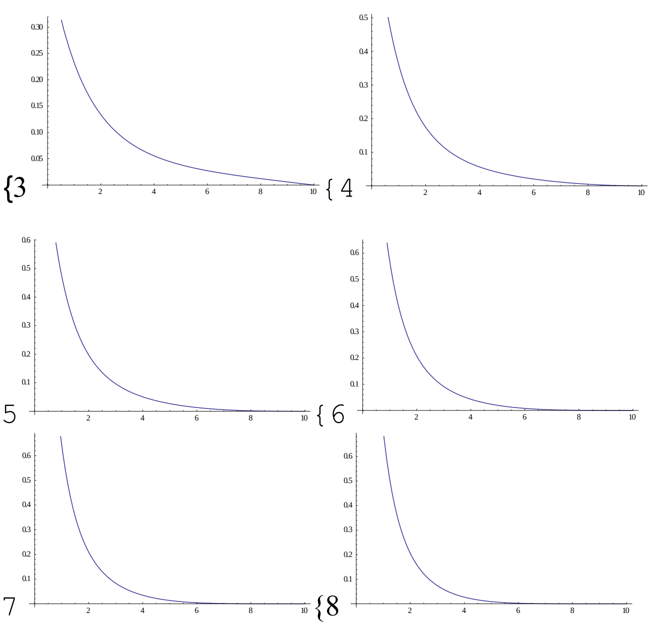
$(0 < n < 1, a_s = 1, t_s = 10, m = 2/3)$

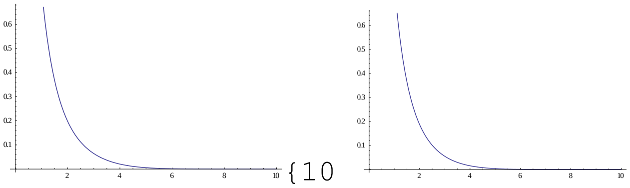
شکل 6، رفتار $\ddot{a}a-\dot{a}^2$ (شرط نورگونه) را به عنوان تابعی از زمان و مقدار n در مجاورت تکینگی مه چاک و شکل 7 رفتار این تابع را به ازای مقادیر گسسته $n>2$ در مجاورت تکینگی w نشان می دهد برای برآورده شدن شرط نورگونه برقراری شرط 5 لازم است. از طرفی به ازای تمامی مقادیر n داریم: $lim_{t\to t_s}\ddot{a}a-\dot{a}^2=0^+$، بنابراین ثابت انحنا نمی تواند برابر صفر باشد. در نتیجه به ازای $k=0$ که معرف فضای تخت در متریک $FLRW$ است ، شرط نورگونه و پیرو آن سایر شرایط انرژی در مجاورت تکینگی مه چاک و تکینگی w نقض می شوند.



شکل6. بررسی شرط نورگونه در مجاورت تکینگی مه چاک

$(n=1, a_s=1, t_s=10, -\infty< m<0)$





شکل7. رفتار $\ddot{a}a-\dot{a}^2$ نسبت به زمان را به ازای مقادیر گسسته $n>2$

$(2<n\leq 10, a_s=1, t_s=10, m=0)$

	تکینگی آتی آنی	تکینگی مه چاک	تکینگی نوع سوم	تکینگی w
مقدار m	دلخواه	$(-\infty,0)$	دلخواه	0
مقدار n	(1,2)	دلخواه	(0,1)	$(2,\infty)$, $integer$
شرط نورگونه انرژی	با $k=0,1$ برقرار است	نقض می شود	با $k=0,1$ برقرار است	نقض می شود
شرط ضعیف انرژی	با $k=0,1$ برقرار است	نقض می شود	با $k=0,1$ برقرار است	نقض می شود
شرط قوی انرژی	با $k=0,1$ برقرار است	نقض می شود	با $k=0,1$ برقرار است	نقض می شود
شرط غالب انرژی	نقض می شود	نقض می شود	نقض می شود	نقض می شود

جدول1. بررسی شرایط انرژی برای تکینگی آتی آنی، تکینگی مه چاک، تکینگی نوع سوم و تکینگی w.

1. R. R. Caldwell, M. Kaminkowski and N. N. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 91, 071301 (2003)
2. J. D. Barrow, Classical Quantum Gravity 21, L79
3. J. Copeland, M. Sami and Shijini Tsujikawa, hep-th0603057(2006)
4. V. Gorini, A.Y. Kamenshchik, U. Moschella, and V. Pasquier, Phys. Rev. D 69, 123512 (2004)
5. M. P. Dabrowski and T. Denkiewicz, Phys. Rev. D 79, 063521 (2009)
6. M.P. Dabrowski, K. Marosek, JCAP 02, 012 (2013)
7. F. Shojai, A. Shojai, M. Sanati, Eur. Phys. J. C,75,568, (2015)

کرمچاله های اسکالر تانسوری در حضور ماده معمول

شجاعی باغینی فاطمه[۱]؛قربی، طیبه[۲] ؛ آسا، مهیا[۳] ؛

[1,۲,۳]دانشکده فیزیک دانشگاه تهران ، انتهای خیابان کارگر شمالی ، تهران

چکیده

در این مقاله نشان می‌دهیم که نظریات اسکالر تانسوری دارای پاسخهای کرمچاله‌ای هستند که ماده موجود شرط انرژی نال را در گلویی برآورده می‌کند.

Scalar Tensor Wormholes In The Presence Of Normal Matter

Shojai baghini, Fatimah [1];Ghorbi ,Tayebeh; [2] Asa, Mahya[3]

[1,2,3] Department of Physics, University of Tehran, Tehran.

Abstract

In this paper we show that there are wormhole solutions in scalar tensor theory where the normal matter satisfies the null energy condition at the throat.

مقدمه

کرمچاله های متقارن کروی و پایا ساختارهای فضا زمانی پل گونه‌ای هستند که دو گستره ی مجانبی تخت جدا، مربوط به یک فضا زمان یا دو فضا زمان جدا از هم را به یکدیگر پیوند می‌دهند. در نسبیت عام وجود کرمچاله نیازمند نقض شرط انرژی نال است[۱]، که نقض آن نقض سایر شرایط انرژی را به همراه دارد. نقض شرط انرژی نال بدین معناست که برای ماده غیرمعمول* تانسور انرژی تکانه در شرط $T_{\mu\nu}k^{\mu}k^{\nu} < 0$ که k^{μ} یک بردار نال است، صدق می کند[۲].

تاکنون حل های کرمچاله‌ای بسیاری ارائه شده است ، یافتن هندسه هایی که استفاده از ماده غیرمعمول را به حداقل می‌رساند بسیار مفید خواهد بود[۳].در کیهان مشاهده پذیر امکان آشکارسازی ماده ی غیرمعمول وجود ندارد، به همین دلیل تلاشهای بسیاری به منظور یافتن ساختارهای کرمچاله‌ای که توسط ماده مشاهده پذیر قابل توجیه باشند، صورت گرفته است. در این مقاله امکان برقراری شرط انرژی نال را برای ساختار کرمچاله‌ای در نظریات برنزدیکی و اسکالر تانسوری مورد بررسی قرار می‌دهیم و نشان می‌دهیم با برقراری قید هایی در گلویی کرمچاله، ماده موجود می تواند شرط انرژی نال را برآورده سازد.

فضا زمان متقارن کروی، پایا و استاتیک کرمچاله توسط متریک زیر توصیف می‌شود:

$$ds^2 = -e^{2\psi}dt^2 + e^{2\lambda}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (1)$$

که در آن ψ تابع انتقال سرخ گرانشی و $e^{2\lambda} = \dfrac{1}{1-b(r)/r}$ است که $b(r)$ تابع شکل کرمچاله نامیده می‌شود . از طرفی درگلویی شرایط $b(r_0) = r_0$ و $b'(r_0) < 1$ برقرار می‌باشند.

*Exotic Matter

کرمچاله ای برنزدیکی در حضور ماده ی عادی

کنش برنز دیکی در چارچوب جردن به شکل زیر داده می‌شود[4]:

$$S_{(BD)}=\frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\varphi R-\frac{\omega}{\varphi}g^{\mu\nu}\nabla_\mu\varphi\nabla_\nu\varphi-V(\varphi)\right]+S^{(m)} \quad (۲)$$

که با وردش گیری نسبت به متریک وبا استفاده از $G_{\mu\nu}=8\pi GT^{(E)}_{\mu\nu}$ وفرض $8\pi G=1$ ،تانسور انرژی تکانه موثر عبارت است از:

$$T^{(E)}_{\mu\nu}=\frac{T^{(m)}_{\mu\nu}}{\varphi}+\frac{\omega}{\varphi^2}\left(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\alpha\varphi\partial^\alpha\varphi\right)+\frac{1}{\varphi}\left(\nabla_\mu\nabla_\nu\varphi-g_{\mu\nu}\Box\varphi\right) \quad (۳)$$

باکمک متریک (۱(وبردارنال $k^\mu=(1,1,0,0)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}T_{\mu\nu}K^\mu K^\nu&=\rho^{(E)}+p^{(E)}\\&=\frac{1}{\varphi}[\rho+p_r+(1-\frac{b}{r})\ (\frac{\omega}{\varphi}\varphi'^2\\&-\varphi'\psi'+\varphi''+\frac{1}{2}(-\frac{b'}{r}+\frac{b}{r^2})\varphi')]\end{aligned} \quad (٤)$$

که با اعمال نقض شرط انرژی نال برای تانسور انرژی تکانه موثر در گلویی $r=r_0$ داریم:

$$\frac{1}{\varphi}[\rho+p_r+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{r_0^2}(b-b'r_0)\right]\varphi']<0 \quad (۵)$$

حال با توجه به علامت میدان اسکالری در گلویی یکی از معادلات زیر را خواهیم داشت:

$$\varphi_0'<\frac{2r_0(p_0+\rho_0)}{b_0'-1} \qquad \varphi_0>0 \quad (٦)$$

$$\varphi_0'>\frac{2r_0(p_0+\rho_0)}{b_0'-1} \qquad \varphi_0<0 \quad (۷)$$

منظور از کمیات با زیرنویس صفر مقادیر کمیات در گلویی کرم چاله می‌باشد. باتوجه به آن که مخرج کسرهای سمت راست منفی است بنابراین در حالت اول یک کران بالای منفی برای مشتق میدان اسکالری و در حالت دوم یک کران پایین منفی برای آن داریم.بعلاوه $p_0+\rho_0>0$ فرض شده یعنی ماده موجود شرط نال را برآورده می سازد.

کرمچاله های اسکالر تانسوری در حضور ماده معمول

عمومی ترین کنش نظریات اسکالر تانسوری در چارچوب جردن به شکل زیر داده می‌شود[5]:

$$\begin{aligned}S=\frac{1}{16\pi G_*}\int d^4x\sqrt{-g}\,[F(\psi)R\\-Z(\psi)g^{\mu\nu}\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi\\-2U(\psi)]+S_m[\Phi_m;g_{\mu\nu}]\end{aligned} \quad (۸)$$

همانند بخش قبل با وردش گیری نسبت به متریک تانسور انرژی تکانه عبارت است از:

$$\begin{aligned}T^{(E)}_{\mu\nu}=\frac{T^{(m)}_{\mu\nu}}{F(\psi)}+\frac{Z(\psi)}{F(\psi)}(\partial_\mu\psi\partial_\nu\psi\\-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial_\alpha\psi\partial^\alpha\psi)\\+g_{\mu\nu}\frac{\nabla_\alpha\nabla^\alpha F(\psi)}{F(\psi)}-g_{\mu\nu}\frac{U(\psi)}{F(\psi)}\end{aligned} \quad (۹)$$

مشابها باکمک متریک (۱(وبردارنال $k^\mu=(1,1,0,0)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}T^{(E)}{}_{\mu\nu}K^\mu K^\nu&=\rho^{(E)}+p_r^{(E)}\\&=\frac{1}{F}[\rho+p_r+(1-\frac{b}{r})\ (Z\psi'^2\\&-\psi'F'+\psi'')-\frac{F'}{F}(\frac{1}{2})(\frac{b'}{r}-\frac{b}{r^2})]\end{aligned} \quad (۱۰)$$

و با اعمال نقض شرط انرژی نال تانسور انرژی تکانه موثر در گلویی $r=r_0$ خواهیم داشت :

$$(\rho_0+p_{r0})+\frac{F_0'}{2F_0r_0}[b_0'-1]<0 \quad (۱۱)$$

حال با توجه به علامت $F\left(\psi\right)$ در گلویی یکی از معادلات زیر را برای برقراری شرط انرژی نال خواهیم داشت:

$$\frac{F_0'}{F_0}<\frac{2(\rho_0+p_{r0})r_0}{[b_0'-1]} \qquad F_0>0 \tag{۱۲}$$

$$\frac{F_0'}{F_0}>\frac{2(\rho_0+p_{r0})r_0}{[b_0'-1]} \qquad F_0<0 \tag{۱۳}$$

نتیجه گیری

دیدیم که در ساختارهای کرمچاله ای در نظریات برنزدیکی و سایر نظریات اسکالر تانسوری با جفت شدگی غیر کمینه میدان اسکالر با میدان گرانشی، ماده معمول در شرط انرژی نال در گلویی صدق می‌کند.
این ویژگی بدلیل جفت شدگی غیر کمینه است و با محاسباتی مشابه می توان نشان داد که اگر همین نظریات را با کمک تبدیل همدیس مناسب در چارچوبی بنویسیم که میدان اسکالری با میدان گرانشی بطور کمینه جفت شده است دیگر ماده معمول در شرط نال انرژی صدق نخواهد کرد و بنابراین نیاز به ماده غیرمعمول در این چارچوب برای تشکیل کرم چاله خواهیم داشت.

مرجع‌ها

[1] F. S. N. Lobo., Classical and Quantum Gravity Research, 1-78, (2008).
[2] M. Visser, S. Kar and N. Dadhich., *Phys. Rev. Lett.* 90, 201102 (2003).
[3] N.M.Garcia, F.S.N. Lobo., *Modern Physics Letters A*, *26*(40), pp.3067-3076(2011).
[4] R.Brans, H. Dicke., *Phys. Rev*, *124*(3), 925(1961).
[5] S.S. Yazadjiev.. *Phys. Rev*. D69, 127501 (2004) .

قیدهایی بر روی آنتروپی تصحیح یافته بکنشتاین _هاوکینگ (با استفاده آزمون های رصدی کیهان شناسی)

صالحی، امین[1] ؛ عساکریه، فاطمه[1]

[1] *گروه فیزیک،دانشکده علوم پایه،دانشگاه لرستان*

چکیده

آنتروپی بکنشتاین_ هاوکینگ نقش مهمی در کیهان شناسی ایفا می کند. به خوبی می دانیم معمولا $S=A/4G$ که $A \sim L2$ ومساحت رویداد می باشد.هرچند طبق تحقیقات,ارتباط بین مساحت و آنتروپی می تواند تصحیح شود به این صورت : $S=\frac{A}{4G}+\alpha\ln\frac{A}{4G}+\beta\frac{4G}{A}$ زمانی که αوβ به ترتیب ثابت های بدون بعد باشند.این تصحیحات می تواند در سیاهچاله ها به صورت گرانش کوانتومی حلقه ای در کیهان شناسی آشکار شوند.این تصحیحات همچنین می تواند ناشی از نوسانات تعادل گرمایی,نوسان کوانتومی,یانوسانات جرم و بار باشند.از آنجایی که در تحقیقات مقدار ثابت های αوβ هنوز مورد بحث و بررسی است,در این مقاله,پارامترها را با استفاده از داده های مشاهداتی به عنوان قید در نظر گرفته ایم.دراین مقاله ما مقدارهای ثابت های αوβ را با بیشترین داده های مشاهداتی از ابرنواختر نوع ۱ وبا به کارگرفتن مدل $\chi 2$(کمترین مربعات) بدست آورده ایم.سپس مااین مدل را با داده های کیهانی پارامتر هابل آزمودیم .نتایج ما شتاب حال حاضر جهان را نشان می دهدو همچنین این نتایج نشان می دهد که جهان از گذشته ی نزدیک در گذاراز حالت ماده غالب ونزدیک شدن به فاز شتابدار کیهان می باشد.

Constraints on corrected Bekenstein-Hawking entropy from observations

Salehi, Amin[1];Asakeriye, Fateme[1]

[1]*Department of Physics,faculty of science , lorestan university*

Abstract

The Bekenstein-Hawking entropy plays an important role in cosmology.As is well known,usually, S=A/4G, where A ∼ L2 is the area of horizon.However,in the literature,this entropy_area relation can be modified to $S=\frac{A}{4G}+\alpha\ln\frac{A}{4G}+\beta\frac{4G}{A}$ *where α and β are dimensionless constrants of order unity.These correction can appear in the black hole entropy in loop quantum gravity.They can also be due to thermal equilibrium fluctuation,quantum fluctuation or mass and charge fluctuation.Since in the literature the values of the constants α,β are still in debate .In this paper we constrain the dimensioess constants α,β with the most resent observational data SNIa by employing the* $\chi 2$ *stations.Next , we examine the model with cosmological data for hubble parameter.Our results show that current acceleration of the universe and although show that the universe transits from a period of matter dominated era and approaches a period of quintessence dominated era in the near past.*

PACS No 04.50.Kd; 98.80.-k

مقدمه

سطح سیاهچاله محصور شده ناحیه ای است که نور نمی تواند از آن فرارکند درون این سطح تمامی ذرات به دام می افتند وهرگز دوباره بیرون نمی آیند.این مرز افق رویداد نامیده می شود وچون مستقل از ناظر است افق مطلق نیز نامیده می شود.در ساده ترین حالت افق رویداد سیاهچاله یک کره بوده وحل متناظر با آن حل شوارتزچیلد است.که در آن شعاع سیاهچاله R_{bh} وجرم آن Mمیباشد.درسیستم واحدهای طبیعی($G=1$،$h=1$،$c=1$، $K_B=1$) $R_{bh}=2M$ می باشد.سیاهچاله های با جرم بیشتر افق

بزرگتری دارند.نیروهای گرانش قوی «یعنی انحناهای زیاد»نمی توانند بصورت شعاعی خارج شوند ودر $R_{bh}=2M$ ثابت قرار می گیرند. چنانچه دوحفره ی سیاه به یکدیگر برخورد کنند ودر هم ادغام شوند وسیاهچاله ی واحدی را به وجود آورند«مساحت افق رویداد سیاهچاله حاصل«برابر یا بیش تر از مجموع مساحت افق های رویداد سیاهچاله های اولیه خواهد بود.این ویژگی کاهش ناپذیری مساحت سیاهچاله «یادآور رفتار یک کمیت فیزیکی به نام آنتروپی است که درجه ی بی نظمی دستگاه را اندازه می گیرد.در هر سیستم آنتروپی یا ثابت است یا افزایش می یابد.

در ۱۹۷۴ استفان هاوکینگ از نشان داد که اثرهای کوانتومی در فضای پیرامون یک سیاه‌چاله به فوران تابش‌هایی می‌انجامند؛ چنان که گویی سیاه‌چاله گرم است. دیگر فیزیک‌دان‌ها به سرعت، تعیین کردند که این پدیده کاملا همه‌گیر است. آن‌ها دریافتند که حتی یک فضانورد که در فضای کاملا خالی شتاب می‌گیرد نیز حس می‌کند که با یک حمام گرما احاطه شده‌است. این اثر کوچک‌تر از آن خواهد بود که برای راکت‌ها با هر شتابی که بدان دست می‌یابند، محسوس باشد، اما بنیادی به نظر می‌آید. اگر نظریه‌ی کوانتومی و نسبیت عام –که هردو به دفعات با آزمایش تایید شده اند– درست باشند، آن گاه وجود تابش هاوکینگ گریزناپذیر به نظر می‌رسد.در ترمودینامیک استاندارد، یک شی می‌تواند با کاهش انتروپی که نماینده‌ی تعداد حالت‌های کوانتومی درونی‌اش می‌باشد، تابش کند. برای سیاه‌چاله‌ها هم همین گونه است: حتی پیش از مقاله‌ی هاوکینگ در ۱۹۷۴ نیز، ژاکوب بکنشتاین نشان داده‌بود که سیاه‌چاله‌ها انتروپی دارند. به عبارتی مساحت افق رویداد معیار وسنجشی برای آنتروپی سیاهچاله است.

$$S_{BH}=\frac{A}{4G}$$

که A مساحت افق است که انتروپی بکنشتاین _هاوکینگ نامیده می شود.اما یک تفاوت وجود دارد؛ در بیش‌تر اشیا، انتروپی با تعداد اتم‌هایی که آن شی دارد، و در نتیجه حجمش تناسب دارد.

اما دریافته‌اند که انتروپی یک سیاه‌چاله با سطح افق رویدادش متناسب است –مرزی که حتی نور هم نمی‌تواند از آن بگریزد. در ۱۹۹۵، تد جاکوبسون، این دو دسته داده را ترکیب و فرض کرد که هر نقطه در فضا روی مرز یک سیاه‌چاله‌ی کوچک که از رابطه‌ی انتروپی–سطح نیز تبعیت می‌کند، قرار می‌گیرد.

مدل تصحیح یافته ی آنتروپی

آنتروپی متناسب با مساحت افق با ثابت تناسب

$\frac{1}{4}$در واحد پلانک ,آنتروپی بکنشتاین_ هاوکینگ نامیده می شود.

برای هر فرآیند شامل ماده و سیاهچاله باید داشته باشیم:

$$\frac{d(\frac{A}{4}+S_{out})}{dt}\geq 0$$

که Aدر مقیاس کیهان جمع مساحت افقهای همه ی سیاهچاله ها و S_{out}آنتروپی همه ی ماده است و جمع این دو جمله آنتروپی تعمیم یافته نامیده می شود. [1]

آنتروپی تصحیح یافته بکنشتاین–هاوکینگ یک سیاهچاله ازعبارت زیر بدست می آید:

$$S=\frac{A}{4G}+\alpha\ln\frac{A}{4G}+\beta\frac{4G}{A} \qquad (1)$$

درجاییکه $A=4\pi r^2$

و $r=\frac{1}{\sqrt{H^2+\frac{k}{a^2}}}$ (که rشعاع رویداد می باشد)در چارچوب متریک FRWمعادلات فریدمن [3]بصورت اصلاح شده ی زیر (معادلات ۲و۳)درمی آیند.

اگر G=1و k=0,1,-1 که به ترتیب برای نشان دادن جهان تخت ,بازوبسته به کارمی رود.

$$H^2+\frac{k}{a^2}+\frac{\alpha G}{2\pi}\left(H^2+\frac{k}{a^2}\right)^2-\frac{\beta G^2}{3\pi^2}\left(H^2+\frac{k}{a^2}\right)^3=\frac{8\pi G}{3}\rho$$

(۲)

$$2\left(\dot{H}-\frac{k}{a^2}\right)\left(1+\frac{\alpha G}{\pi}\left(H^2+\frac{k}{a^2}\right)-\frac{\beta G^2}{\pi^2}\left(H^2+\frac{k}{a^2}\right)^2\right)$$

$$= -8\pi G(\rho + p)$$
(۳)

مادراین مقاله می خواهیم بهترین مقدار را برایα و β در معادله ی (۱)بدست آوریم.با گرفتن پارامترهای زیر می توانیم به حالت جدیدی از معادلات (۲)و(۳)برسیم.به این صورت که:

$$\Omega_k = \frac{k}{a^2H^2}$$
$$\Omega_m = \frac{8\pi\rho_m}{3H^2}$$
$$\Omega_r = \frac{8\pi\rho_r}{3H^2}$$
$$\chi = \frac{1}{\tilde{r}_A} = H(1+\Omega_k)^{\frac{1}{2}}$$

بنابراین با مشتق گیری نسبت به y=lna داریم :

$$\frac{d\Omega_k}{dy} = -2\Omega_k - 2\Omega_k\frac{\dot{H}}{H^2}$$
$$\frac{d\Omega_m}{dy} = -3\Omega_m - 2\Omega_m\frac{\dot{H}}{H^2}$$
$$\frac{d\Omega_r}{dy} = -4\Omega_r - 2\Omega_r\frac{\dot{H}}{H^2}$$
$$\frac{d\chi}{dy} = -\frac{\chi\Omega k}{1+\Omega k} + \frac{\chi}{1+\Omega k}\frac{\dot{H}}{H^2}$$

همچنین از معادلات (۲)و(۳) داریم:

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{-3\Omega_m + 4\Omega_r}{2\left(1 - \frac{\alpha}{\pi}x^2 - \frac{\beta}{\pi^2}x^4\right)}$$

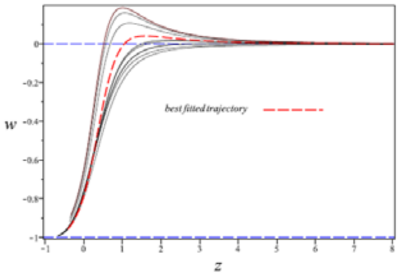
از نتایج بدست آمده از این روابط میتوانیم بهترین مقدار را برای αوβدر معادله ی (۱) بدست آوریم.که در شکل هایی که در ادامه اورده شده به خوبی نشان داده شده است.

تجزیه و تحلیل داده ها

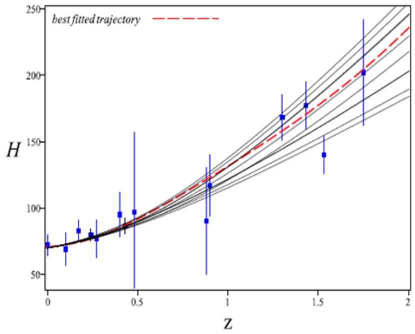
مقادیرαوβ بدست آمده ازمرحله ی قبل را می توانیم با نمودارهایی که ازطریق مشاهدات کیهانی ترسیم شده اند مقایسه کنیم.

دررسم پارامترموثر حالت که شتاب کیهان را نشان می دهد از روابط زیر استفاده شده است:

$$w = -1 - \frac{2}{3}\frac{\dot{H}}{H^2}$$



شکل۱ : نمودار پارامتر موثر حالت (w) برحسب انتقال به سرخ به ازای مقادیر برازش شده αوβ



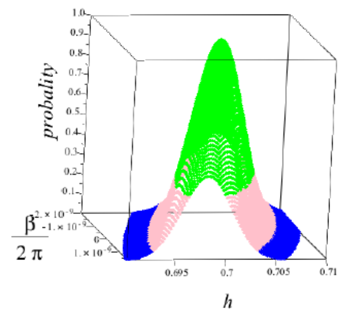
شکل۲ : نمودار پارامتر هابل براساس انتقال به سرخ

همانطور که در شکل ۱مشاهده می شود w_0 شتاب کنونی کیهان را نشان می دهدومنحنی که با خط چین قرمز نمایش داده شده است به خوبی با منحنی اصلی مطابقت دارد.در شکل ۲ نیز پارامتر هابل به خوبی نتایج بدست آمده مطابقت دارد.ما از روش کمترین مربعات استفاده می کنیم که در آن Nتعداد داده هاست وبرای ابرنواختر ۵۵۷ خواهد بود .

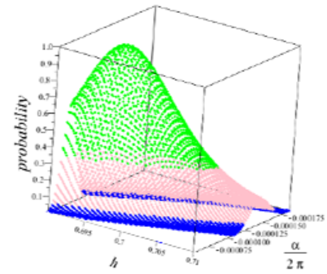
$$x^2_{sn} = \sum_{i=1}^{N}\frac{\left[\mu^{obs}(z_i) - \mu^{th}(\overrightarrow{z_i})\right]^2}{\sigma^2(z_i)}$$

و

$\mu^{obs}(z_i)$مدول فاصله ازداده های ابرنواختری و$\mu^{th}(z_i)$مدول فاصله نظری وσخطا می باشد.

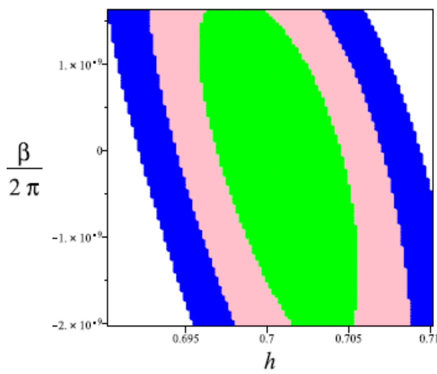


شکل ۳

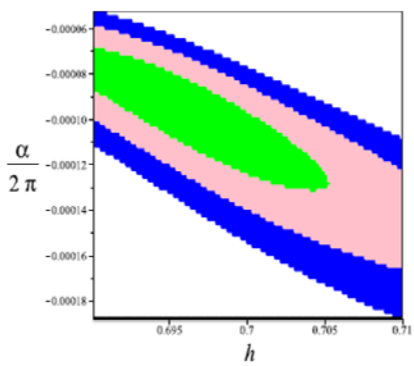


شکل ۴

شکل ۳و۴ احتمال توزیع پارامترهابل برحسب $\frac{\alpha}{2\pi}$و$\frac{\beta}{2\pi}$



شکل ۵:نمودار توزیع پارامتر هابل برحسب $\frac{\beta}{2\pi}$



شکل ۶:نمودار توزیع پارامتر هابل برحسب $\frac{\alpha}{2\pi}$

این شکل ها نشان می دهد که در چه نقطه ای βوα دارا ی بهترین مقدار (بیشترین احتمال)هستند.مرکزقسمت سبزرنگ موجود در شکل ۵و۶ قسمتی است که درآن نقاط بهترین مقدار αوβ وهمچنین پارامتر هابل مطابقت خوبی با مشاهدات کیهانی دارد.میزان خطا رانیز توسط منحنی های اطراف می توانیم بدست اوریم که در اینجا خطا را به ازای (۱−δ)بارخطا بدست اوردیم.

جدول۱ : بهترین مقدار بدست آمده برای تصحیحات آنتروپی

پارامتر	α	β
مقدار	−۰.۰۰۰۱	−۰.۰۰۰۰۰۰۰۰۱
خطا	+۰.۰۰۰ ۱۷ −۰.۰۰۰۰۲	−۰.۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲ + ۰.۰۰۰۰۰۰۰۰۰۲

نتیجه گیری

دراین مقاله آنتروپی تصحیح یافته ی بکنشتاین_هاوکینگ را بررسی کردیم. باتوجه به مشاهدات و اطلاعات بدست آمده از ۵۵۷ابرنواختر نوع ۱و تجزیه و تحلیل داده ها به روش $\chi 2$ما در این پژوهش توانستیم بهترین مقدار را برای αوβدر مدل تصحیح یافته ی انتروپی بکنشتاین _هاوکینگ بدست آوریم.این مقادیر همانطور که در جدول ۱ نگاشته شده اند مقادیر بسیار کوچکی هستند ولی همین مقادیر کم نیز می توانند بر شتاب کیهان تاثیر گذارند.با توجه به مقایسه ی نتیجه ی بدست آمده ازاین تحلیل و اطلاعات مشاهداتی نشان دادیم که این دو با یکدیگر هم خوانی دارند.نتایج بدست آمده به خوبی شتاب کنونی کیهان را توضیح می دهد.همچنین حالتهای گذار ازحالت ماده غالب به فاز شتابدار کیهان را توضیح می دهد.

مرجع ها

[1] Karami, K., et al. "Thermodynamics of apparent horizon in modified FRW universe with power-law corrected entropy." *Journal of High Energy Physics* **2011.8** (2011): 1-14

[۲] Sadjadi, H. Mohseni, and Mubasher Jamil. "Generalized second law of thermodynamics for FRW cosmology with logarithmic correction." EPL **(***Europhysics Letters***)** **92.6** (2010): 69001.

[۳] Alexander friedmann,The friedmann equations,General Relativity Cosmology and classical Gauge Theories;January 27,1999

[4] Hao, Wei. "Entropy-corrected holographic dark energy." *Communications in Theoretical Physics* 52.4 (2009): 743.

[5] H. Farajollahi. A. Salehi'Observational constraints in Chameleon (Cosmology"November 12, 2015

اندازه گیری سرعت ویژه ابرنواخترهای نوع یک آ در مدل گاز چاپلین تعمیم یافته برهم‌کنشی جدید

صالحی ، امین[۱] ؛ علائی، اسما[۲]

[۱] گروه فیزیک ، دانشگاه لرستان ، خرم آباد

[۲] دانشگاه بوعلی سینا ، همدان

چکیده

ما در این مقاله با در نظر گرفتن مدل چاپلین تعمیم یافته برهم‌کنشی جدید و داده های مجموعه UNION2 که شامل ۵۵۷ داده از ابرنواخترهاست و ما از ۲۲۰ داده از این مجموعه استفاده کرده ایم و توانستیم سرعت ویژه ابرنواخترها را محاسبه کنیم که دارای مقدار $270\frac{km}{s}$ و در راستای جهت $(l,b)=(296^{\circ},4^{\circ})$ است.

Measuring Peculiar Velocity of Type Ia Of Supernovae In Interacting New Generalized Chaplygin Gas Model

Salehi, Amin[1]; Alaii, Asma[2]

[1] *Department of Physics, Lorestan University , khorramabad*
[2] *Buali sina University, Hamedan*

Abstract

By considering interacting new generalized chaplygin gas model and UNION2 data which included 557 data of supernova,we use 220 data of this collection and we can calculate peculiar velocity of supernovae which has a value of $270\frac{km}{s}$ *in the direction of* $(l,b)=(296^{\circ},4^{\circ})$.

PACS No.

مقدمه

اصل کیهان شناسی که نقش مهمی در کیهان شناسی دارد بیان می کند که کیهان در ابعاد بزرگ همگن و همسانگرد است. از آن جا که داده های ابرنواختری و انفجارات پرتوهای گاما در انتقال به سرخ های زیاد نشان داده است کیهان ممکن است ناهمسانگرد باشد بنابراین بررسی کیهان ناهمسانگرد ضروری است. در واقع اثرات زیادی ممکن است این ناهمسانگردی را به وجود آورد به عنوان مثال سرعت های خاص ممکن است به این منجر شود که ناظر در یک جهت بیشترین مقدار انبساط شتابدار را و در جهت مخالف آن کم ترین انبساط را مشاهده کند[۱]. اندازه‌گیری درخشندگی ابرنواختر بررسی دقیقی از سرعت های خاص را به ما می دهد. فرض ساده ای که در نظر گرفته می شود این است که سرعت خاص ابرنواخترها به همدیگر وابسته نیستند. از عدم قطعیت انتقال به سرخ ابرنواختر معمولا چشم پوشی می شود[۲]. رابطه بین انتقال به سرخ و سرعت ویژه به صورت زیر است:

$$1+z^{pec}=\sqrt{\frac{1+v^{pec}/c}{1-v^{pec}/c}} \qquad (۱)$$

که در حد غیرنسبیتی به $z^{pec}=v^{pec}/c$ تبدیل می شود. اگر z انتقال به سرخ رصد شده، $\bar{z}$ انتقال به سرخ ناشی از انبساط کیهان، و z_{SN}^{pec} انتقال به سرخ به وجود آمده از حرکت ویژه ابرنواختر باشد، می توانیم رابطه زیر را بنویسیم:

$$\left(1+z\right)=\left(1+\bar{z}\right)\left(1+z_{SN}^{pec}\right) \tag{۲}$$

این رابطه فقط برای سرعت های نسبیتی برقرار است. ارتباط بین انتقال به سرخ و سرعت ابرنواخترها به صورت زیر است:

$$z_{SN}^{pec}=\overrightarrow{v_{SN}^{pec}}\cdot\frac{\hat{n}}{c} \tag{۳}$$

بنابراین می توان رابطه را به صورت زیر تقریب زد:

$$\left(1+z\right)=\left(1+\bar{z}\right)\left(1+\overrightarrow{v_{SN}^{pec}}\cdot\hat{n}/c\right) \tag{٤}$$

که برای تمام سرعت های پایین در تمام موقعیت های برقرار است. $\hat{n}$ بردار واحدی از خورشید به سمت ابرنواختر می باشد که برابر است با $\hat{n}=\left(\cos\phi\sin\theta,\sin\phi\sin\theta,\cos\theta\right)$. بنابراین فاصله درخشندگی برابر است با

$$d_L(z)=\overline{d_L}(\bar{z})(1+z_{SN}^{pec})^2 \tag{٥}$$

توان دوم $(1+z_{SN}^{pec})$ یکی به دلیل انتقال دوپلر فوتون هاست و دیگری تابش نسبیتی می باشد. ما از حرکت زمین به دلیل ناچیز بودن صرف نظر کرده ایم[۳].

مدل گاز چاپلین تعمیم یافته جدید

دادههای رصدی نشان میدهند که بیش از ۷۰ درصد چگالی انرژی کیهان را بخشی که عمدتا به آن انرژی تاریک میگوییم تشکیل میدهد. بخش باقی مانده چگالی انرژی کل به دلیل ماده تاریک است که هر دو جزء ناشناخته میباشند. مدلهای متحدکننده همانند مدل گاز چاپلین تعمیم یافته جدید می توانند مفاهیم ماده تاریک و انرژی تاریک را به هم مربوط کنند. در کیهان فریدمان رابرتسونواکر، سیال نامتعارف گاز چاپلین تعمیم یافته جدید، دارای معادله حالت زیر است[٤]:

$$p_{ch}=-\frac{\tilde{A}(a)}{\rho_{ch}^{\alpha}} \tag{٦}$$

که $\tilde{A}(a)=\frac{\omega_X A a^{-3(1+\omega_X)(1+\alpha)}}{\rho_{ch}^{\alpha}}$ می باشد. α عددی حقیقی، A ثابتی مثبت و ω_X طبق شواهر رصدی مقداری بین بازه $(-1.46,-0.78)$دارد. چگالی انرژی این مدل برابر است با:

$$\rho_{ch}=\left[Ae^{-3x(1+\omega_X)(1+\alpha)}+Be^{-3x(1+\alpha)}\right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \tag{۷}$$

که B ثابت انتگرال گیری میباشد.با توجه به اینکه ماهیت هر دو جزء انرژی تاریک و ماده تاریک ناشناخته میباشند فرض برهم کنش بین این دو جزء عقلانی می باشد. اگر قانون پایستگی انرژی با فرض برهمکنش بین دو جزء یعنی چگالی انرژی گاز چاپلین و چگالی ماده را در نظر بگیریم.

$$\dot{\rho}_{ch}+3H\left(p_{ch}+\rho_{ch}\right)=-Q \tag{۸}$$

$$\dot{\rho}_m+3H\rho_m=Q \tag{۹}$$

که ترم انرژی برهم کنشی برابر $Q=3Hc\left(\rho_{ch}+\rho_m\right)$ است[٥]. در این رابطه پارامتر کوپلینگ c مقداری کوچک و نزدیک به واحد دارد. در روابط از $x=\ln a=-\ln\left(1+z\right)$ استفاده شده است که a ضریب مقیاس کیهانی و z انتقال به سرخ میباشد. مناسب ترین مقدار برای پارامترهای α و c برای این مدل، به صورت -0.4 و 0.23 می باشد. چگالی و فشار مدل گاز چاپلین تعمیم یافته جدید را میتوان توسط پارامترهای بدون بعد K و M بیان کرد.

$$\mathrm{K}=\Omega_{ch}=\frac{\rho_{ch}}{\rho_{cr}}=\frac{\kappa^2\rho_{ch}}{3H^2} \tag{۱۰}$$

$$\mathrm{M}=\frac{\kappa^2 p_{ch}}{3H^2} \tag{۱۱}$$

پارامتر معادله حالت برای این مدل برابر با $\omega_X(x)=\frac{p_{ch}}{\rho_{ch}}=\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{K}}$ است. چگالی ماده تاریک و گاز چاپلین تعمیم یافته جدید طبق رابطه زیر به هم ارتباط پیدا میکنند.

$$\Omega_m=\frac{\kappa^2\rho_m}{3H^2}=1-\Omega_{ch}=1-\mathrm{K} \tag{۱۲}$$

با جایگذاری روابط (۱۰) و (۱۱) و (۱۲) در (۸) و (۹) خواهیم داشت:

$$\frac{d\mathrm{K}}{dx} = -3c - 3\mathrm{M} + 3\mathrm{MK} \qquad (۱۳)$$

$$\frac{d\mathrm{M}}{dx} = 3\frac{\alpha \mathrm{M}}{\mathrm{K}}(\mathrm{K}+\mathrm{M}+c) + 3\mathrm{M}(1+\alpha)(1+\omega_x) + 3\mathrm{M}(1+\mathrm{M}) \qquad (۱٤)$$

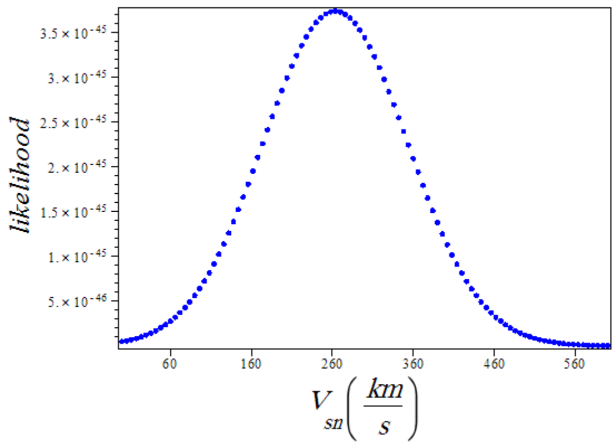
در این پژوهش از روش آماری X^2 استفاده شده که طبق تعریف برابر است با:

$$\mathrm{X}^2_{sn} = \sum_{i=1}^{557} \frac{\left[\mu^{obs}(z_i) - \mu^{th}(z_i)\right]^2}{\sigma^2(z_i)} \qquad (۱۵)$$

$\mu^{th}(z_i)$ مدول فاصله تئوری می باشد که برابر با $\mu^{th}(z_i) = 5\log_{10} d_L(z) + 42.38$ است. $\mu^{obs}(z_i)$ از داده های ابرنواخترهای نوع یک آ حاصل می‌شود و $\sigma(z_i)$ خطای داده‌های رصدی است.

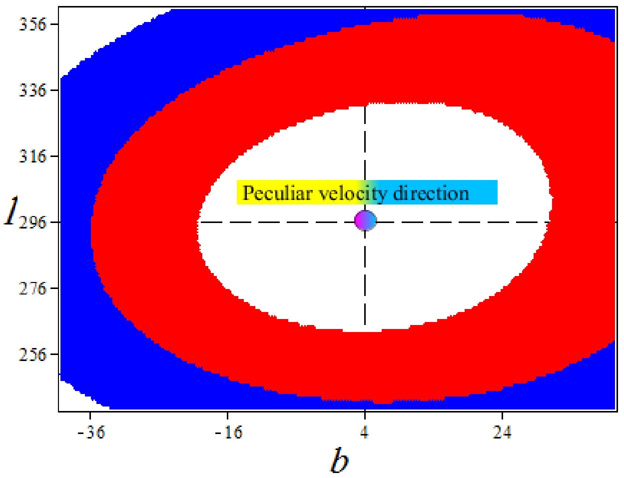
آنالیز

ما در این پژوهش از ۲۲۰ داده مجموعه UNION2 که در بازه انتقال به سرخ $(0,0.2)$ است استفاده کرده ایم.با فیت کردن داده های ابرنواخترها با پارامترهای مدل مقدار سرعت ابرنواختر ها v_{SN}^{pec} برابر با مقدار $270\frac{km}{s}$ محاسبه شد.

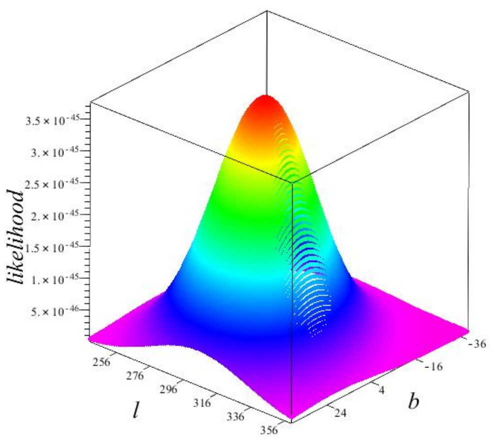


شکل ۱:نمودار احتمال سرعت ابرنواختر

اما مختصات مورد استفاده مختصات استوایی بوده است که ما آن را به مختصات کهکشانی (l,b) تبدیل می کنیم. ازطریق مینیمم کردن X^2_{sn} و استفاده از شرایط اولیه (پارامترهای مدل گاز چاپلین) مقادیر مناسب مختصات کهکشانی به صورت $(l,b) = (296^\circ, 4^\circ)$ به دست می آید.در شکل ۲ و ۳ نشان داده شده است که جهت به دست آمده محتمل ترین جهت برای سرعت حرکت ویژه ابرنواخترهاست.



شکل۲: احتمال دو بعدی و سطح اطمینان برای پارامتر (l,b)



شکل۳: تابع احتمال دو بعدی برای پارامترهای (l,b)

نتیجه گیری

شواهد تجربی زیادی ناهمسانگردی انبساط کیهان را نشان می دهد. یکی از این شواهد ناهمسانگردی، سرعت خاص ابرنواخترها باشد. در این پژوهش با در نظر گرفتن مدل چاپلین تعمیم یافته برهم کنشی جدید و ۲۲۰ داده از مجموعه UNION2 که در بازه انتقال به سرخ $(0,0.2)$ است، سرعت ویژه ابرنواخترهای نوع یک آ را محاسبه کرده ایم که دارای مقدار $270\frac{km}{s}$ و در راستای جهت $(l,b) = (296^\circ, 4^\circ)$ است. نتایج کار ما با بسیاری از مطالعات قبلی همخوانی دارد[٦] و [٧].

مرجع‌ها

[1] R. G. cai, Y. Z. Ma, B. Tang, Z. L. Tu; "Constraining the Anisotropic Expansion of Universe"; *Phys. Rev*. D **87**, 123522 (2013).

[2] C. Gordon, K. Land, A. Slosar; "Determining the motion of the solar system relative to the cosmic microwave background using type Ia supernovae";arXiv:0711.4196[astro-ph].

[3] T. M. Davis, L. Huiand et al. ; "The effect of peculiar velocities on supernova cosmology"; *Astrophysical journal*, **741** (2011).

[4] M. Jamil, *Int.J.Theor.Phys* .49:62-**71**(2010).

[5] M. R. Setareh, E. C. Vagenas, *phys. Lett*. B **666** (2008) 111.

[6] X. Li, H. N. Lin,S. Wang,Z. Chang ; "*ΛCDM model with a scalar perturbation vs. preferred direction of the universe*"; Eur. Phys. J. C. 73 (2013) **2653**.

[7] X. Yang, F. Y. Wang, Z. Chu; "*Searching for a preferred direction with Union2.1 data*";Mon.Not.Roy.Astron.Soc. **437**: 1840-1846 (2014).

جستجوی محور ترجیحی کیهانی با استفاده از داده های یونین۲.مورد مطالعه نظریه کملون برنس دیکی تعمیم یافته

صالحی ، امین[۱] ؛ گلمرادی فرد،راضیه[۲]

[۱]گروه فیزیک دانشگاه لرستان

[۲] گروه فیزیک، دانشگاه آزاد تهران مرکز،تهران

چکیده

گستره وسیعی از مشاهدات ساختار بزرگ نشان می دهند که کیهان ممکن است یک محور ترجیحی داشته باشد در این با استفاده از داده های ابر نوع اختری نوع یک آ که شامل ۵۵۷ ابرنواختر در بازه انتقال به سرخ **0.015<z< 1.4** *به دنبال یافتن محور ترجیحی هستیم ما روش برازش دوقطبی را در مدل کملون برنس دیک تعمیم به کار برده ایم وراستای بیشترین انبساط شتابدار عالم را در جهت* $(l,b)=(127°,6°)$ *یا معادل آن* $(l,b)=(307°,-6°)$ *به دست آورده ایم .. نتایج ما با مطالعات دیگر به خوبی سازگار است.*

Searching for a Cosmological Preferred AxisUnion2 SNIea data: Case study: Generalized chameleon Brans dicke theory

Salehi, Amin[1]; Golmoradifard, Razieh[2]

Department of Physics, University of Lorestan, Lorestan, [1]
Department of Physics, University Islamic Azad-Tehran[2]

Abstract

. A wide range of large scale observations indicate that the universe may have a preferred axis. We start from the Union2 SnIa sample which contains 570 SNe Ia and covers the redshift range from 0.015<z< 1.4 to search for a preferred axis in the data. We have applied dipole fit approach for generalized chameleon brans-dicke theory. We find that maximum accelerating expansion rate (preferred axis) is in the direction (l; b) = (307,-6).our result consistence with pervious works.

مقدمه

اصل کیهان شناسی نقش مهمی در کیهان شناسی مدرن ایفا می کند .این اصل می گوید که کیهان در مقیاس های بزرگتر از ۱۰۰ مگا پار سک همگن و همسانگرد است[1].با وجود اینکه این اصل با نتایج به دست آمده از تابش هایپس زمینه کیهانی از دبلیو مپ (WMAP) ساز گاری دارد [2-4]. از طرفی مطالعات اخیر شتاب کنونی کیهان نشان داده است که ممکن است این شتاب در راستایی بیشتر از دیگر راستاها باشد و این راستای ترجیحی ناشی از دو قطبی شدن توزیع انرژی تاریک کیهان باشد. ابرنواخترهای نوع یک-آ به عنوان اولین شاهد کمک می کنند تا ردپای حاصل از ناهمگنی و ناهمسانگردی‌های کیهان که منجر به انحراف از اصل کیهان شناسی می‌گردند را پیدا کنیم،

مدل ومعادلات

اگرتوزیع انرژی تاریک ناهمسانگرد باشد درنحوه انبساط جهان اثر می گذارد و منجر به فاصله درخشندگی ناهمسانگرد می شود این اثر می تواند توسط درخشندگی ابرنواخترهای نوع یک آ مشاهده شود.در این مقاله از داده های Union2استفاده می کنیم که شامل اطلاعات مربوط به مدول فاصله،وتوزیع فضایی ۵۵۷ نوع ابرنواختر نوع یک آ در نقاط مختلف کره سماوی است که در انتقال به سرخ های متفاوت از {۰.۲ تا ۱.۴} می باشدبا استفاده از فاصله درخشندگی برای انحراف از پس زمینه همسانگردی معرفی می کنیم

$$\frac{d_L(z)-d_L^0(z)}{d_L^0(z)}=g(z)(\hat{z}\cdot\hat{n}) \qquad (۱)$$

در رابطه بالا ما می توانیم $g(z)$ با تابع خطی z پارامتربندی کنیم $g(z)=g_0+g_1z$ این کار باعث می شود که وابستگی انتقال به سرخ ناهمسانگرد تشخیص داده شود.و $d_L(\vec{z})$ر فاصله درخشندگی در حالت ناهمسانگردی ابرنواختر است و در پس زمینه همسانگرد فاصله درخشندگی $d_L^0(z)$ است زمینه همسانگرد کیهانی،فاصله درخشندگی توسط رابطه زیر بیان شود :

$$d_L^0(z)=(1+z)\int_0^z\frac{H_0}{H(z')}dz' \qquad (۲)$$

در این مقاله از مدل کملون-برنس دیکی تعمیم یافته استفاده شده اس‌که رابطه روبرو کنش می باشد.[2]

$$s=\int d^4x\,\frac{\sqrt{-g}}{2}\left[\phi R-\frac{\omega(\phi)}{\phi}\phi^{\alpha}\phi_{\alpha}-2V(\phi)+2L_m f(\phi)\right]$$

که در آن R اسکالر ریچی ،$V(\phi)$ پتانسیل و S کنش ماده است.اگر مشتق نسبت به زمان را با نقطه و مشتق به پتانسیل ϕرا با پریم نشان دهیم .

با وردش گیری نسبت به ϕداریم:

$$\ddot{\phi}+3H\dot{\phi}=\frac{(\rho_m-3\rho_m)f(\phi)}{3+2\omega(\phi)}-\frac{2\left(2V(\phi)-\phi V'\right)}{3+2\omega(\phi)}-\frac{(\rho_m-3\rho_m)\phi f'}{2\left(3+2\omega(\phi)\right)}-\frac{\omega'\dot{\phi}^2}{3+2\omega(\phi)} \qquad (۴)$$

با وردش گیری و انجام یک سری عملیات ریاضی داریم

$$3H^2=\frac{\rho_m f(\phi)}{\phi}-3H\frac{\dot{\phi}}{\phi}+\frac{\omega(\phi)}{2}\frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2}-\frac{V(\phi)}{\phi} \qquad (۵)$$

$$2\dot{H}+3H^2=-\frac{p_m f(\phi)}{\phi}-2H\frac{\dot{\phi}}{\phi}-\frac{\omega(\phi)}{2}\frac{\dot{\phi}^2}{\phi^2}-\frac{\ddot{\phi}}{\phi}-\frac{V(\phi)}{\phi} \qquad (۶)$$

معادلات بالا به ترتیب میدان اسکالر و متریک هستند..برای بررسی پایداری سیستم متغیرهای بی بعد زیر را تعریف می کنیم

$$\chi^2=\frac{\rho_m f}{3\phi H^2} \quad (۷)\qquad ،\ \varsigma=\frac{\dot{\phi}}{\phi H}\ ، \qquad \eta^2=\frac{V}{3\phi H^2}$$

همچنین پارامتر $\alpha=\frac{\dot{f}}{fH}$ را تعریف می کنیم، بنابراین با مشتق گیری نسبت به $N=\ln a$. دسته معادلات زیر به دست می آیند:

$$\chi'=\chi\left\{\frac{-3(1+\gamma)}{2}+\left[\frac{\kappa(1-3\gamma)-20}{8}-\frac{\beta\omega_0e^{\alpha N}}{6+4\omega_0e^{\alpha N}}\right]\varsigma+\frac{\omega_0e^{\alpha N}}{2}\varsigma^2+\left[\frac{3(1-3\gamma)(2-\kappa)}{4\left(3+2\omega_0e^{\alpha N}\right)}+\frac{3(1+\gamma)}{2}\right]\chi^2+\frac{3\delta-6}{3+2\omega_0e^{\alpha N}}\eta^2\right\} \quad (۸)$$

$$\varsigma'=\varsigma\left\{-3-3\varsigma-\frac{\alpha\omega_0e^{\alpha N}}{6+4\omega}\varsigma+\frac{\omega_0e^{\alpha N}}{2}\varsigma^2+\left[\frac{3(1-3\gamma)(2-\kappa)}{4\left(3+2\omega_0e^{\alpha N}\right)}+\frac{3(1+\gamma)}{2}\right]\chi^2+\frac{3\delta-6}{3+2\omega_0e^{\alpha N}}\eta^2\right\}$$
$$+\frac{3(1-3\gamma)(2-\kappa)}{2\left(3+2\omega_0e^{\alpha N}\right)}\chi^2+\frac{6\delta-12}{3+2\omega_0e^{\alpha N}}\eta^2$$

$$\eta'=\eta\left\{\frac{\delta-5}{2}\varsigma-\frac{\alpha\omega_0e^{\alpha N}}{6+4\omega_0e^{\alpha N}}\varsigma+\frac{\omega_0e^{\alpha N}}{2}\varsigma^2+\left[\frac{3(1-3\gamma)(2-\kappa)}{2\left(3+2\omega_0e^{\alpha N}\right)}+\frac{3(1+\gamma)}{2}\right]\chi^2+\frac{3\delta-6}{3+2\omega_0e^{\alpha N}}\eta^2\right\} \quad (10)$$

در روش برازش بهینه ازرابطه $\frac{d(d_L)}{dN}=-(d_L+\frac{e^{-2N}}{H})$ که با دیفرانسیل گیری از رابطه $d_L(z)=(1+z)\int_0^z\frac{dz'}{H(z')}$ به دست آمده استفاده می کنیم این رابطه معادلات نظری را به داده های تجربی مرتبط می کنند.

تحلیل داده ها از روش کمترین مربعات

ماتریس کوواریانس می تواند به عنوان یک جزء قطری ساده سازی شود.بنابراین x^2به صورت زیر بیان می شود:

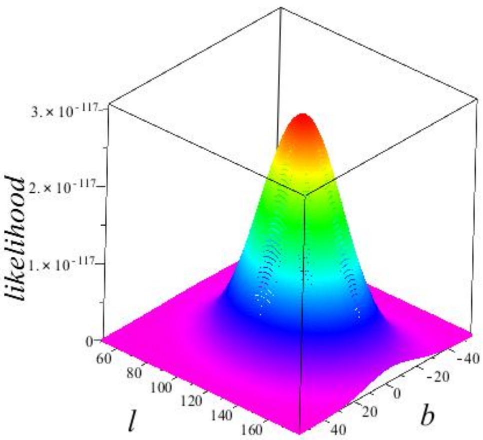
$$x_{sn}^2=\sum_{i=1}^{N}\frac{\left[\mu^{obs}(z_i)-\mu^{th}(\bar{z}_i)\right]^2}{\sigma^2(z_i)} \qquad (11)$$

که N تعداد داده هاست. ; که برای ابرنواخترها $N = 557$ خواهد بود. $\mu^{obs}(z_i)$ مدول فاصله از داده های Union2 و $\mu^{th}(z_i)$ مدول فاصله جهت گیری نظری است. پارامترهایی که باید برازش شوند (g_0, g_1, θ, ϕ) است که (θ, ϕ) باید به مختصات کهکشانی (l, b) تبدیل شوند.در شکل (۱) تابع احتمال دو بعدبرای (l, b) را نشان می دهد.

برای درک بهتر این ناحیه از فضا در این مقاله از شیوه آماری و به روش "مونت کارلو" با استفاده از 4×10^4 داده شبیه سازی به صورت شکل (۲) انجام شده است که در آن توزیع ۵۵۷ ابرنواختر به صورت نقاط رنگی قابل مشاهده می باشد و می توان منطقه به دست آمده برای (l, b) را به صورت ناحیه رنگی با انتقال به سرخ ها و χ^2 های مختلف روی این شکل به صورت ناحیه ای رنگی ملاحظه نمود. نمودار شکل (۱) نیز تابع احتمال دو بعدی برای (l, b) برازش شده و داده های ابرنواخترهای نوع یک آ را نمایش می دهد.که بهترین مقادیر برای (l, b) مقادیری هستند که به ازای آنها χ^2 مینیمم شود که ما برای حالت همسانگردی مقدار ۵۴۳/۹۸۱۳۱۰۲و برای حالت ناهمسانگردی مقدار۵۳۶/۷۸۰۷۲۵۳ را به دست آورده ایم . شکل های (۳) قسمت (الف و ب) نیز تابع احتمال یک بعدی را به طور مجزا برای l و b نشان می دهند و در نهایت شکل(۴) سطوح اطمینان مرتبه اول،دوم و سوم را برای (l, b) در یک نگاه توضیح می دهد.

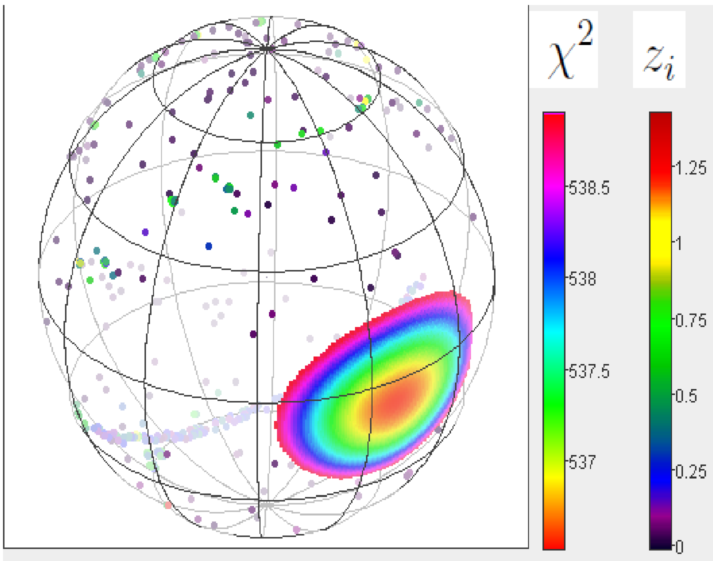
.پس از بررسی ها و تجزیه و تحلیل نتایج و داده ها و شکل های به دست آمده بهترین مقدار برای $(l, b) = (127°, 6°)$ یامعادل $(l, b) = (307°, -6°)$ به دست می آید.

واین نشان می دهد که حالت نا همسانگردی بهتر با آزمون های رصدی تطبیق پیدا می کند



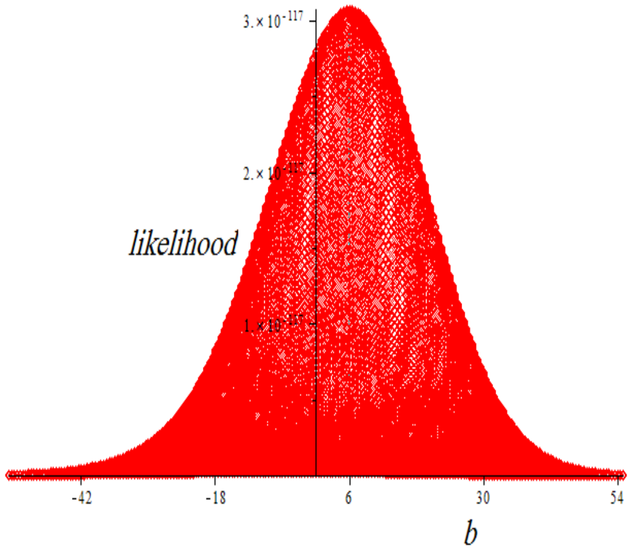
شکل (۱)

تابع احتمال دو بعدی برای (l, b)



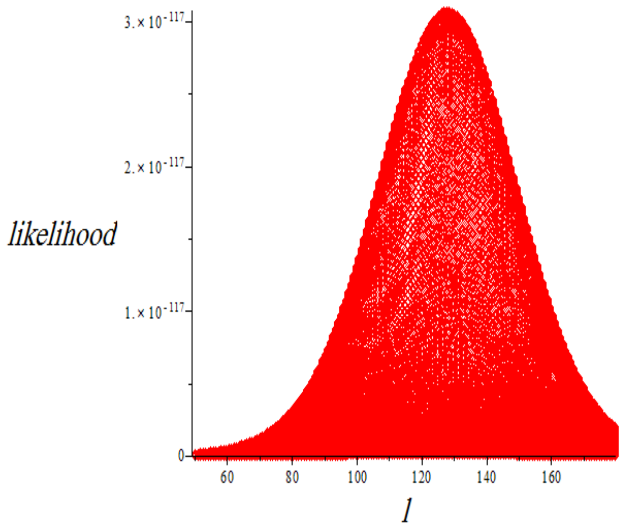
شکل(۲)

توزیع ۵۵۷ ابرنواختر با انتقال به سرخ های مختلف و سطح اطمینان مرتبه ی اول نگاشته شده بر روی کره سماوی برای(l,b)



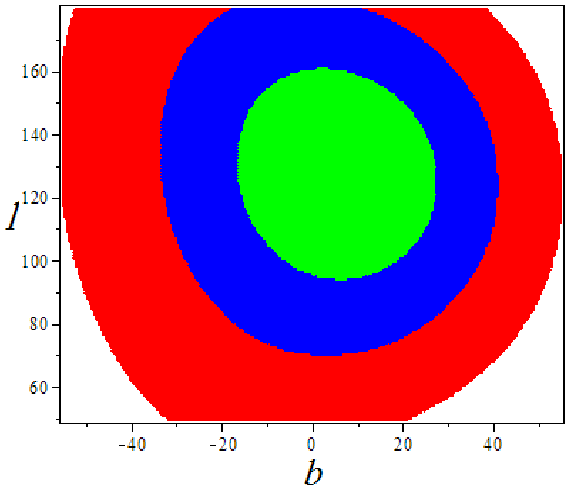
شکل (۳)-الف

تابع احتمال برای l



شکل (۳)-ب

تابع احتمال برای b



شکل (۴)

سطوح اطمینان مرتبه اول،دوم و سوم برای (l,b)

نتیجه گیری

ما در این مقاله به مطالعه امکان ناهمسانگردی در انبساط شتابدار کیهان با استفاده از داده های ابر نوع اختری نوع یک آ درنظریه کملون برنس دیک تعمیم یافته بانت پرداختیم وراستای بیشترین انبساط شتابدار عالم را در جهت $(l,b)=(127°,6°)$ یا معادل آن $(l,b)=(307°,-6°)$ به دست آورد ایم. که با نتایج به دست آمده از [5-6] تقریبا همخوانی دارد . بررسی های بیشتر نشان داد که هر چند انحراف حالت ناهمسانگردی از حالت همسانگردی کم است با این وجود حالت ناهمسانگردی بهتر با داده های کیهانی سازگاری دارد.

مرجع ها

[1] S. Weinberg, Cosmology (Oxford University Press, New York, New York, 2008).
[2] H.farajollahi,A.salehiJCAP07(2011)036
[3] E. Komatsu et al. [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. 192, 18 (2011)
[arXiv:1001.4538 [astro-ph.CO]].
[4] G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D. N. Spergel, C. L. Bennett, J. Dunkley, M. R. Nolta
and M. Halpern et al., arXiv:1212.5226 [astro-ph.CO].
[5] S. Nesseris and L. Perivolaropoulos, Phys. Rev. D 77, 023504 (2008) [arXiv:0710.1092 [astro ph]-
[6] L. Perivolaropoulos, [arXiv:0811.4684 [astro-ph]];
R. -J. Yang, S. N. Zhang, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 407, 1835-1841 (2010). [arXiv:0905.2683
[astro-ph.CO]]. P. Naselsky, W. Zhao, J. Kim and S. Chen, Astrophys. J. 749, 31 (2012)
[arXiv:1108.4376 [astro-ph.CO]].
[7] Dominik J. Schwarz and Bastian Weinhorst; “ (An) isotropy of the Hubble Diagram Comparing Hemispheres” ;Astronomy & Astrophysics manuscript no. 7998..-- c ESO 2013 February 14

اندازه گیری سرعت ویژه ابرنواخترهای نوع یک آ در مدل برنس–دیک

صالحی ، امین[۱] ؛ گلمرادی فرد،راضیه[۲]

[۱] گروه فیزیک دانشگاه لرستان

[۲] گروه فیزیک، دانشگاه آزاد تهران مرکز،تهران

چکیده

در این مقاله اندازه و جهت سرعت ویژه ابر نواخترها با استفاده از تاثیر آنها بر روی فاصله درخشندگی اندازه گیری شده است.یک رابطه وابسته به جهت برای فاصله درخشندگی ارایه گردیده است.و اثر دوپلر ناشی از این حرکت به رابطه اضافه شده است تا این اثر را توضیح دهد سپس.به روشهای آماری اندازه سرعت ویژه را ۲۴۵ کیلومتر بر ثانیه و در جهت $(l,b)=(294^{\circ},2^{\circ})$ به دست آورده ایم . نتایج با مطالعات دیگر به خوبی سازگاری دارد.

Determining THE PECULIAR VELOCITIES OF LOCAL TYPE Ia in Brans-Dick theory

Salehi, Amin[1]; Golmoradifard, Razieh[2]

Department of Physics, University of Lorestan, Lorestan,
Department of Physics, University Islamic Azad-Tehran

Abstract

In this paper we measure the magnitude and direction of Type Ia supernova peculiar velocities by their impact on luminosity distance. The direction dependent luminosity distance with Doppler term due to the peculiar motion of the supernova has been proposed to explain this effect. using statistical method we find that: (1) the magnitude of thePeculiar velocity is around 245 km/s, and its direction is close to (l, b) = (294, 2).our result is consistent with previous studies.

مقدمه

سرتاسر کیهان به وسیله ی تابش الکترومغناطیسی به نام "تابش زمینه کیهانی" (Cosmic Microwave Background Radiation) فراگرفته شده است.این تابش دارای دمای ۲.۷۲۶ کلوین و بیشینه ی تابش آن در محدوده ی ریزموج با بسامد ۱۶۰GHz می باشد.

تابش زمینه ی کیهان اولین بار در سال ۱۹۶۵توسط دو دانشمند بنام رابرت ویلسون و آرنو پنزیاس کشف شدو از این رو تلاش کیهان شناسان به این معقوله از کیهان معطوف شد.پس از مطالعات بنای کیهان شناسی نوین را براساس همگنی و همسانگردی کیهان نهاده بودند،تا اینکه ماهواره COBEدر بررسی هایش نشان داد این تابش در همه ی نقاط کیهان همسانگرد نیست بلکه دارای اختلالاتی از مرتبه ی 10^{-5} می باشد.این اختلالات به دو دسته اولیه و ثانویه تقسیم می شوند. که ما بین انواع این ناهمسانگردی ها ، در ناهمسانگردی نوع اول، اثری بنام اثر دوپلر وجود دارد که این اثر،خود دارای زیر مجموعه ای بنام سرعت ویژه می باشد،که در این مقاله مابا استفاده ازسرعت ویژه به بررسی مقدار ناهمسانگردی در (bو l) کهکشان می پردازیم.

ابرنواخترها به علت درخشندگی ثابتی که دارند به عنوان شمع های استاندارد برای تعیین فواصل در کیهان استفاده می شدند ،اما این شمع های استاندارد کارایی دیگری نیز دارند و آن بررسی مختصات کیهانی برای تعیین نقاط ناهمسانگردی در کیهان می

باشد،از این رو فعالیت های بسیاری در این زمینه از سال ۱۹۹۴ تا به امروز انجام شده است،که در جدول شماره(۱) تعدادی از این بررسی ها از سال۱۹۹۴ لغایت۲۰۰۱۲آورده شده است.

ما نیز در این مقاله با استفاده از درخشندگی ۵۵۷ ابرنواختر و سرعت ویژه های به دست آمده از این ابر نواخترها در مدل برنس دیکی به بررسی ناهمسانگردی کیهان می پردازیم.

مدل

در این مقاله از داده های Union2استفاده می کنیم که شامل اطلاعات مربوط به مدول فاصله،وتوزیع فضایی ۵۵۷ نوع ابرنواخنر نوع یک آ در نقاط مختلف کره سماوی است که در انتقال به سرخ های متفاوت از{ ۰.۲ تا ۱.۴ }می باشد کمیتی را با استفاده از فاصله درخشندگی برای انحراف از پس زمینه همسانگردی معرفی میکنیم $\hat{n} = (\cos\phi\sin\phi, \sin\phi\sin\theta, \cos\theta)$ (۱)

در پس زمینه همسانگرد کیهانی،فاصله درخشندگی می تواند توسط رابطه زیر بیان شود

$$d_L^0(z) = (1+z)\int_0^z \frac{H_0}{H(z')}dz' \quad (۲)$$

که H_0پارامتر هابل است.و مدول فاصله نظری به صورت زیر به دست می آید

$$\mu_{th}(z) = m_{th}(z) - M = 5\ell og d_L(z) + \mu_0 \quad (۳)$$

حال به بررسی رابطه بین dL^{anis} و dL^{isot} می پردازیم،و فاصله درخشندگی با وجود سرعت ویژه ابرنواخترها و سرعت ویژه منظومه شمسی از تابش پس زمینه کیهانی به صورت رابطه ی ریاضی زیر می باشد:

$$\frac{dL^{anis}-dL^{isot}}{dL^{anis}} = \vec{n}.(\frac{\vec{v}}{c} - \frac{(1+z)^2}{H(z)dL^{isor}}\frac{(v-v_0)}{c}) \quad (۴)$$

$$dL^{anis} = dL^{isot}(1+\beta\cos\theta) - (\frac{(1+z)^2}{H(z)}(\beta\cos\theta - \beta_o\cos\theta_o)) \quad (۵)$$

که βدر اینجا معرف $\frac{v}{c}$ می باشد که v نشان دهنده سرعت ویژه ابرنواخترها و β_0معرف $\frac{v_0}{c}$ که v_0نیز سرعت ویژه منظومه شمسی می باشد.

مدل برنس دیک

در این مقاله از مدل برنس دیک استفاده شده است(کنش برنس دیکی) به صورت زیر است

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\,(\phi R - \frac{\omega_{BD}}{\phi}\nabla^\alpha\phi\nabla_\alpha\phi - 2V(\phi)) + 16\pi S_m \quad (6)$$

$$S_m = \int d^4x\sqrt{-g}\,L \quad (۷)$$

که در آن R اسکالر ریچی ω_{BD} پارامتر برنس دیکی $V(\phi)$ پتانسیل و S_m کنش ماده است. با وردش گرفتن از معادلات بالا معادلات زیر به دست می آیند

$$3H^2 = \frac{\omega_{BD}}{2}\frac{\dot\phi^2}{\phi^2} + \frac{V(\phi)}{\phi} - 3H\frac{\dot\phi}{\phi} + \frac{8\pi}{\phi}\rho_m \quad (۸)$$

$$\dot H = -\frac{\omega_{BD}}{2}\frac{\dot\phi^2}{\phi^2} - \frac{1}{3+2\omega_{BD}}\frac{2V(\phi)-\phi V'(\phi)}{\phi} + 2H\frac{\dot\phi}{\phi} - \frac{8\pi}{\phi}\rho_m\frac{2+\omega_{BD}(1+\omega_m)}{3+2\omega_{BD}} \quad (۹)$$

$$\ddot\phi + 3H\dot\phi = 2\frac{2V(\phi)-\phi V'(\phi)}{3+2\omega_{BD}} + 8\pi\rho_m\frac{1-3\omega_m}{3+2\omega_{BD}} \quad (۱۰)$$

برای تجزیه و تحلیل بهتر می توانیم وکاهش مرتبه معادلات می توان متغیرهای جدیدی را به صورت زیر تعریف نمود:

$x \equiv \frac{\dot\phi}{H\phi}$ $y \equiv \sqrt{\frac{V(\phi)}{3\phi}}\frac{1}{H}$ با این تعاریف معادلات به صورت زیر ساده می شوند

$$\frac{dx}{d\tau} = -x - x^2 - x\frac{\dot H}{H} + \frac{6}{3+2\omega_{BD}}y^2(2+\lambda) + 3(1+x-\frac{\omega_{BD}}{6}x^2 - y^2)\frac{1-3\omega_{BD}}{3+2\omega_{BD}} \quad (۱۱)$$

$$\frac{dy}{d\tau} = -y(\frac{1}{2}x(1+\lambda) + \frac{\dot H}{H}) \quad (۱۲)$$

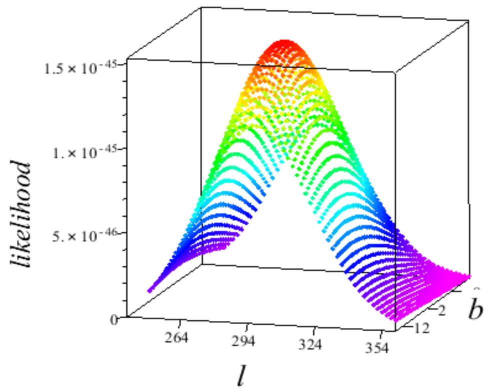
$$\Omega_m = \frac{8\pi\rho_m}{3\phi H^2} = 1 + x - \frac{\omega_{BD}}{6}x^2 - y^2 \quad (۱۳)$$

$$\frac{\dot H}{H^2} = 2x - \frac{\omega_{BD}}{2}x^2 - \frac{3}{3+2\omega_{BD}}y^2(2+\lambda) - 3(1+x-\frac{\omega_{BD}}{6}x^2-y^2)\frac{2+\omega_{BD}(1+\omega_m)}{3+2\omega_{BD}} \quad (۱۴)$$

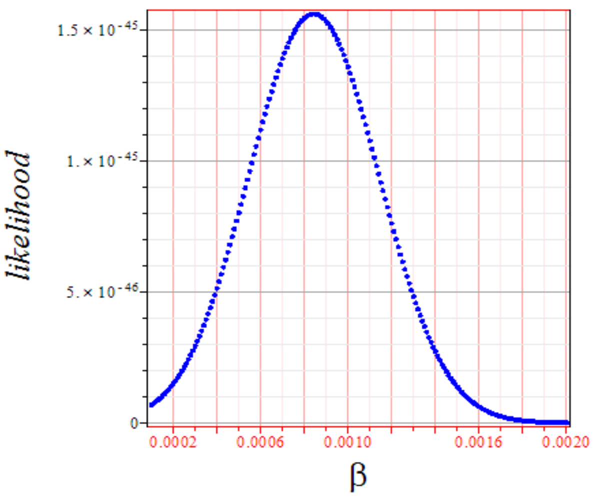
تحلیل داده ها از روش کمترین مربعات

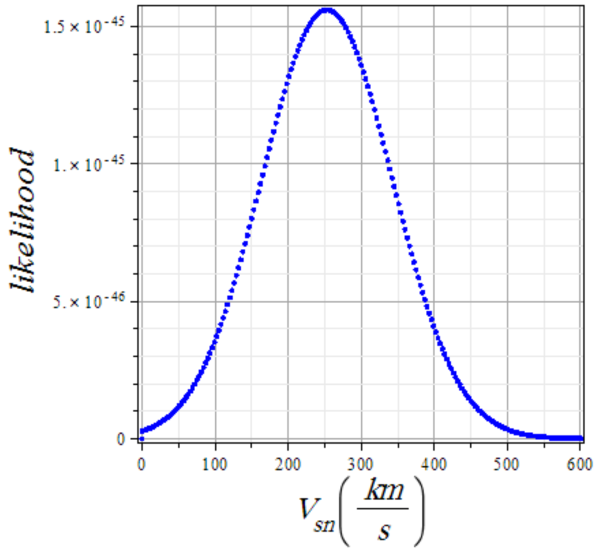
ما از داده های Union2 برای بررسی مدل انرژی تاریک ناهمسانگرد استفاده می کنیم..مختصاتی که در اینجا برای ابرنواخترها استفاده شده است مختصات استوایی است. برای مقایسه با نتایج دیگر ،ما این مختصات را به مختصات کهکشانی (l,b) تبدیل می کنیم.فرض کنید خطاهای تجربی مستقل از هر اندازه گیری باشد.بنابراین ماتریس کوواریانس می تواند به عنوان یک جزء قطری ساده سازی شود.بنابراین x^2 به صورت $x_{sn}^2=\sum_{i=1}^{N}\frac{\left[\mu^{obs}(z_i)-\mu^{th}(\overrightarrow{z_i})\right]^2}{\sigma^2(z_i)}$ زیر بیان می شودکه N تعداد داده هاست. ; که برای ابرنواخترها $N=557$ خواهد بود. $\mu^{obs}(z_i)$ مدول فاصله از داده های Union2و $\mu^{th}(z_i)$ مدول فاصله جهت گیری نظری است. بهترین مقادیر برای (l,b) مقادیری هستند که به ازای آنها x^2 مینیمم شود . در این مقاله با انجام محاسبات این مقادیر مختصات به صورت $(l,b)=(294^\circ،2^\circ)$ و $V=245\frac{km}{s}$ دست آمد.

با انجام محاسبات ناهمسانگردی از همسانگردی کمتر است واین نشان می دهد که حالت نا همسانگردی بهتر با آزمون های رصدی تطبیق پیدا می کند . همانطور که از شکل ۱مشخص است *بهترین مقادیرآمده است که نشان می دهد که جهت انبساط شتاب کیهان در این راستا بیشتر ازدیگر راستاهاست.درشکل(۲) معادله حالت کیهان برای سرعت ویژه ابرنواخترها و سرعت ویژه منظومه شمسی رسم شده است.*



تابع احتمال یک بعدی برای **(l,b)**





تابع احتمال یک بعدی برای سرعت ویژه ابرنواخترها نسبت به CMB

l	b	V	سال ارایه مقاله
$+54^\circ$	$b=260^\circ$	[1]	1994
$l=290^\circ\pm25^\circ$ $l=273^\circ\pm17^\circ$	$b=0^\circ\pm18^\circ$ $b=6^\circ\pm15^\circ$	$V=206^\circ\pm97^\circ$ [2] $V=273^\circ\pm17^\circ$	2004
$l=304^\circ\pm11^\circ$	$b=-8^\circ\pm8^\circ$	$V=199\pm37\,{km}/{s}$ [3]	2006
$263.86\pm0.04^\circ$	$48.24\pm0.10^\circ$	$V_0=369\pm3\,{km}/{s}$ [4]	2008
$263.99\pm0.14^\circ$	$48.26\pm0.03^\circ$	$(1.231\pm0.003\times10^{-3})$ [5]	2011
$263.99\pm0.14^\circ$	$48.26\pm0.03^\circ$	$(1.231\pm0.003)\times10^{-3}$ [6]	2011
$263.99\pm0.14^\circ$	$48.26\pm0.03^\circ$	$(1.231\pm0.003)\times10^{-3}$ [7]	2012

جدول شماره (۱)

داد ه های به دست آمده در چند سال اخیر

l	b	V	سال ارایه مقاله
۲۹۴	۲	۲۴۵	۱۳۹۴

جدول شماره(۲)

نتایج به دست آمده در این مقاله

نتیجه گیری

ما در این مقاله به مطالعه امکان ناهمسانگردی کیهان با استفاده از سرعت ویژه ابرنواخترهای نوع یک آ و سرعت ویژه منظومه شمسی در مدل برنس دیکی پرداختیم،که در نهایت سرعت به دست آمدهبرای ابرنواخترها همانطور که در نمودار شماره (۲) ملاحظه میکنید برابر $V=245$ به دست آمده است،همچنین راستای این سرعت ویژه که نهایتاً منجر به ایجاد ناهمسانگردی می شود و در جدول شماره (۱)نیز آمده است برابر $\left(294^\circ,2^\circ\right)=\left(l،b\right)$ می باشد که این اطلاعات در جدول شماره (۲) آمده است که مطابقت زیادی با داده های جدول (۲)و [2] می دارد.

مراجع

[1] arXiv:astro-ph/9412017v1 6 Dec 1994
[2] arXiv:astro-ph/0409551v1 23 Sep 2004
[3] Astrophysics, Vol. 49, No. 4, 450-461, 2006
[4] arXiv:0711.4196v2 [astro-ph] 18 Mar 2008
[5] arXiv:1008.1183v3 [astro-ph.CO] 6 Sep 2011
[6] arXiv:1008.1183v3 [astro-ph.CO] 6 Sep 2011
[7] arXiv:1112.1400v2 [astro-ph.CO] 22 Feb 2012

بررسی ناهمسانگردی کیهان در مدل کوینتومی با استفاده از نوسانات فاصله درخشندگی

صالحی ، امین[۱] ؛ مطهری طشی ، مریم[۲]

[۱] گروه فیزیک، دانشگاه لرستان، لرستان

[۲] دانشکده علوپایه دانشگاه گیلان، خیابان نامجو، رشت

چکیده

داده‌های منتشر شده‌ی پلانک و دیگر مشاهدات نجومی نشان می‌دهد که جهان ممکن است ناهمسانگرد باشد. ابرنواخترهای نوع یک اغلب به عنوان یک شمع استاندارد برای اثبات ناهمسانگردی جهان مورد استفاده قرار می‌گیرد. این داده‌ها اشاره به این دارد که جهان دارای یک جهت ممتاز است. با الهام از این، مدل‌های کیهانی مختلفی برای توجیه این ناهمسانگردی ارائه شده است. در این مقاله، با استفاده از اختلال خطی فاصله درخشندگی و به کمک ابر نواخترهای نوع یک جهت ممتاز دوقطبی انرژی تاریک کیهان را در مدل کوینتوم به دست آورده‌ایم. براساس نتایج این مقاله این محور ممتاز در جهت $(l,b)=(129^{+29+49}_{-27-45},19.2^{+17+28}_{-16-27})$ (یا معادل آن $(l,b)=(309^{+29+49}_{-27-45},-19.2^{+17+28}_{-16-27})$، در سطوح اطمینان $1\pm,2\pm$.) به دست آوردیم که این نتیجه با دیگر نتایج دیگر مطالعات سازگاری دارد.

Investigation the anisotropy of the universe in quintom model using fluctuation of luminosity distance

Salehi, Amin [1]; Motahari Tashi, Maryam [2]

[1] *Department of Physics, Lorestan University, Lorestan*
[2] *Department of Physics, University of Guilan, Rasht,*

Abstract

Recent released Planck data and other astronomical observations show that the universe may be anisotropic. Type-Ia supernovae (SNe Ia) are often used as the standard candles to probe the anisotropic expansion of the Universe. These data implies that the universe has a privileged direction. Inspired by this, anisotropic cosmological models have been proposed. In this paper, using linear perturbation of luminosity distance and type Ia supernovae data in quintom model we find the dipole direction of the universe. Based on the result of this study, these privileged Axis is twoard the direction $(l,b)=(129^{+29+49}_{-27-45},19.2^{+17+28}_{-16-27})$ *(or equivalently* $(l,b)=(309^{+29+49}_{-27-45},-19.2^{+17+28}_{-16-27})$ **,** *at* $1\pm,2\pm$ *confidence level.) which is Consistent with other studies.*

PACS No. 98.80.Es; 98.80.Bp; 98.80.Cq

مقدمه

کیهان‌شناسی استاندارد بر پایه‌ی اصل همگنی و همسانگردی در مقیاس‌های بزرگ (فواصل بزرگ‌تر از صد مگا پارسک) قرار دارد. این اصل نقش مهمی در کیهان‌شناسی ایفا می‌کند و بیان می‌کند که کیهان در مقیاس‌های بزرگتر از ۱۰۰ مگا پارسک همگن وهمسانگرد است که با نتایج رصدی به دست آمده از تابش‌های پس زمینه کیهانی توسط کاوشگر دبلیومپ (WMAP) سازگاری دارد. علی‌رغم وجود این همگنی و همسانگردی بزرگ مقیاس، بسیاری دیگر ازمشاهدات و مطالعات نشان داده‌اند که در مقیاس‌های کوچک، انحراف‌هایی از اصل کیهان‌شناسی وجود دارد که منجر به ناهمگنی و ناهمسانگردی جهان می‌شود برای مثال تغییر فضایی ثابت ساختار ریز[۱] و ماهواره پلانک[۲] . همچنین

مطالعات اخیر کیهان‌شناسی نشان می‌دهد که ممکن است شتاب کیهانی جهان در راستایی بیشتر از دیگر راستاها باشد و این راستای ترجیحی ناشی از دوقطبی شدن انرژی تاریک است[۳]. ردپای حاصل از ناهمسانگردی کیهان را بروی کمیت‌های مدل کوینتومی به کمک محاسبه افت‌وخیز ایجاد شده در مدول فاصله، بررسی می‌کنیم.

درخشندگی ابرنواخترهای نوع یک برای کیهان همگن و همسانگرد در مقیاس‌های بزرگ از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$d_L^0(z)=(1+z)\int_0^z \frac{H_0}{H(z')}dz' \qquad (۱)$$

که z کمیت انتقال به سرخ، H کمیت هابل، و $d_L^0(z)$ درخشندگی ابرنواختر در حالت همگن می‌باشد. کمیت دیگری که به‌دست می‌آید مدول فاصله است که به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\mu_{th}(z)=5\log_{10} d_L(z)+\mu_0 \qquad (۲)$$

که $\mu_0=42.384-5\log_{10} h$ و $\mu_{th}(z)$ مدول فاصله مدل نظری است.

موارد ذکر شده برای حالت همگنی و همسانگردی است. اگر بخواهیم حالت ناهمگنی و ناهمسانگردی کیهان را در نظر بگیریم مدول فاصله آن تا بسط مرتبه اول به صورت زیر معرفی می‌شود

$$d_L(\vec{z})=d_L^0(z)\left(d(z)(\hat{z}.\hat{n})+1\right) \qquad (۳)$$

که $d_L(\vec{z})$ درخشندگی درحالت ناهمسانگردی است ، $\hat{z}$ برداریکه در جهت ابرنواختر و $\hat{n}$ بردار یکه در جهت دوقطبی انرژی تاریک را نشان می‌دهد که جهت حداکثر انبساط

$$\hat{n}=(\cos\phi\sin\theta,\sin\phi\sin\theta,\cos\theta) \qquad (٤)$$

و

$$d(z)=d_0+d_1(z) \qquad (۵)$$

که d_0,d_1 کمیت‌هایی هستند که باید برازش شوند. در واقع d_0 نشان دهنده‌ی انتقال به سرخ مستقل از انحراف است و $d_1 z$ نشان دهنده‌ی انتقال به سرخ خطی وابسته به انحراف است.

در اینجا ما از داده‌های Union2 برای عبور از انرژی تاریک ناهمسانگرد استفاده می‌کنیم و جهاتی که برای ابرنواختر نوع یک در اینجا استفاده شده است در مرجع [٤] آمده است که در مختصات استوایی توصیف شده‌اند با مقایسه با نتایج دیگر، ما این مختصات را به مختصات کهکشانی (l,b) تبدیل می‌کنیم[٥].

با مقایسه مدول فاصله تجربی و نظری و استفاده از روش χ^2

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{557}\frac{\left[\mu^{obs}(z_i)-\mu^{th}(\vec{z}_i)\right]^2}{\sigma^2(z_i)} \qquad (٦)$$

می‌توان کمیت‌های مدل را به بهترین نحو محاسبه کرد.

مدل کوینتومی

مشاهدات کیهان‌شناسی نشان می‌دهند که جهان ما در یک فاز شتابدار قرار دارد. این شتاب را می‌توان به کمک انرژی تاریک که بیش از دو سوم محتوای عالم را دربرگرفته است، توضیح داد. گزینه‌های بسیاری برای تشریح انرژی تاریک وجود دارد که از جمله مهم‌ترین آنها می‌توان به ثابت کیهان‌شناسی، میدان‌های اسکالر، نظریه‌های اسکالر-تانسوری و... اشاره نمود. کمیت معادله‌ی حالت $\omega=P/\rho$ یکی از ویژگی‌های جالب توجه انرژی تاریک است که در آن P فشار و ρ چگالی انرژی می‌باشند. برای داشتن عالمی شتابدار بایستی شرط $\omega<-\frac{1}{3}$ برقرار باشد، از سویی دیگر داده‌های مشاهداتی گوناگونی نشان می‌دهند که معادله‌ی حالت انرژی تاریک اخیرا از مرز فانتوم ($\omega=-1$) عبور نموده است. چنین گذاری را با یک میدان اسکالر تنها نمی‌توان بدست آورد. یک راه حل ممکن برای تصدیق چنین گذاری، در نظر گرفتن فانتوم با کویتیزنس است که معروف به مدل کوینتومی است که در آن بیش از یک میدان اسکالر بکار می‌رود.

با دنبال کردن این موضوع، مدل کوینتومی نیاز به یک میدان اسکالر کویتیزنس σ و به طور همزمان به یک میدان اسکالر فانتوم ϕ دارد. شروع کار، با کنش مدل کوینتومی است که شامل میدان متعارف σ و میدان فانتومی ϕ است[٦].

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{1}{2}R-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\sigma\,\partial_\nu\sigma+V_\sigma(\sigma)+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\,\partial_\nu\phi+V_\phi(\phi)\right) \qquad (۷)$$

که درآن ما از واحد $(8\pi G=1)$ و $V_\sigma(\sigma),V_\phi(\phi)$ به ترتیب پتانسیل میدان فانتوم و کویتیزنس است. با وردش گرفتن از معادله‌ی کنش، معادلات فریدمن زیر بدست می‌آید:

$$H^2=\frac{1}{3}\left(\frac{\dot{\pm}^2}{2}+V_{\pm}(\pm)-\frac{\dot{¤}^2}{2}+V_{¤}(¤)\right) \quad (۸)$$

$$\dot{H}=-\frac{1}{2}\left(\dot{\pm}^2-\dot{¤}^2\right) \quad (۹)$$

که $H=\frac{\dot{a}}{a}$، کمیت هابل و دات اشاره به مشتق نسبت به زمان دارد. تغییر کنش معادله (۷) با توجه به میدان اسکالر، میدان فانتوم و کویتیزنس زیر تولید می‌شود:

$$\ddot{\pm}+3H\dot{\pm}+V_{\pm}'(\pm)=0 \quad (۱۰)$$

$$\ddot{¤}+3H\dot{¤}-V_{¤}'(¤)=0 \quad (۱۱)$$

علاوه براین می‌توانیم معادله حالت را به صورت زیر بنویسیم:

$$µ_{eff}=\frac{P_{\pm}+P_{¤}}{°_{\pm}+°_{¤}}=\frac{\dot{\pm}^2-\dot{¤}^2-2V_{\pm}(\pm)-2V_{¤}(¤)}{\dot{\pm}^2-\dot{¤}^2+2V_{\pm}(\pm)+2V_{¤}(¤)} \quad (۱۲)$$

حال به منظور مطالعه خواص دینامیکی سیستم، متغیرهای بدون بعد زیر را از رابطه (۸) بدست می‌آوریم:

$$x_{\pm}=\frac{\dot{\pm}}{\sqrt{6}H},\quad x_{¤}=\frac{\dot{¤}}{\sqrt{6}H},\quad y_{\pm}=\frac{\sqrt{V_{\pm}(\pm)}}{\sqrt{3}H},$$
$$y_{¤}=\frac{\sqrt{V_{¤}(¤)}}{\sqrt{3}H} \quad (۱۳)$$

قید فریدمن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$1=x_{\pm}^2+x_{¤}^2+y_{\pm}^2+y_{¤}^2 \quad (۱۴)$$

برای بررسی جواب‌ها از معادلات مشتق می‌گیریم:

$$\frac{dx_{\pm}}{dN}=-3x_{\pm}\left(1+x_{¤}^2-x_{\pm}^2\right)+\sqrt{\frac{3}{2}}y_{\pm}^2ª_{\pm} \quad (۱۵)$$
$$\frac{dx_{¤}}{dN}=-3x_{¤}\left(1+x_{¤}^2-x_{\pm}^2\right)+\sqrt{\frac{3}{2}}\left(1+x_{¤}^2-x_{\pm}^2-y_{\pm}^2\right)ª_{¤}$$
$$\frac{dy_{\pm}}{dN}=\frac{1}{2}y_{\pm}\left(6x_{\pm}^2-\sqrt{6}x_{\pm}ª_{\pm}-6x_{¤}^2\right)$$

که $\frac{d}{dN}$ مشتق نسبت به $N=\ln a$ است و متغیرهای فضای فاز را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$ª_{\pm}=-V_{\pm}'(\pm)/V_{\pm}(\pm),\ ª_{¤}=-V_{¤}'(¤)/V_{¤}(¤) \quad (۱۶)$$

حال معادلات (۱۵) را توسط بهترین برازش برای کمیت‌های $ª_{\pm}, ª_{¤}$ حل می‌نماییم.

بررسی همسانگردی و ناهمسانگردی در مدل کوینتوم

در این روش بهترین مقادیر کمیت‌های کیهان شناسی $ª_{\pm}, ª_{¤}$ برازش می‌کنیم. مقادیری که برای این کمیت‌ها بدست آوردیم به صورت زیر است.

در جهان همسانگرد $ª_{\pm}=-4.6, ª_{¤}=0.335$ و جهان ناهمسانگرد $ª_{\pm}=-6.9, ª_{¤}=0.350$ است و حداقل i^2 برای داده‌های ابرنواختر نوع یک در مورد جهان همسانگرد ۵۴۳/۰۵۱ و جهان ناهمسانگرد ۵۳۶/۷۹ به‌دست آمد. این نشان می‌دهد جهان ناهمسانگرد با داده‌های مشاهداتی مناسب‌تر است.

در حالت ناهمسانگردی علاوه بر کمیت‌های اصلی، (l,b,d_0,d_1) نیز باید برازش شوند. برازش این کمیت‌ها را در جدول (۱) طبقه‌بندی کردیم.

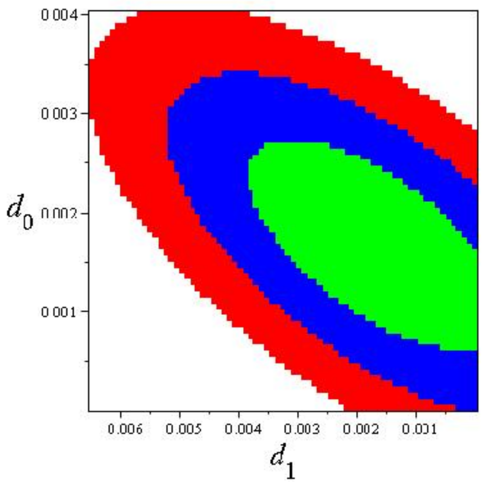
جدول۱ : جهت‌های ناهمسانگردی در ابرنواختر نوع یک

d_1	d_0	b°	l°
$-0.0012^{+0.0017+0.0028}_{-0.0017-0.0028}$	$0.0018^{+0.0008+0.0013}_{-0.0008-0.0013}$	-19.2^{+17+28}_{-16-27}	309^{+29+49}_{-27-45}

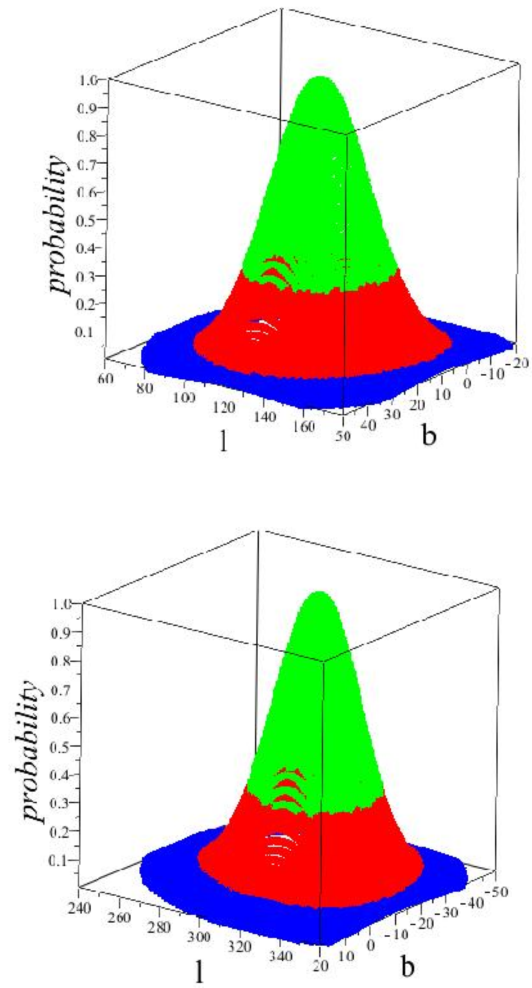
زوایای (l,b) نشان می‌دهد که جهت انبساط شتاب کیهان در این راستا بیشتر از راستاهای دیگر است. همان‌طور که از مقادیر (d_0,d_1) پیداست، سطوح ناهمسانگردی $d(z)$ نزدیک به صفر است و این نشان‌دهنده‌ی آن است که مدل ما هنوز با داده‌های ابرنواختر نوع یک سازگار است.

در شکل (۱) محدوده‌ی سطوح اطمینان (d_0,d_1) در 68.3% $99.7\%, 95.4\%$ از کمیت‌های ابرنواختر نوع یک را نشان دادیم.

در شکل(۲) احتمال دوبعدی کمیت (l,b) در هر دو جهت دوقطبی نشان دادیم همان‌طور که از شکل پیداست این دو جهت کاملا معادل هم هستند.



شکل۱: سطوح اطمینان d_0, d_1



شکل۲: احتمال دو بعدی کمیت l, b

نتیجه‌گیری

این یک فرض اساسی که می‌گوید جهان در مقیاس بزرگ همگن و همسانگرد است. با این حال، مشاهدات اخیر نشان می‌دهد که جهان ممکن است یک انحرافی از همسانگردی داشته باشد. برای توصیف ناهمسانگردی از مدل کوینتومی استفاده کردیم. همچنین، ابرنواختر نوع یک، به عنوان یک شمع استاندارد برای تست ناهمسانگردی جهان بکار بردیم و جهتی که برای ناهمسانگردی دوقطبی بدست آمد، $(l,b)=(309^{+29+49}_{-27-45}, -19.2^{+17+28}_{-16-27})$ است که با مطالعات دیگر در جدول (۲) مقایسه کردیم. همان‌طور که مشخص است نتایج مستقل از مدل کیهان‌شناسی است.

جدول۲ : مقایسه‌ی جهت دوقطبی در مطالعات مختلف

مشاهدات کیهان‌شناسی	l	b	مرجع
دوقطبی انرژی‌تاریک	309.2°	-8.6°	[۷]
دوقطبی انرژی‌تاریک	306°	-18°	[۸]
دوقطبی انرژی‌تاریک	306°	-13°	[۹]
در این مقاله	309°	-19.2°	

مرجع‌ها

[۱] J. A. King, et al., Mon. Not. R. Astron. Soc. 422, 3370 (2012)[arXiv:1202.4758v1 [astro-ph.CO]]

[۲] P. A. R. Ade, et al., [Planck Collaboration], A&A Volume 571, November 2014 [arXiv: 1303.5083]

[۳] C. G. Tsagas, Phys.Rev.D84:063503,2011 arXiv:1107.4045 [astro-ph.CO]; C. G. Tsagas, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 405, 503 (2010) [arXiv:0902.3232 [astro-ph.CO]];

[٤] M. Blomqvist, J. Enander and E. Mortsell, *JCAP* 1010, 018 (2010) [arXiv:1006.4638 [astro-ph.CO]].

[٥] P. Duffett-Smith, '*Practical Astronomy with your Calculator*'. Cambridge University Press(1989).

[٦] G.Leon, Y. Leyva and J. Socorro, 25 Feb 2013 [arXiv:1208.0061v2 [gr-qc]]

[۷] J.S Wang, F.Y Wang, Mon. Not. R. Astron. Soc., (2014) [arxiv.org/abs/1406.6448v1]

[۸] Z. Chang, M.H. Lin, X. Li, S. Wang, Modern Physics Letters A 29, 1450067 (2014) [arXiv:1405.3074v1 [astro-ph.CO]]

[۹] R.G. Cai, Y.Z. Ma, B.Tang, Z.L. Tuo, Phys, 9*Jul 2013* [arXiv:1303.0961v4 [astro-ph.CO]]

تورم در گرانش برنز- دیکی

طهماسب زاده، بهزاد[۱]؛ رضازاده، کاظم[۲]؛ کرمی، کیومرث[۲]

[۱]دانشکده فیزیک، مرکز تحصیلات تکمیلی علوم پایه، زنجان

[۲]گروه فیزیک، دانشگاه کردستان، سنندج

چکیده

در اینجا به بررسی تورم در گرانش برنز–دیکی به عنوان مدل خاصی از گرانش اسکالر–تانسور می‌پردازیم و کمیت‌های مشاهداتی تورمی را برحسب شکل کلی پتانسیل برای هر دو چارچوب جُردن و اینشتین به‌دست می‌آوریم. با نشان دادن معادل بودن این دو چارچوب در رژیم غلتش آهسته، نتایج به‌دست آمده برای پتانسیل‌های تورمی مختلف را با نتایج مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ مقایسه می‌کنیم. بررسی ما نشان می‌دهد که رفتار بعضی از پتانسیل‌های تورمی در چارچوب گرانش برنز–دیکی نسبت به رفتار آن‌ها در مدل استاندارد تورم که بر پایه‌ی گرانش اینشتین است، متفاوت می‌باشد.

Inflation in Brans-Dicke Gravity

Tahmasebzadeh, Behzad[1]; Rezazadeh, Kazem[2]; Karami, Kayoomars[2]

[1]Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan
[2]Department of Physics, University of Kurdistan, Sanandaj

Abstract

Here, we study inflation in the Brans-Dicke gravity as a special model of the scalar-tensor gravity and obtain the inflationary observables in terms of the general form of the potential for both the Jordan and Einstein frames. Showing the equivalence of these two frames in the slow-roll regime, we compare the results of various inflationary potentials in light of the Planck 2015 results. Our study shows that the predictions of some inflationary potentials in the Brans-Dicke gravity are different from those obtained in the standard inflationary model based on the Einstein gravity.

PACS No. 98.80.Cq

مقدمه

نظریه‌ی گرانش اسکالر- تانسور برای اولین بار در سال ۱۹۵۰ توسط جُردن پایه‌گذاری شد و در سال ۱۹۶۱ برنز و دیکی شکل خاصی از این گرانش را مطرح کردند.

شکل کنش برنز- دیکی در چارچوب جُردن به‌صورت زیر است [۱]:

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\varphi R-\frac{\omega}{2\varphi}\left(\nabla\varphi\right)^2-U\left(\varphi\right)\right] \tag{۱}$$

که در آن فرض شده است $M_P=1/\sqrt{8\pi G}=1$ و همچنین ω پارامتر برنز- دیکی نامیده می‌شود که یک پارامتر ثابت است. دو معادله‌ی میدان مستخرج از کنش بالا در تقریب غلتش آهسته به صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$3H^2\varphi-U\simeq 0 \tag{۲}$$

$$3H\dot{\varphi}+\frac{2}{2\omega+3}\left(\varphi U_{\varphi}-2U\right)\simeq 0 \tag{۳}$$

همچنین، رابطه‌ی تعداد ایتا در تقریب غلتش آهسته به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [۱]:

$$N = \frac{2\omega+3}{2}\int_{\varphi_{end}}^{\varphi}\frac{U d\varphi}{\varphi\left(\varphi U_{\varphi} - 2U\right)} \qquad (۴)$$

این رابطه در تقریب غلتش آهسته در هر دو چارچوب جُردن و اینشتین یکسان است. غلتش اهسته به این معنا است که جمله‌ی پتانسیلی در طول تورم بر جمله‌ی جنبشی غالب باشد. این شرط به رابطه‌ی زیر منجر می‌شود:

$$U \gg \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{\omega^{1/2}}{(2\omega+3)}\left(\varphi U_{\varphi} - 2U\right) \qquad (۵)$$

در نظر گرفتن این شرط قیدی برای ما تعیین می‌کند که کدام پتانسیل‌ها در مدل برنز-دیکی می‌توانند از ویژگی غلتش آهسته در دوره‌ی تورم برخوردار باشند. حال برای اینکه بررسی کنیم کدام پتانسیل‌ها در دوره تورم این شرط را ارضا می‌کنند، کافی است برای ω های کوچک این شرط را بررسی کنیم. همچنین، برای داشتن تورم غلتش آهسته، لازم است که پارامتر غلتش آهسته‌ی اول خیلی کوچکتر از واحد باشد و این شرط به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varepsilon_1 = \frac{-\dot{H}}{H^2} = \frac{1}{(2\omega+3)}\frac{\left(\varphi U_{\varphi} - 2U\right)\left(\varphi U_{\varphi} - U\right)}{U^2} \ll 1 \qquad (۶)$$

ما برای ωهای مختلف، دو شرط (۵) و (۶) را برای پتانسیل‌هایی که در این مقاله بررسی شده‌اند، در طول دوره تورم از ایتای صفر تا ۷۰، به طور عددی بررسی کرده‌ایم و نتیجه گرفتیم که این دو شرط برای آن‌ها به خوبی بر قرار هستند.

با توجه به [۲]، پارامترهای غلتش آهسته برای مدل برنز-دیکی به‌صورت زیر نتیجه می‌شوند:

$$\varepsilon_1 = \frac{-\dot{H}}{H^2},\ \varepsilon_2 = \frac{\ddot{\varphi}}{H\dot{\varphi}},\ \varepsilon_3 = \frac{\dot{\varphi}}{2H\dot{\varphi}},\ \varepsilon_4 = 0 \qquad (۷)$$

با استفاده از پارامترهای غلتش آهسته، کمیت‌های مشاهداتی تورمی در چارچوب جُردن نوشته می‌شوند [۳] که برای مدل برنز-دیکی در رژیم غلتش آهسته به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

طیف توان اختلالات اسکالری:

$$P_R = \frac{2\omega+3}{24\pi^2}\frac{U^3}{\varphi^2\left(\varphi U_{\varphi} - 2U\right)^2} \qquad (۸)$$

نسبت تانسور به اسکالر:

$$r = \frac{16}{2\omega+3}\frac{\left(\varphi U_{\varphi} - 2U\right)^2}{U^2} \qquad (۹)$$

شاخص طیفی اسکالری:

$$n_s - 1 = \frac{2}{(2\omega+3)U^2}\left[\varphi\left(6UU_{\varphi} + 2UU_{\varphi\varphi}\varphi - 3\varphi U_{\varphi}^2\right) - 4U^2\right] \qquad (۱۰)$$

رانش شاخص طیفی اسکالری:

$$\frac{dn_s}{d\ln k} = -8\varepsilon_1^2 - 2\varepsilon_2^2 - 3\varepsilon_3^2 - 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_3 \qquad (۱۱)$$

چون مدل برنز-دیکی جز مدل‌های تک‌میدانه است و از شرایط اولیه‌ی استاندارد برخوردار است، با توجه به [۴] فقط کافی است که پارامتر ناگوسیت در حالت متساوی‌الاضلاع مورد ارزیابی قرار گیرد. با توجه به [۵]، پارامتر ناگوسیت متساوی‌الاضلاع برای مدل برنز-دیکی با استفاده از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{\rm NL}^{\rm equil} = -\frac{5}{4}\varepsilon_2 + \frac{5}{6}\varepsilon_3 \qquad (۱۲)$$

با استفاده از تبدیلات همدیس می‌توان پارامترهای مشاهداتی تورمی را در چارچوب اینشتین به‌دست آورد که در تقریب غلتش آهسته، نتایج همانند شکل آن‌ها در چارچوب جُردن است.

برای رسم نمودارها ، ابتدا میدان اسکالر را به صورت تحلیلی در پایان تورم به‌دست می‌آوریم. سپس با استفاده از میدان در پایان تورم و معادله‌ی تعداد ایتا (۴)، میدان اسکالر را در لحظه‌ی خروج اختلالات از افق با ایتای ۵۰ یا ۶۰، به صورت عددی محاسبه می-کنیم. نهایتاً این میدان به‌دست آمده را در پارامترهای مشاهداتی (۸) تا (۱۲) قرار می‌دهیم و نمودارها را به‌ازای ω های مختلف رسم می‌کنیم.

بررسی مدل‌های تورمی با پتانسیل‌های مختلف

در این قسمت پتانسیل‌های تورمی را که در گرانش برنز-دیکی بررسی خواهیم کرد، معرفی می‌کنیم. نتایج نهایی این پتانسیل‌ها در مقایسه با نتایج مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ [۶] در شکل‌های مربوطه نشان داده شده‌اند. اکثر این پتانسیل‌ها را با توجه به این‌که در مدل استاندارد تورم مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند، انتخاب کردیم [۶].

پتانسیل توانی

$$V(\varphi) = V_0\varphi^n \qquad (۱۳)$$

این پتانسیل جزء مدل‌های تورم آشوبناک است. شرط پایان تورم و لزوم مثبت بودن پارامتر هابل به قید $n > 2$ برای ایـن پتانسـیل در گرانش برنز- دیکی منجر می‌شوند. به‌ازای این مقادیر برای پـارامتر n پیش‌بینی مدل خارج از محدوده‌ی مجاز بر طبق داده‌های پلانک ۲۰۱۵ [۶] قرار می‌گیرد.

پتانسیل D-غشایی

$$V(\varphi) = V_0\left(1 - \frac{\mu^p}{\varphi^p} + \ldots\right) \qquad (۱۴)$$

این شکل پتانسیلی مربوط به تورم در ابعاد بالاتر از سه اسـت. مـا این پتانسیل را به‌ازای $p = 4$ بررسی کرده‌ایم کـه نمـودار $r - n_s$ آن در شکل ۱ نشان داده شده است. نقطه‌های کـوچکتر و بزرگتـر، به ترتیب، به تعداد ایتای ۵۰ و ۶۰ مربوط می‌شوند. همچنین، خط-های پیوسته و خط چین برای مقادیر مختلف پـارامتر برنـز-دیکـی رسم شده‌اند. در شکل ناحیه‌های ۶۸٪ و ۹۵٪ برطبق داده‌هـای داده پلانک ۲۰۱۵ [۶]، به ترتیب، با رنگ‌های پررنگ‌تـر و کـم‌رنـگ‌تـر مشخص شده‌اند. نتیجـه‌ی پتانسـیل D-غشـایی در گـرانش برنـز- دیکی مـی‌توانـد در ناحیـه‌ی ۶۸٪ داده‌هـا پلانـک ۲۰۱۵ [۶] قـرار بگیرد.

پتانسیل تپه‌ای

$$V(\varphi) = V_0\left(1 - \frac{\varphi^p}{\mu^p} + \ldots\right) \qquad (۱۵)$$

این شکل پتانسیلی توسط لیث و بوبیکر در سال ۲۰۰۵ ارائـه شـد [۶]. ما این پتانسیل را به‌ازای $p = 1,2,3,4,6$ بررسی کردیم کـه نتایج آن می‌توانـد در ناحیـه‌ی ۹۵٪ داده‌هـای پلانـک ۲۰۱۵ قـرار بگیرد.

پتانسیل هیگز

$$V(\varphi) = V_0\left[1 - \left(\frac{\varphi}{\mu}\right)^2\right] \qquad (۱۶)$$

نتیجه‌ی این پتانسیل در گرانش برانز-دیکی مسـتقل از پـارامتر μ است و پیش‌بینی آن مـی‌توانـد در ناحیـه‌ی ۹۵٪ داده‌هـای پلانـک ۲۰۱۵ [۶] قرار بگیرد.

پتانسیل کُلمن-واینبرگ

$$V(\varphi) = V_0\left[\left(\frac{\varphi}{\mu}\right)^4\left[\ln\left(\frac{\varphi}{\mu}\right) - \frac{1}{4}\right] + \frac{1}{4}\right]^2 \qquad (۱۷)$$

نتیجه‌ی این پتانسیل نیز در گرانش برانز-دیکی مستقل از پارامتر μ است و عملکرد خوبی نسبت به مدل استاندارد ندارد.

پتانسیل طبیعی

$$V(\varphi) = V_0\left[1 + \cos\left(\frac{\varphi}{f}\right)\right] \qquad (۱۸)$$

این پتانسیل تناوبی توسط فریز و آدامز برای تورم پیشنهاد شد [۶]. این پتانسیل برای مقادیر $M_P > 2\pi f$ مانند یـک پتانسـیل بـزرگ میدان رفتار می‌کند و به‌ازای مقادیر $M_P < 2\pi f$ ماننـد پتانسـیل-های کوچک میدان رفتار می‌کند. نمودار $r - n_s$ برای این پتانسـیل در گرانش برنز-دیکی در شکل ۲ نشان داده شده است.

پتانسیل نمایی

$$V(\varphi) = V_0 e^{-b\varphi} \qquad (۱۹)$$

نمودار ایـن پتانسـیل در گـرانش برنـز-دیکـی نیـز ماننـد گـرانش استاندارد خارج از محدوده‌ی مجاز بر طبق داده‌های پلانـک ۲۰۱۵ واقع می‌شود .

پتانسیل لگاریتمی (شکست خودبخودی ابرتقارن)

$$V(\varphi) = V_0\left(1 + b\ln\varphi\right) \qquad (۲۰)$$

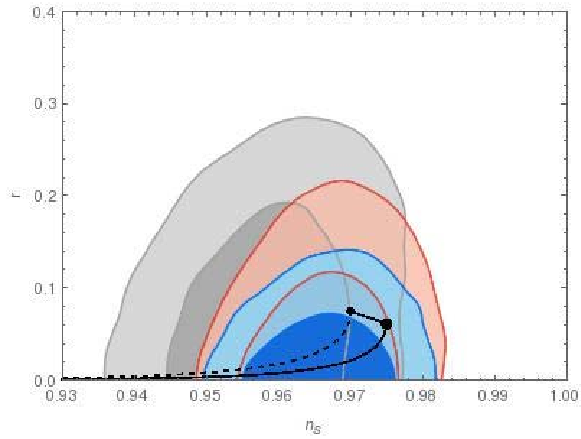
که در آن $b > 0$. این پتانسیل توسط لینده و کوپلند در سال ۱۹۹۴ برای مدل‌های هیبریدی پیشنهاد شد. این پتانسیل در گرانش برنـز-دیکی می‌تواند با داده‌های پلانک ۲۰۱۵ [۶] بـا حـد اطمینـان ۶۸٪ سازگار باشد.

پتانسیل مربوط به تورم استاروبینسکی در گرانش برنز-دیکی

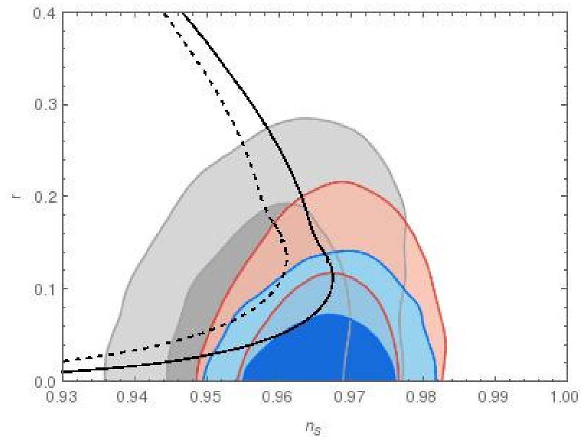
$$V(\varphi) = V_0\left(\varphi - \varphi_0\right)^2 \qquad (۲۱)$$

این پتانسیل به‌ازای پارامتر برنز-دیکی صفر ($\omega = 0$) همـان تـورم استاروبینسکی را نتیجه می‌دهد و همان‌طور که در شکل ۳ می‌بینیم، نتیجه‌ی آن دقیقاً در ناحیه‌ی ۶۸٪ داده‌های پلانـک ۲۰۱۵ [۶] قـرار می‌گیرد. شکل دیگری از این مدل در [۱] بررسی شده است.

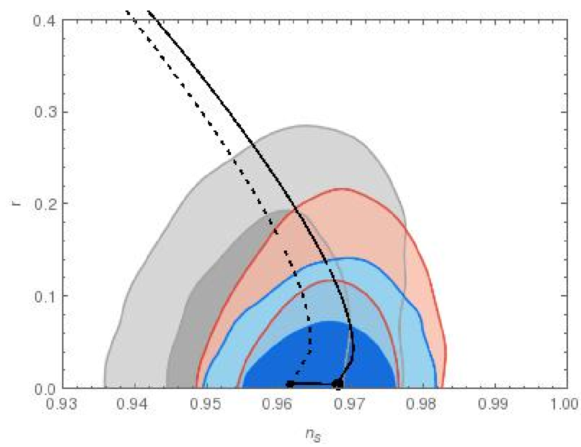
در جدول‌هـای ۱ و ۲ محـدوده‌ی ω، رانـش شـاخص طیفـی اسکالری و پارامتر ناگوسیت برای پتانسیل‌هایی که سازگاری بهتری داشتند، بیان شده‌اند که همگی در محدوده‌ی مجاز داده های پلانک ۲۰۱۵ [۶] قرار دارند.



شکل ۱: نمودار $r-n_s$ پتانسیل D–غشایی با $p=4$ در گرانش برنز–دیکی در مقایسه با داده های مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵. ناحیه‌های خاکستری، قرمز و آبی به ترتیب به داده‌های Planck 2013، Planck 2015 TT+lowP و Planck 2015 TT,TE,EE+lowP مربوط می‌شوند [۵].



شکل ۲: مشابه شکل ۱ اما برای پتانسیل طبیعی.



شکل ۳: مشابه شکل ۱ اما برای پتانسیل مربوط به تورم استاروبینسکی.

جدول ۱: محدوده‌ی سازگاری پتانسیل‌های تورمی

پتانسیل تورمی	محدوده‌ی پارامتر ω و ناحیه‌ی سازگاری برای تعداد ایتای ۶۰
D–غشایی با $p=4$	900 ^ ω ^ 10000 ناحیه‌ی ۶۸٪
لگاریتمی	270 ^ ω ^ 4000 ناحیه‌ی ۶۸٪
مربوط به تورم استاروبینسکی	0 ^ ω ^ 4000 ناحیه‌ی ۶۸٪

جدول۲ : ارزیابی سایر کمیت‌های مشاهداتی تورمی

پتانسیل تورمی	رانش شاخص طیفی اسکالری $dn_s/d\ln k$	پارامتر ناگوسیت $f_{\rm NL}^{\rm equil}$
D–غشایی با $p=4$	$(-0.0008,-0.0002)$	$(-0.0168,-0.0074)$
لگاریتمی	$(-8\times10^{-5},-4\times10^{-7})$	$(-0.0004,-0.0058)$
مربوط به تورم استاروبینسکی	$(-0.0006,-0.0004)$	$(-0.0004,0.0032)$

نتیجه‌گیری

همان‌گونه که مشاهده شد، پارامترهای مشاهداتی تورمی برای گرانش برنز–دیکی در رژیم غلتش آهسته در چارچوب جُردن و اینشتین یکسان به‌دست می‌آیند. همچنین پتانسیل‌هایی مانند D–غشایی و پتانسیل لگاریتمی مربوط به شکست خودبخودی ابرتقارن که در گرانش استاندارد رفتار مناسبی نداشتند در چارچوب گرانش برنز–دیکی سازگاری بسیار خوبی با نتایج مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ از خود نشان می‌دهند.

مرجع‌ها

[۱] M. Artymowski, Z. Lalak, M. Lewicki, JCAP **06**, 031 (2015).
[۲] J. Hwang, H. Noh, Phys. Rev. D **54**, 1460 (1996).
[۳] A. De Felice, S. Tsujikawa; Living Rev. Relativity **13**, 3 (2010).
[۴] D. Baumann, arXiv:0907.5424.
[۵] A. De Felice, S. Tsujikawa, JCAP **04**, 029 (2011).
[۶] P.A.R. Ade, et al., arXiv:1502.02114.

ناپایداری تشکیل سیاه‌چاله در رمبش گرانشی

طهماسبی، مرتضی؛ غفارنژاد، حسین

دانشکده فیزیک ، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران، صندوق پستی: ۱۹۱۱۱-۳۵۱۳۱

چکیده

ما در اینجا به بررسی سناریو کلاسیکی که توسط اپنهایمر، اسنایدر و دت، درباره رمبش گرانشی یک ابر مادی عظیم ارائه شده، می پردازیم و پایداری آن را تحت اعمال تنش‌های مماسی کوچک می‌آزماییم. ما با ارائه یک نوع صریح و روشن از اختلالات تنشی مماسی که از لحاظ فیزیکی معتبرند، نشان می‌دهیم که اعمال یک فشار مماسی، هرچند کوچک، می‌تواند به طور کیفی سرنوشت نهایی رمبش را از یک حالت نهایی سیاه‌چاله به یک تکینگی برهنه تغییر دهد. این ناپایداری تشکیل سیاه‌چاله در رمبش را نشان می‌دهد و ما را متوجه اهمیت ماهیت نظریه سانسور کیهانی و فرمول‌بندی‌های ممکن آن می‌سازد. تاثیراصلی این اختلالات تغییردادن الگوی تشکیل سطح به دام افتاده درون ابر رمبش‌کننده و ساختار افق آشکار است. این مرئی شدن تکینگی و مفاهیم مورد بحث را مجاز می‌سازد.

The instability of black hole formation in gravitational collapse

Tahmasbi, Morteza; Ghaffarnejad, Hossein

Department of Physics, Semnan University,Semnan, Iran, Zip Code:35131-19111

Abstract

We consider here the classic scenario given by Oppenheimer, Snyder, and Datt, for the gravitational collapse of a massive matter cloud, and examine its stability under the introduction of small tangential stresses. We show, by offering an explicit class of physically valid tangential stress perturbations, that an introduction of tangential pressure, however small, can qualitatively change the final fate of collapse from a black hole final state to a naked singularity. This shows instability of black hole formation in collapse and throws important light on the nature of cosmic censorship hypothesis and its possible formulations. The key effect of these perturbations is to alter the trapped surface formation pattern within the collapsing cloud and the apparent horizon structure. This allows the singularity to be visible, and implications are discussed.

PACS No.

مقدمه:

رمبش گرانشی پیوسته یک ابر عظیم مادی درون چارچوب نسبیت عام، اولین بار توسط کارهای کلاسیکی اپنهایمر، اسنایدر، و دت (OSD) [۱] بررسی شد. که برای حالت نهایی ستاره، مطابق با حدس سانسور کیهانی[۲]، سیاه‌چاله را پیش‌بینی می‌کرد. حدسی که علی‌رغم تلاش‌های فراوان هنوز به صورت یک حدس اثبات نشده باقی مانده است.

اکنون می‌دانیم که تحت یک طیف گسترده از شرایط واقعی فیزیکی، رمبش، بسته به شرایط اولیه‌ای که رمبش از آن توسعه یافته و تحولات دینامیکی که توسط معادلات اینشتین مجاز هستند، در یک سیاه چاله یا یک تکینگی برهنه پایان می یابد. اکنون واضح است که تکینگی‌های برهنه به عنوان یک ویژگی کلی فیزیک نسبیت عام در نظر گرفته می‌شوند و می‌توانند به عنوان حالت نهایی رمبش در یک طیف گسترده از شرایط فیزیکی رمبش، توسعه یابند.

در نتیجه یک مطالعه دقیق روی پدیده رمبش گرانشی در نسبیت‌عام، راهی اساسی است، برای اینکه نظریه سیاه‌چاله‌ها و مفاهیم اخترفیزیکیشان را روی پایه‌های محکم بنا کنیم.

از یک چنین منظری، ما در اینجا تاثیر اعمال اختلالات تنشی کوچک را در دینامیک رمبش گرانشی کلاسیک اپنهایمر-اسنایدر- دت بررسی می‌کنیم، مدلی ایده‌آل با فرض فشار صفر، که نهایتا در یک سیاه‌چاله پایان می‌یابد.

حل معادلات اینشتین:

متریک را می توان بصورت زیر نوشت:

$$ds^2=-e^{2\nu(r,t)}dt^2+e^{2\psi(r,t)}dr^2+R(t,r)^2d\Omega^2 \qquad (۱)$$

با تانسور تنش–انرژی برای منبع مادی عام که توسط $T^t_t=-\rho, T^r_r=p_r, T^\theta_\theta=T^\phi_\phi=p_\theta$ داده شده است.

برای تصمیم راجع به پایداری یا صورت دیگر مدل OSD تحت تزریق اختلالات تنشی کوچک، ما نیاز داریم تا دینامیک ابر رمبش‌کننده را تابعی از معادلات اینشتین در نظر بگیریم. ابتدا ما

یک تابع مقیاس پذیر $\upsilon(r,t)$ را توسط رابطه $R=r\upsilon$ [۴] تعریف می‌کنیم. معادلات اینشتین برای (۱) به شکل زیر هستند:

$$p_r=-\frac{\dot{F}}{R^2\dot{R}},\ \rho=\frac{F'}{R^2R'} \qquad (۲)$$

$$\nu'=2\frac{p_\theta-p_r}{\rho+p_r}\frac{R'}{R}-\frac{p'_r}{\rho+p_r} \qquad (۳)$$

$$2\dot{R}'=R'\frac{\dot{G}}{G}+\dot{R}\frac{H'}{H} \qquad (۴)$$

$$F=R(1-G+H) \qquad (۵)$$

در اینجا توابع H و G را به صورت $H=e^{-2\nu(r,\upsilon)}\dot{R}^2$ و $G=e^{-2\psi(r,\upsilon)}R'^2$، تعریف می‌نماییم. در بالا ۵ معادله و ۷ مجهول، به نام های $\rho, p_r, p_\theta, R, F, G, H$ هست. در اینجا ρ چگالی جرم–انرژی است، p_r و p_θ به ترتیب تنش‌های شعاعی و مماسی هستند، R شعاع فیزیکی ابرمادی، و F تابع جرم است.

با تعاریف بالا از H ، υ و G ما می توانیم مجهولات R و H را با υ و ν جایگزین کنیم. بدون از دست دادن کلیت، تابع υ را در زمان ابتدایی $t_i=0$ میتوان به صورت $\upsilon(t_i,r)=1$ درنظر گرفت. سپس در زمان تکینگی فضا–زمان t_s به صفر میل می‌کند، که این متناسب است با $R=0$ که یعنی $\upsilon(t_s,r)=0$. مقادیر بالا در زمان ابتدایی دارای مقیاس بندی $R=r$ است. در اینجا شرط رمبش در سراسر تحول عبارت است از $\dot{R}<0$ که با $\dot{\upsilon}<0$ معادل است.

ما می توانیم با تعریف تابع منظم مناسب $A(r,\upsilon)$ توسط رابطه $\nu'\equiv A_{,\upsilon}(r,\upsilon)R'$ از معادله (۴) انتگرال بگیریم و G را به صورت $G(r,t)=b(r)e^{2rA(r,\upsilon)}$ بدست آوریم. تابع $b(r)$ را به سرعت پوسته های رمبش کننده وابسته است، و وقتی آن را به صورت $b(r)=1+r^2b_0(r)$ بنویسیم، $b_0=const$ است. که در حد غبار به مدل های باز$(b_0<0)$، بسته $(b_0>0)$ ،یا تخت $(b_0=0)$، فریدمن–رابرتسون – واکر، بستگی دارد. وقتی که یک انتخاب خاص برای تابع $F(r,t)$ ساخته شود، تنش شعاعی p_r و چگالی انرژی ρ از معادله (۲) بدست می آیند. تابع ν را می‌توان به عنوان دومین تابع آزاد در نظر گرفت، بطوریکه وقتی یک شکل خاص برای ν مشخص شود، معادله (۳) مشخصات تنش مماسی p_θ را ارائه میدهد. در پایان، ما می‌توانیم از معادله حرکت (۵)، انتگرال بگیریم تا $\upsilon(r,t)$ بدست آید.

ما همچنین می توانیم تابع $\upsilon(r,t)$ را، در t معکوس کنیم، تا زمان لازم برای اینکه پوسته ای در هر مقدار شعاعی r به رویدادی با مقدار خاص υ برسد. ما بااستفاده از معادله (۵) تابع $t(r,\upsilon)$ را به صورت زیر می نویسیم:

$$t(r,\upsilon)=\int_\upsilon^1\frac{e^{-\nu}}{\sqrt{\frac{F}{r^3\tilde{\upsilon}}+\frac{be^{2rA}-1}{r^2}}}d\tilde{\upsilon} \qquad (۶)$$

زمان صرف شده توسط پوسته واقع در r برای رسیدن به تکینگی فضا– زمان در $\upsilon=0$، $t_s(r)=t(r,0)$ است.

چون $t(r,\upsilon)$ به طور کلی در همه جای فضا– زمان حداقل C^2 است (به دلیل نظم توابع)، و پیوستگی در مرکز، ما می‌توانیم آن را به صورت زیر بنویسیم:

$$t(r,\upsilon)=t(0,\upsilon)+r\chi(\upsilon)+O(r^2) \qquad (۷)$$

وقتی $t(r,\upsilon)$ دیفرانسیل پذیر باشد، ما می‌توانیم یک بسط تیلور حول مرکز$r=0$ ایجاد کنیم. اینجا $t(0,\upsilon)$ مقدار انتگرال بالا در$r=0$ است و $\chi(\upsilon)=\frac{dt}{dr}\Big|_{r=0}$ است. $\chi(0)$ نقشی مهم در تعیین ماهیت تکینگی نهایی رمبش ایفا می‌کند. ما رمبش را از یک اطلاعات اولیه منظم بررسی می‌کنیم و به همین ترتیب برای اینکه در مرکز چگالی منظم باشد، و همچنین $t(0,\upsilon)$ خوش تعریف باشد، معادله (۵) اینشتین دلالت دارد بر اینکه تابع جرم در مرکز به صورت r^3 در بیاید. بنابراین، در کل، F باید به شکل $F(r,\upsilon)=r^3M(r,\upsilon)$ باشد، که M در اینجا یک تابع منظم مناسب است. سپس، به طور پیوسته، زمان برای هر پوسته واقع در هر r نسبت به مرکز برای دستیابی به تکینگی به صورت $t_s(r)=t_s(0)+r\chi(0)+O(r^2)$ است. این بدین معنی است که منحنی تکینگی باید در مرکز یک مماس خوش تعریف داشته باشد. نظم در مرکز همچنین باعث می‌شود تابع متریک ν نتواند در یک همسایگی بسته از $r=0$ جمله ثابت یا خطی از r داشته باشد، و باید در نزدیک مرکز به صورت$\nu\sim r^2$ باشد. بنابراین کلی ترین انتخاب برای تابع آزاد ν به صورت زیر است:

$$\nu(r,\upsilon)=r^2g(r,v) \qquad (۸)$$

تابع منظم $g(r,\upsilon)$ را می‌توان حول $r=0$ به شکل زیر نوشت:

$$g(r,\upsilon)=g_0(\upsilon)+g_1(\upsilon)r+g_2(\upsilon)r^2 \qquad (۹)$$

سناریوی OSD و اختلال در آن:

سناریوی رمبش گرانشی OSD یک ابر غبارهمگن رمبش کننده است که منجر به یک سیاه‌چاله می‌شود، ما اکنون مایلیم تا چگونگی دگرگونی آن را وقتی اختلالات تنشی کوچک در تکامل دینامیکی رمبش اعمال می‌شوند، بررسی کنیم.

بدین منظور، ابتدا متذکر می شویم که اگر در بالا $p_r=p_\theta=0$ باشد، سناریوی غبار بدست می‌آید. در این مورد، از معادله (۳) نتیجه می‌شود که $\nu'=0$ و به همراه شرط $\nu(0)=0$ ، $\nu=0$ را نتیجه خواهد داد.

مورد OSD وقتی از بالا بدست می‌آید که به طور خاص، شرایط زیر اعمال شوند:

(a) $M=M_0$

(b) $\upsilon=\upsilon(t)$

(c) $b_0(r)=k$

پس ما داریم $F'=3M_0r^2$، $R'=\upsilon$ و چگالی انرژی در سراسر رمبش همگن است و با $\rho=\rho(t)=3M_0/\upsilon^3$ داده می شود. هندسه فضا–زمان به صورت متریک اپنهایمر - اسنایدر می شود:

$$ds^2=-dt^2+\frac{\upsilon^2}{1+kr^2}dr^2+r^2\upsilon^2d\Omega^2 \qquad (۱۰)$$

در اینجا تابع $\upsilon(t)$ حل معادله حرکت $\frac{d\upsilon}{dt}=\sqrt{(M_0/\upsilon)+k}$ که از (۵) بدست آمده است. در این مورد ما به طور یکسان $\chi(0)=0$ را بدست می‌آوریم. همه پوسته‌های مادی سپس به یک تکینگی همزمان رمبش می‌کنند (به علت شرط(b))،که لزوما با افق رویداد که در یک زمان زودتر در فضا– زمان توسعه پیدا کرده، پوشانده شده است، در نتیجه به سیاه‌چاله منجر می‌شود.

برای آزمایش اثر اعمال اختلالات تنشی در سناریو بالا به مختل کردن یکی یا همه شرایط (a) ، (b) یا (c) احتیاج داریم .

اگر نتیجه رمبش یک سیاه‌چاله نباشد، تکینگی نهایی رمبش نمی تواند همزمان باشد. ما شرط (b) را آرام می‌گیریم وفقط $\upsilon(r,t)$ را جایگزین $\upsilon(t)$ می‌کنیم. در همان زمان برای اینکه خیلی زیاد از مدل OSD دور نشویم شروط (a) و (c) را بدون تغییر نگه می داریم. این همچنین نقش ایفا شده توسط اختلالات تنشی را در مدل، روشن‌تر می‌سازد.

در (۱)، که تابع متریک $\nu(t,r)$ برای نوع غبار باید به طور یکسان از بین برود، مقادیر بالا اختلالات در ν را مجاز می‌کنند، و به آن اجازه می‌دهند تا غیرصفر باشد. که هم ارز است با اعمال اختلالات تنشی کوچک در مدل، و نشان خواهیم‌داد چگونه بر توسعه افق ظاهری در ابر رمبش‌کننده تاثیر می‌گذارد.

بلافاصله متذکر می‌شویم که اگر $M=M_0$ بگیریم به $F=r^3M_0$ منجر خواهد شد. برای $r\to0$ داریم : $R'=\upsilon+r\upsilon'\to\upsilon$، و از این رو $A_{,\upsilon}=\nu'/\upsilon$ را بدست می‌آوریم. با بسط حول $r = 0$ برای هر دوی A و g ما رابطه بین ضرایب بسط g و A را بدست خواهیم آورد. با انتگرال‌گیری از (۴) در حد r کوچک ما بدست می آوریم:$G(r,t)=b(r)e^{2\nu(r,\upsilon)}$. در این مورد چون $\dot{F}=0$ ، تنش شعاعی p_r رو به صفر می‌رود، حال آنکه فشار مماسی، بدست آمده از معادله (۳)، به شکل $p_\theta=p_1r^2+p_2r^3+\ldots$ است، در اینجا p_1,p_2 به طور طبیعی در جمله‌هایی با ضرایب g، m و R و مشتقاتشان ارزیابی می‌شوند،

$$p_\theta=3\frac{M_0g_0}{\upsilon R'^2}r^2+\frac{9}{2}\frac{M_0g_1}{\upsilon R'^2}r^3+\ldots \qquad (۱۱)$$

اینجا انتخاب علامت توابع g_0 و g_1 برای اطمینان از مثبت یا منفی بودن p_θ کافی است.

ضریب مرتبه اول χ در معادله منحنی زمان تکینگی $t_s(r)$ اکنون به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\chi(0)=-\int_0^1\frac{\upsilon^{\frac{3}{2}}g_1(\upsilon)}{(M_0+\upsilon k+2\upsilon g_0(\upsilon))^{\frac{3}{2}}}d\upsilon \qquad (۱۲)$$

همانطور که در بالا گفته شد ،ماهیت منحنی تکینگی و چه افزایش یا چه کاهش آن دور از مرکز، تابعی از $\chi(0)$ است. به طور واضح ، اطلاعات اولیه ماده در جمله‌هایی از چگالی و مشخصات تنش، سرعت پوسته‌های رمبش‌کننده، و تحولات دینامیکی مجاز $\chi(0)$ را تعیین و تثبیت می‌کنند.

$\chi(0)$ همچنین رفتار افق ظاهری و شکل‌گیری سطح به دام افتاده را تعیین می‌کند. معادله افق ظاهری توسط $F/R=1$ داده شده است. این مشابه مورد غبار است چون در هر دو مورد $F/R=rM/\upsilon$ است. بنابراین منحنی افق ظاهری توسط $r^2_{ah}=\frac{\upsilon_{ah}}{M_0}$، با $\upsilon_{ah}=\upsilon(r_{ah}(t),t)$ داده می‌شود، که می‌تواند همچنین به عنوان یک منحنی زمان $t_{ah}(r)$ معکوس شود:

$$t_{ah}(r)=t_s(r)-\int_0^{\upsilon_{ah}}\frac{e^{-\nu}}{\sqrt{\frac{M_0}{\upsilon}+\frac{be^{2\nu}-1}{r^2}}}d\upsilon \qquad (۱۳)$$

در اینجا $t_s(r)$ منحنی زمان تکینگی است، کـه نقطـه ابتـدایی آن $t_0=t_s(0)$ است. حول $r=0$ ، (۱۳) به صورت زیر در می‌آید:

$$t_{ah}(r)=t_0+\chi(0)r+O(r^2) \qquad (۱۴)$$

از بالا ، اکنون به راحتی می‌بینیم که چگونه اخـتلالات تنشـی، بر زمان تشکیل افق ظاهری و درنتیجه تشکیل سیاه‌چاله یا تکینگی برهنه‌تاثیر می‌گذارد. یک تکینگی برهنـه نـوعی بـه عنـوان حالـت نهایی رمبش وقتی رخ می‌دهد که یک نـاظر در r ثابـت تـا زمـان تشکیل تکینگی با هیچ سطح به دام افتـاده ای مواجـه نمـی‌شـود. برای تشکیل یک سیاه‌چاله، سـطح بـه دام افتـاده قبـل از تکینگـی توسعه می‌یابد، بنابراین باید داشته باشیم:

$$t_{ah}(r)\leq t_0 \text{ ,}r>0 \text{ برای , } r=0 \text{حول} \qquad (۱۵)$$

واضح است که برای همه توابع $g_1(\upsilon)$ برای اینکه $\chi(0)$ مثبت باشد، این شرط نقض می‌شود و افق آشکار مجبـور اسـت بعـد از تشکیل تکینگی مرکزی ظاهر شـود. منحنـی افـق آشـکار پـس در تکینگی مرکـزی $r = 0$ در زمـان $t=t_0$ آغـاز مـی‌شـود و در حـال حرکت به آینده با افزایش r ،افـزایش مـی‌یابـد، یعنـی بـرای $r>0$ نزدیک مرکز داریم$t_{ah}>t_0$. رفتار خانواده ژئودزیک‌هـای نورگونـه خروجی در چنین موردی وقتی کـه $\chi(0)>0$ اسـت، بـا جزئیـات مورد تجزیه وتحلیل قرار گرفته است و ما می‌دانیم کـه ژئودزیـک ها در تکینگی در گذشته خاتمه می‌یابند. بنـابراین ژئودزیـک‌هـای زمان‌گونه و نورگونه از تکینگی بیرون می‌آیند، و تکینگی را بـرای ناظرهای خارجی مشاهده‌پذیر می‌کنند[۵].

نتیجه می‌گیریم که g_1 جمله‌ای اسـت در تـنش هـای p_θ کـه مخفی یا برهنـه بـودن تکینگـی نهـایی را مشـخص مـی‌کنـد. مـا می‌توانیم آن را به طور دلخواه کوچک انتخاب کنـیم، و مـا اکنـون می‌بینیم چگونه اعمال یک اختلال کلی تنشی مماسی در مـدل بـه شدت خروجی نهایی رمبش را تغییر خواهد داد. برای همـه تـنش های مماسی غیرصفر با $g_0=0$ و $g_1<0$ ، حتی ناچیزترین اخـتلال برای سناریوی OSD ، تزریـق یـک تـنش مماسـی کوچـک یـک تکینگی برهنه را نتیجه خواهد داد. فضای همه توابع g_1 که $\chi(0)$ را مثبت می کند، که شامل همه توابع g_1 به شدت منفی می‌شـود، با عث می‌شود تا رمبش در یک تکینگی برهنه پایان یابد

شرط انرژی:

هر مدل مادی واقعی باید برخی شروط انرژی را برای تضمین مثبت بودن چگالی جرم و انرژی، ارضا کند . به طور کلـی، شـرط انرژی ضعیف محدودیت‌هایی روی مشخصـات فشـار و چگـالی ایجاد می‌کند. چگالی انرژی داده شده توسط (۲) باید مثبت باشـد. چون R مثبت است، برای اطمینان از مثبت بودن ρ مـا بـه $F>0$ و $R'>0$ احتیاج داریم. انتخاب $M(r)$ مثبت، مثبت بودن تابع جرم را تضـمین مـی‌کنـد. پـس $R'>0$ بـرای دوری از تکینگـی‌هـای بـا پوسته‌های متقاطع یک شرط کافی است. تنش مماسی را می تـوان از (۳)، جایی که $p_r=0$، به صورت $p_\theta=\frac{1}{2}\frac{R}{R'}\rho\nu'$ نوشت. بنـابراین علامت تابع ν' توسط علامت p_θ تعیین می‌شود. مثبت بودن $\rho+p_\theta$ پس تضمینی است برای مقدار کوچک r در سراسـر رمـبش بـرای هر شکلی از p_θ. در واقع، بدون در نظـر گـرفتن مقـادیر M و g، همیشه یک همسایگی از $r = 0$ وجود خواهد داشت که برای آن $|p_\theta|<\rho$ و در نتیجه $\rho+p_\theta\geq 0$ است .

نتیجه گیری:

نشان داده شد که یـک اخـتلال تنشـی جزئـی در ابـر رمـبش OSD می‌تواند نتیجه را به شدت تغییر دهد، و شـکل‌گیـری آن از یک سیاه‌چاله به تکینگی برهنه، تغییر دهد، در نتیجه تکینگی برهنه حالت نهایی برای یک ستاره رمبش‌کننده باید به دقت مطالعه شود تا نتایج فیزیکی‌اش که تاکنون به خوبی فهمیده نشده‌انـد اسـتنباط شوند.

مراجع:

[۱] J.R Oppenheimer and H.Snyder, *Phys. Rev*. **56**, 455 (1939); S.Datt, *Zs. f. Phys*. **108**, 314 (1938).
[۲] R. Penrose, *Riv. Nuovo Cimento* **1** 252 (1969).
[۳] P.S. Joshi and R. Goswami, *Phys. Rev. D* **76** 084026 (2007).
[۴] P. S. Joshi, *Gravitational Collapse and Spacetime singularities*, Cambridge University Press (2007).
[۵] P. S. Joshi and I. H. Dwivedi, *Commun. Math. Phys*. **146**, p.333 (1992); *Commun. Math. Physics*, **166**, p.117 (1994).

خاصیت خود متشابهی توسعه‌یافته نقشه تابش زمینه کیهانی با الهام از تلاطم

عبقریان، محسن[۱]؛ وفایی صدر، علیرضا[۱]؛ موحد، سید محمد صادق[۱]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، اوین، تهران

[۲] پژوهشکده‌ی فیزیک ، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، *IPM*، تهران

چکیده

با الهام از رفتار مقیاس ناوردای سرعت در تلاطم که توسط نظریه کلموگروف ارایه شده است می‌توان تابع ساختار هر میدان تصادفی را ارزیابی کرد. در صورتی که میدان تلاطم حاوی تناوب نامنظم باشد در آن صورت برای یافتن رفتار مقیاسی، رهیافت خاصیت خودمتشابهی توسعه یافته(ESS) پیشنهاد می‌شود. در میدان فراکتالی گوسی نمای مقیاسی تابع ساختار مبتنی بر ESS برابر با $\zeta(q)=q/3$ است. در تلاطم مغناطوهیدرودینامیکی که به طور غالب حاوی بسته‌های موج آلفن است نمای مقیاسی توسعه یافته از مقدار مذکور منحرف می‌شود. در این مقاله با توجه به اثر میدانهای مغناطیسی نخستین و خاصیت خودمتشابهی توسعه‌یافته میدان تصادفی تابش زمینه کیهانی، شاره کیهانی فوتون–باریون درست قبل از بازترکیب بررسی می‌شود. نتایج ما نشان می‌دهد که داده‌های CMB رصد شده توسط ماهواره پلانک برخلاف خواص خودمتشابهی بدست آمده از داده‌های ماهواره WMAP در مقیاسهای کوچک انحراف عمده‌ای از تلاطم مغناطوهیدرودینامیکی بسته موج آلفن نشان می‌دهد. اما هنوز ردپای ناگوسیت در ممانهای بالاتر وجود دارد. با توجه به اینکه نمای مقیاسی به طور ضعیف به درجه ممان وابسته است می‌توان گفت که میدان CMB به صورت ضعیف خاصیت چندفراکتالی دارد.

Extended self-similarity of CMB map inspired by Turbulence

Abgharian, Mohsen[1]; Vafaei sadr, Alireza[1] ;Movahed, S.M.Sadegh[1,2]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran
[2] School of Physics, Institute for researches in fundamental sciences, IPM, Tehran

Abstract

Inspired by scale invariant behavior of increment of velocity in turbulence represented by Kolmogorov theory, one can assess structure function of every stochastic field. This self-similarity property is known to fail in the presence of intermittency, therefore in order to find scaling behavior, extended self-similarity(ESS) is proposed. In a Gaussian fractal field scaling exponent of structure function based on ESS equates to $\zeta(q)=q/3$. In magneto hydrodynamics turbulence dominated by Alfven wave packets, mentioned scaling exponent is deviated from common value. In this paper, according to the effect of primordial magnetic fields and extended self-similarity property of CMB stochastic field, photon-Baryon fluid just before recombination are investigated. Our results indicate that CMB data from Planck observation in contrast to WMAP data deviates from MHD Alfven turbulence in small scales. But there is a footprint of non-Gaussianity for higher moments. Since, the scaling exponent is weakly dependent to order of moments; therefore, one can state that CMB has weakly multifractal property.

PACS No. *90,98,4*

مقدمه

پلاسمای فوتون– باریون درست قبل از بازترکیب مطابق با یک فرآیند تصادفی رفتار می‌کند. تحول کمیت‌های مشاهده پذیر تحت برهمکنشهای مختلف توسط معادله بولتزمن قابل توصیف است. میدان تصادفی تابش زمینه کیهانی به عنوان یکی از رصدهای مهم برای بررسی فیزیک کیهان اولیه، اثرات سرراهی و تحول کیهان تا کیهان اخیر به حساب می‌آید.. شاره کیهانی قبل از بازترکیب به عنوان شاره ای در تعادل ترمودینامیکی با همبستگی قوی در نظر گرفته می‌شود. اختلالات متعددی به طور مؤثر در تعیین شکل طیف توان تابش زمینه کیهانی نقش دارند. با توجه به رصد میدان مغناطیسی از مرتبه μG در تمام خوشه‌های کهکشانی و فضای میان

آنها، منشاء آن به یکی از چالشهای کیهانشناسی مبدل شده‌است[۱]. با توجه به ماهیت تصادفی این میدان مغناطیسی علاقه مند به مطالعه اثرات سراسری به جای اثرات موضعی در آن هستیم، بنابراین استفاده از ابزار آماری موجه خواهد بود. اخیراً نشان داده شده است که در حضور میدان مغناطیسی نخستین طیف توان CMB دچار تغییرات زیر می‌شود: به علت افزایش سرعت صوت در نتیجه اندازه قله‌های فرد کاهش می‌یابد و همچنین قله‌ها به سمت مقیاسهای بزرگتر جابجا می‌شوند [۲] . همچنین با در نظر گرفتن سهم چگالی انرژی میدان مغناطیسی نخستین به عنوان بخشی از چگالی انرژی تابش، در نتیجه زمان برابری ماده و تابش به دوران بازترکیب نزدیک‌تر خواهد شد. پس به طور مؤثر اثر سکس-ولف تجمعی اولیه افزایش یافته و به طور کلی دامنه طیف بزرگتر خواهد شد. ما در این مقاله با انگیزه بررسی جنبه‌های آماری CMB مانند خاصیت‌های مقیاسی، خود متشابهی و ناگوسیت، و همچنین با الهام از رفتار تلاطم کاملاً توسعه‌یافته [1]، اثر میدان مغناطیسی نخستین را برروی شاره فوتون-باریون با رویکرد تلاطم هیدرودینامیکی مغناطیسی(MHD) درست قبل از بازترکیب، مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. یک سیستم MHD اصولاً با دو فرآیند عمده ارزیابی می‌شود: ۱- برخورد بسته‌های موج آلفن و ۲- سرعت های چرخش یونها در پلاسما [۳] . مد موج آلفن در مقیاس‌های کوچک اثر میرایی سیلک را کاهش میدهد این درحالی است که سایر موارد مربوط به MHD در این مقیاس‌های دقیقه قوسی قابل چشم‌پوشی هستند [۳] . پس شاره فوتون-باریون در مقیاسهای دقیقه قوسی تحت اثر غالب موج آلفن هستند. در نتیجه داده‌های CMB با دقت زاویه‌ای بالا این امکان را فراهم می‌آورد تا این فرضیه را بررسی کنیم که آیا میدان تصادفی CMB درست قبل از بازترکیب شبیه یک تلاطم MHD رفتار کرده است یا نه؟ که در نتیجه آن بتوان قیدهایی را روی میدانهای مغناطیسی نخستین که علی‌الاصول ردپایی بر افت‌وخیز CMB داشته‌اند، گذاشت. برای این منظور رویکردهای متعددی وجود دارد: **الف:** با درنظر گرفتن اختلالات برداری و تعیین کمیتهای پیمانه ناوردا سهم افت‌وخیزهای تابش ناشی از میدانهای مغناطیسی نخستین محاسبه و طیف توان آن تعیین می‌شود.[۲و۴]

ب: رویکرد دیگری که مورد توجه است، بهره‌گیری از خواص خودمتشابهی تلاطم خواص آماری میدان CMB ناشی از میدانهای مغناطیسی نخستین در بستر تلاطم شاره کلموگروف کلاسیک و یا تلاطم MHD که اثر بسته موجهای آلفن در آن سهم غالب دارند، است[۳و۵]. داده‌های ماهواره پلانک از CMB و همچنین سایر رصدهایی همچون رصدهای تلسکوپ قطب جنوب، تلسکوپ ATACAM و سایر رصدهایی که با دقت زاویه‌ای بالا و نه لزوماً کل آسمان برای بررسی خواص خودمتشابهی در مقیاسهای کوچک گزینه بسیار مناسبی به شمار می‌روند [۶و۷] .

خودمتشابهی و تناوب نامنظم در تلاطم

بسیاری از اطلاعات فیزیکی از تلاطم از مطالعه رفتار خود متشابهی آن بدست می‌آیند. این ویژگی، که مقیاس ناوردا نامیده می‌شود، حاکی از آن است که تلاطم در سیال می‌تواند به وسیله بزرگ نمایی بخشی از آن باز تولید شود. در مدل مشهور تلاطم تراکم ناپذیر کلموگروف انرژی در مقیاس بزرگ L به سیستم تزریق می‌شود و گردابه‌هایی را تشکیل می‌دهد که انرژی را به مقیاس‌های کوچکتر منتقل می‌کنند. در نتیجه انرژی به شکل آبشارگونه به مقیاس‌های کوچک و کوچکتر بدون اتلاف قابل توجهی انتقال می‌یابد.[۱۰و۱۱]. تابع ساختار تفاضل سرعت ذرات در این شاره متلاطم به صورت $S_q(r) \equiv \left\langle | v(x+r) - v(r) |^q \right\rangle$ تعریف می‌شود. شواهد آزمایشگاهی و عددی نشان میدهد که طیف انرژی در تلاطم کاملاً توسعه یافته از قانون مقیاسی [2] خوش تعریفی که توسط تئوری کلوموگروف پیش بینی شده است، تبعیت می‌کند[۸]. در این میدان تصادفی تابع چگالی احتمال تفاضل سرعت به صورت زیر رفتار می‌کند:

$$\left\langle | v(x+r) - v(r) |^q \right\rangle \approx r^{\xi(q)} \qquad ; \xi(q) = q/3$$

که در آن $\eta \ll r < L$ مقیاس اتلاف [3] انرژی و L ابعاد سیستم مورد مطالعه است. در میدانهایی که اثر تناوب نامنظم [4] وجود دارد مانند آنچه که در جاذب لورنتز رخ می‌دهد بنابراین یک خاصیت اضافی یعنی اثر آشوبی نیز در آن وجود دارد که بررسی‌های عددی و آزمایش‌های گسترده نشان می‌دهد که رابطه‌ی $\xi(q) = q/3$ برای $q \neq 3$ انحراف خواهد داشت. از سویی دیگر وجود این

1 Fully developed turbulence

2 Scaling law

3 Dissipation scale

4 Intermittency

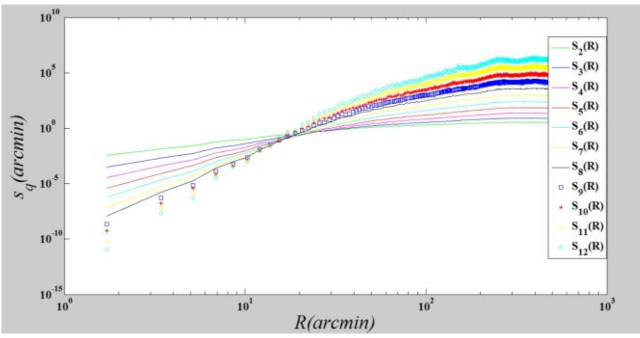
خاصیت مقیاسی نیز چالش‌برانگیز خواهد شد. در این حالت تابع ساختار در چارچوب رابطه زیر رفتار مقیاسی گسترده‌تری خواهد داشت که اصطلاحاً رفتار خودمتشابهی گسترش‌یافته نامیده می‌شود [۹] $S_q(r) \propto \left[S_p(r)\right]^{\beta(q,p)}$ که در آن $\beta(q,p) = \xi(q) = q/3$ اگر تناوب نامنظم در آن وجود نداشته باشد. مطالعات بعدی نشان داد که در تلاطم MHD و تلاطم کلاسیک کلوموگروف این نمای مقیاسی برابر است با[۹] $\beta(q,3) \equiv \zeta(q) = q/9 + 2(1-(1/2)^{q/3})$ که این رفتار برای جریان‌های آشفته مختلف در اعداد رینولدز بالا تایید شده است و معادل است که خواص آماری میدان سرعت درون محدده اینرسی[5] $\eta \ll r \ll L$، خود متشابه است. ظهور رفتار مقیاسی بالا برای شاره‌های متلاطم در واقع نشان از بروز رفتار فیزیکی یکسان با آنچه که در تلاطم MHD رخ می‌دهد است. مطالعات جامع‌تر در خصوص میدانهای تصادفی با الهام از تلاطم نشان داد که $\xi(q) = qH - q(q-1)\lambda_0^2/2$ و برای فرآیندهای گوسی ضریب λ_0 که معرف تعداد آبشارها است صفر خواهد شد[۱۲]. ضریب H نیز نمای هارست نامیده می‌شود. شاره‌های کیهانی و اخترفیزیکی نیز متلاطم و مغناطیسی هستند. این دو ویژگی بسیار به یکدیگر مرتبط هستند به نحوی که تلاطم می‌تواند میدان مغناطیسی را تقویت کند و جزء مهمی از اغلب دینامیک اخترفیزیکی[6] خواهد بود که به طور کلی به عنوان منشاء میدان‌های مغناطیسی در مقیاس شکل‌گیری ستاره‌ها و دیسک‌های برافزایشی[7] در کهکشان‌ها شناخته می‌شود. در این سیستم‌ها در واقع میدان مغناطیسی حرکت یون‌ها را مقید می‌کند و پخش‌شدگی را کاهش می‌دهد و در نتیجه عدد رینولدز جریان را افزایش می‌دهد [۱۰و۱۱]. از نگاه عددی، برای اغلب جریان‌های اختر فیزیکی عدد رینولدز بسیار بزرگ است، $R_e > 10^8$ است. همتای مغناطیسی آن که گسترش میدان مغناطیسی فریز شده در سیال را توصیف می‌کند، ممکن است حتی بزرگتر باشد، تقریباً $R_m > 10^{16}$ است[۱۰]. یک روش بهینه برای مطالعه این نوع شاره‌ها متوسل شدن به رفتارهای مقیاسی است که به خوبی برای جریانهای متلاطم مختلف بررسی شده‌اند.

خودمتشابهی توسعه‌یافته CMB

در این بخش خواص خودمتشابهی CMB را با اهداف ذکر شده در مقدمه بررسی می‌کنیم[۱۱]. میدان تصادفی CMBرا با کمیت $T(\hat{n})$نشان میدهیم. تفاضل دمایی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم: $\Delta T(\hat{R}) = T(\hat{n}+\hat{R}) - T(\hat{n})$ بنابراین تابع ساختار $S_q(\hat{R})$ را برابر است با: $S_q\left(\left|\hat{R}\right|\right) = \left\langle \left|\Delta T\left(\hat{R}\right)\right|^q \right\rangle$

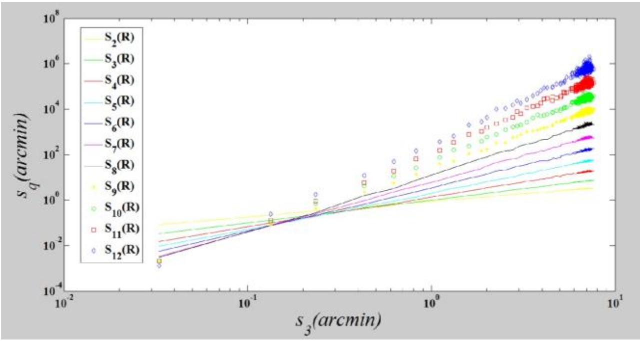
در صورتی که تابع ساختار مقیاس ناوردا باشد در نتیجه از یک رفتار توانی تبعیت می‌کند و نمای این رفتار توانی همان ξ_q خواهد بود. اگر ξ_q تابعی خطی برحسب q باشد در این صورت این فرآیند تک‌فرکتال نامیده می‌شود. برای تخمین نمای ξ_q از روش خودمتشابهی توسعه‌یافته استفاده می‌کنیم [۹،۱۰]. یعنی به جای محاسبه ξ_q نمای ζ_q را از رابطه $S_q(R) \sim S_3(R)^{\zeta_q}$ حساب می‌کنیم، برای هر فرآیند گاوسی نمای معادله بالا با رابطه $\zeta_q = q/3$ داده می‌شود [۹، ۱۰]. هر انحرافی از این رابطه می تواند به عنوان انحراف از گاوسی بودن تفسیر شود. همچنین مبین وجود تلاطم با تناوب نامنظم است که به تلاطم MHD مشهور است. در مرجع [۳] و مرجع [٤] به تفصیل سهم اختلالات برداری که معرف میدانهای مغناطیسی نخستین در افت‌وخیز دما هستند بررسی شده‌است. با درنظر گرفتن اینکه این اثرات در مقیاسهای کوچک غالب است بنابراین یافتن هرگونه رفتار مقیاسی برای تابع ساختار در مقیاسهای کوچک حاوی فرآیندهای فیزیکی غالب در این مقیاس است. در ابتدا به بررسی ویژگی خودمتشابهی داده‌های CMB گاوسی شبیه‌سازی شده می‌رویم. همانطور که در شکل (۱) مشخص است برای جدایی دقیقه قوسی کوچک $R \le 17.177$ رفتار مقیاسی وجود دارد ولی برای مقادیر بزرگتر از حالت خطی خارج می‌شود و ویژگی خود متشابهی از بین می‌رود، به همین دلیل روش خود متشابهی تعمیم یافته را برمی‌گزنیم. این محدوده‌ای است که در آن رفتار مقیاسی وجود دارد. با تحلیل داده‌ها نمودار $S_q(R)$ را بر حسب $S_3(R)$ در مقیاس لگاریتمی، برای نقشه بدست آمده از رصد ماهواره پلانک ۲۰۱۳ ترسیم می‌کنیم (شکل (۲)).

5 Inertial range
6 Astrophysical dynamo
7 accretion disks



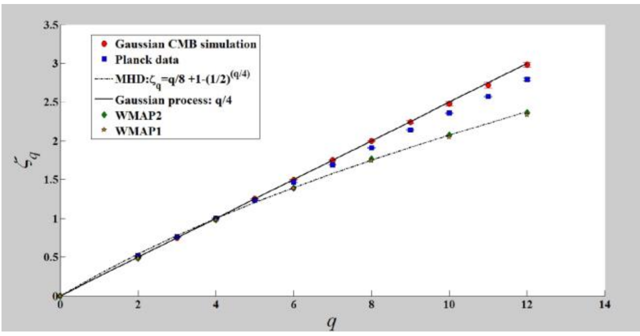
شکل ۱: تابع ساختار $S_q\left(R\right)$ بر حسب R، (فاصله جدایی داده‌ها بر حسب دقیقه قوسی) در مقیاس log-log.

همانطور که در شکل مشخص شده است در این روش به خوبی رفتار مقیاسی در همه محدوده‌ها به دست می‌آید. با بدست آوردن شیب هر یک از خطوط‌ها می‌توان ξ_q را برای مقادیر مختلف q بدست آورد. وجود هر گونه انحراف از رابطه $\xi_q = q/3$ به عنوان انحراف از گاوسی بودن نیز تعبیر می‌شود. واضح است که انتظار داریم داده‌های شبیه سازی شده گاوسی منطبق بر این پیش‌بینی باشد.



شکل ۲: نمودار $S_q\left(R\right)$ بر حسب $S_3\left(R\right)$ در مقیاس لگاریتمی برای نقشه تابش زمینه کیهانی رصد شده توسط ماهواره پلانک ۲۰۱۳ (داده‌های SEVEM).

اکنون به بررسی نمای ζ_q بر حسب مرتبه‌های q می‌پردازیم و آنرا با آنچه که برای تلاطم MHD که در آن بسته‌های موج آلفن غالب است مقایسه می‌کنیم. شکل (۳) نمای ζ_q را برای داده‌های مختلف نشان می‌دهد.



شکل ۳: نمودار ζ_q بر حسب q. خط پر رنگ در نمودار پیش بینی تئوری کلموگروف برای فرآیندهای گاوسی است. خطچین پیش‌بینی برای تلاطم MHD را نشان می‌دهد.

از سویی دیگر با توجه به غالب بودن اثر دوپلر موج آلفن در مقیاسهای کوچک در حدود دقیقه قوسی می‌توان دریافت که انحراف نتایج برای داده‌های رصد شده از حالت گوسی از یک طرف معرف رفتارهای غیربدیهی در تعیین خواص ناگوسیت میدان CMB است و از سویی دیگر عدم سازگاری نتایج با پیش‌بینی تلاطم MHD موج آلفن حاکی از این است که در چارچوب این تحلیل شاره فوتون–باریون از خواص مدل MHD موج آلفن تبعیت نمی‌کند. این نتیجه برخلاف آنچه قبلاً برای داده‌های WMAP گزارش شده بود است [۳]، نتایج قبلی نشان می‌دادند[۳] که میدان CMB از شاره MHD پیروی می‌کند، اما محاسبات ما برای داده‌های پلانک نشان داد که با افزایش دقت اندازه‌گیری‌ها و کم شدن خطا، شاره باریون–فوتون در ممان‌های بالا به طور کامل از هیچ کدام یک از شاره‌های کلموگروف و MHD به طور کامل پیروی نمی‌کند و این موضوع هنوز تحت مناقشه است. این حاکی از آن است که باید برای نتیجه‌گیری قطعی تمام اثرات غیرخطی مثل اثر تجمعی سکس–ولف و تمام اثرات سرراهی را حذف نمود. همچنین با عنایت به الگوریتم‌های داده‌کاهی بکار گرفته شده در تمیز کردن داده‌های CMB رصد شده توسط پلانک و همچنین ماسکهای بکار رفته باید این آنالیز را برای سایر انواع داده‌ها بکار برد. کم شدن انحراف از حالت گوسی در داده‌های جدید با نتایج منتشر شده در خصوص ناگوسیتی CMB سازگاری دارد.

مرجع‌ها

[1] C. M. Ko and E. N. Parker, Astrophys. J. **341**, 828 (19890; S. I. Vainshtein and R. Rosner, *ibid.* **376**, 199 (1991); F. Cattaneo, *ibid.* **434**, 200 (1994); A. V. Gruzinov and P. H. Diamond, Phys. Rev. Lett. **72**, 1651 (1994); A. Mack, T. Kahniashvili, and A. Kosowsky, Phys. Rev. D 65, 123004 (2002).
[2] Dai G. Yamazaki, arXiv:1404.5310.
[3] A. Bershadskii and K.R. Sreenivasan, arXiv:astro-ph/0403702.
[4] R. Durrer, T. Kahniashvili and A. Yates, PHYSICAL REVIEW D, VOLUME 58, 123004.
[5] A. Bershadskii and K. R. Sreenivasan, Phys. Lett. A 319, 21 (2003).
[6] Tony Mroczkowski, Max Bonamente, John E. Carlstrom, Thomas L. Culverhouse, Application of a Self-Similar Pressure Profile to Sunyaev-Zel'dovich Effect Data from Galaxy Clusters, arXiv:0809.5077v5
[7] Tobias A. Marriage, Viviana Acquaviva, Peter A. R. Ade, Paula Aguirre, Mandana Amiri, arXiv:1010.1065v2
[8] R. Benzi, S. Ciliberto, R. Tripiccione, C. Baudet, F. Massaioli, S. Succi: Extended self-similarity in turbulent flow, Phys. Rev. E 48, (1993).
[9] R. Benzi, L. Biferale, S. Ciliberto, M. V. Struglia, and R. Tripiccione, Physica D **96**, 162 (1996).
[10] Lazarian, arxive:060804v1, (2006)
[11] Francesco Miniati & Andrey Beresnyak, 2 JULY, VOL523, NATURE 59, 2015
[12] E. Bacry, J. Delour, and J. F. Muzy, Phys. Rev. E 64, 026103 (2001).
[13] F. Shayeganfar, S. Jabbari-Farouji, M. Sadegh Movahed, G. R. Jafari, and M. Reza Rahimi Tabar, Phys. Rev. E **80**, 061126 (2009).

مقیاس طولی کمینه در گرانش کوانتمی و تاثیر آن بر ویژگی‌های ترمودینامیکیِ نوسانگر هماهنگ ساده

لاله فرهنگ متین[۱]

[۱] گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال خیابان مکران جنوبی، میدان هروی، تهران

چکیده

نظریه‌های متعددی در گرانش کوانتمی، یک مقیاس طولی کمینه را پیشگویی می‌کنند. در این سناریو در مقیاس پلانک، تمامی روابطِ جا به جاگری اصلاح می‌شوند و اصل عدم قطعیت هایزنبرگ به اصل عدم قطعیت تعمیم یافته تغییر می‌یابد. در این مقاله، اصل عدم قطعیت تعمیم یافته مرتبه دوم را مطالعه می-نماییم و اثر آن را بر روی هامیلتونی نوسانگر هماهنگ ساده بررسی می‌کنیم. آنگاه نشان می‌دهیم چگونه تعمیم اصل عدم قطعیت در مقیاس پلانک ، مکانیک آماریِ N نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدیِ یکسان را تغییر می‌دهد. نتایج حاصل از کمینه عدم قطعیت در اندازه‌گیری موقعیت را بر تابع پارشِ مدل کانونی در فضای فاز و مقدار متوسط انرژیِ این سامانه بحث و بررسی می‌نماییم.

Minimal Length Scale in Quantum Gravity and Its effect on Thermodynamical Properties of Simple Harmonic Oscillator

Laleh, Farhang Matin[1]

[1] *Physics Group, Department of Physics, Islamic Azad University of North Tehran, Tehran Iran.*

Abstract

Various theories of quantum gravity predict the existence of a minimum length scale. In this scenario, all commutation relations are modified and the Heisenberg uncertainty principle is changed to the Generalized Uncertainty Principle. In this paper, we study the GUP and calculate its implication on the energy of the simple harmonic oscillator and we show how the GUP modifies statistical mechanics of N identical, one-dimensional oscillators. Finally we discuss the consequences of the minimal uncertainty in position measurement on the canonical partition function, mean energy of the system.

PACS No. 3, 4, 5.

مقدمه

تمامی نظریه‌های کوانتم گرانشی سعی در برقراری ارتباط مفهومی بین مکانیک کوانتمی معمول با ساختار فضا–زمان دارند. همه‌ی انواع نظریه های کوانتم گرانشی در یک مورد هم نظر هستند و آن هم وجود یک کمینه طول و یک بیشینه اندازه حرکت قابل اندازه گیری است. این کمینه طول از درجه بزرگی طول پلانک می‌باشد، $\ell_{pl} = 10^{-33} cm$ و بیشینه اندازه حرکت هم از درجه بزرگی تکانه پلانک است، $p_{pl} = 6.52\, kgm/s$. رابطه طول و اندازه حرکت پلانک، بر حسب ثوابت بنیادی G، $\hbar$ و c ، طول و اندازه حرکت پلانک به ترتیب به صورت زیر داده می-شوند[۱]:

$$\ell_{pl} = \left(\hbar G / c^3\right)^{1/2} \qquad (۱)$$

$$p_{pl} = m_{pl}\, c = \left(\hbar c^3 / G\right)^{1/2} \qquad (۲)$$

این مقیاس‌های بنیادی اولین بار توسط خود پلانک در سال ۱۸۹۹ پیشنهاد شدند. مقیاس‌های پلانک مرزهای نظریه‌های متفاوت مکانیک کوانتومی گرانشی را بیان می‌کنند بطوری که برای فواصل به اندازه کافی بزرگتر از طول پلانک و اندازه حرکت های به اندازه کافی کوچکتر از تکانه پلانک، اثرات کوانتمی میدان های گرانشی قابل چشم پوشی می‌شوند. مسئله در اینجا است که کمینه طول و بیشینه تکانه که در نظریه های کوانتم گرانشی مطرح می‌شوند در قالب نظریه معمول مکانیک کوانتمی نمی‌گنجند و قابل توصیف نیستند. در واقع در صورت وجود یک کمینه طول باید حدی نهایی برای بزرگنمایی یک ساختار موجود باشد. به صورتی که در فواصل کوچکتر از این کمینه طول نباید چیزی یافت شود و وجود داشته باشد. این حد بنیادی به صورت زیر می‌باشد:

$$\Delta x \geq \alpha_0\, \ell_{pl} \tag{۳}$$

که در این رابطه α_0 پارامتری ثابت است که به طور معمول از درجه بزرگی یک فرض می‌شود. همینطور وجود یک بیشینه تکانه حد بالایی برای تعیین اندازه.

حرکت یک سامانه فیزیکی به صورت زیر فراهم می‌آورد:

$$\Delta p \leq \frac{\ell_{pl}}{\gamma_0} \tag{۴}$$

در چارچوب مکانیک کوانتمی معمولی هیچ محدودیتی برای تعیین اندازه حرکت و یا طول به صورت روابط بالا وجود ندارد.

محدودیتی که در مکانیک کوانتومی به طور معمول برای تعیین موقعیت مکانی و اندازه حرکت وجود دارد، اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. این اصل، وجود کمینه طول و یا بیشینه انرژی را مطرح نمیکند. بلکه بیان میدارد که اندازه گیری همزمان موقعیت مکانی و اندازه حرکت یک سیستم موجب بروز عدم قطعیت در تعیین هر کدام از آن‌ها می‌شود. به صورتی که حاصل ضرب این عدم قطعیت ها و یا خطاها دارای حد پایینی به شکل زیر است:

$$\Delta x\, \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \tag{۵}$$

مطابق با این رابطه، چنانچه موقعیت مکانی یک ذره کاملاً معلوم باشد، آنگاه هیچ اطلاعاتی در مورد اندازه حرکت آن نخواهیم داشت و عکس این گفته هم صحیح است. این به این معنی است که اگر موقعیت یک ذره به طور دقیق معلوم باشد، خطایی در اندازه گیری نداریم و $\Delta x \to 0$ است. اما طبق رابطه (۵) عدم قطعیت در تعیین اندازه حرکت بی‌نهایت می‌شود [۲].

بنابراین به منظور گنجانیدن طول کمینه و اندازه حرکت بیشینه در مکانیک کوانتمی، نیاز است که اصل عدم قطعیت هایزنبرگ اصلاح شود. به اصل عدم قطعیتی که در این راستا اصلاح می‌شود اصل عدم قطعیت تعمیم یافته ویا اختصاراً GUP گفته می‌شود

اصل عدم قطعیت تعمیم یافته به صورت‌های گوناگونی معرفی شده است. در این مقاله اصل عدم قطعیت مرتبه دوم را به صورت زیر در نظر می‌گیریم[۳و۴]:

$$\Delta x\, \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}\left\{1 - 2\alpha\langle p\rangle + 4\alpha^2\left(\left(\Delta p\right)^2 + \langle p\rangle^2\right)\right\} \tag{۶}$$

که رابطه جابه‌جاگری به صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$\left[x_i, p_j\right] = i\hbar\left\{\delta_{ij} - \alpha\left(p\delta_{ij} + \frac{p_i p_j}{p}\right) + \alpha^2\left(p^2\delta_{ij} + 3p_i p_j\right)\right\} \tag{۷}$$

به طوریکه $\alpha\rangle 0$ پارامتر تغییر شکل است و $\alpha = \frac{\alpha_0\, \ell_{pl}}{\hbar} = \frac{\alpha_0}{M_{pl}\, c}$ و ℓ_{pl} طول پلانک و M_{pl} جرم پلانک است و α_0 از مرتبه اول است.

حال چنین تعریف می‌کنیم

$$x_i = x_{0i}\,, p_i = p_{0i}\left(1 - \alpha p_0 + 2\alpha^2 {p_0}^2\right) \tag{۸}$$

به طوریکه x_{0i} و p_{0i} از رابطه جابه‌جاگری کانونی $\left[x_{0i}, p_{0j}\right] = i\hbar\delta_{ij}$ تبعیت می‌نماید.

در دهه‌های اخیر کارهای تحقیقاتی بسیاری برای بررسی پدیده‌های فیزیکی تحت تاثیر اصل عدم قطعیت هایزنبرگ (GUP) صورت گرفته است. اما کارهای پژوهشی کمتری بر روی تصحیح مکانیک آماری در چارچوب GUP صورت پذیرفته است [۵–۹]. هدف از این مقاله مطالعه تاثیر تعمیم یافتگیِ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ از مرتبهِ دوم (GUP2) بر روی انرژی نوسانگر هماهنگ ساده است. به علاوه نشان خواهیم داد که این تغییر در ویژه مقادیر نوسانگر هماهنگ، چه اثری بر روی خصوصیات ترمودینامیکی N نوسانگر هماهنگ یک بعدیِ یکسان دارد. برای این مقصود تابع پارش کانونی را در فضای فاز و همچنین مقدار متوسط انرژی سامانه مورد نظر را محاسبه می‌نماییم و با مدل استاندارد مقایسه

خواهیم کرد. شایان ذکر است که در مقاله [۱۰] به بررسی هنگرد کانونی نوسانگر هماهنگ ساده تحت اثر تعمیم یافتگیِ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ از مرتبهیِ اول (GUP1) پرداخته شده است و در دو حالتِ کوانتومی و فضای فازی ، ویژگی های ترمودینامیکی و تخمیین مرتبه بزرگیِ پارامتر تغییر شکل در مدل GUP1 برای هنگردی از اتمهای هیدروژن محاسبه گردیده است. در مقاله حاضر به دلیل پیچیدگیهای محاسباتیِ تعمیم یافتگیِ اصل عدم قطعیت هایزنبرگ از مرتبهیِ دوم در حالت کوانتومی، تنها به مطالعهیِ سامانه مورد نظر در فضای فاز بسنده مینماییم.

نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی

حال به فرم کلی هامیلتونی توجه کنید:

$$H = \frac{p^2}{2m} + v(r) \qquad (۹)$$

با استفاده از رابطه (۸) خواهیم داشت

$$H = H_0 + \alpha H_1 + \alpha^2 H_2 + O(\alpha^3), \qquad (۱۰)$$

به طوریکه

$$H_0 = \frac{{p_0}^2}{2m} + v(r_0), H_1 = -\frac{{p_0}^3}{m}, H_2 = \frac{5{p_0}^4}{2m}. \qquad (۱۱)$$

در این مقاله تلاش میشود تا نتایج مکانیک آماری یک آنسامبل از نوسانگر هماهنگ تحت تاثیر مدل (GUP2) را مطالعه کنیم.

هامیلتونی نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر است:

$$H \approx \frac{1}{2} m\omega^2 {q_i}^2 + \frac{{p_i}^2}{2m} - \alpha \frac{{p_i}^3}{m} + \alpha^2 \frac{5{p_i}^4}{2m}. \qquad (۱۱)$$

دو جمله اول معادله فوق، مربوط به هامیلتونی غیر مختل شده H_0 است و جمله آخر تصحیح (GUP2) است. همچنین p_i ، q_i تکانه و موقعیت کانونی هستند و از اندیس صفر صرفنظر مینماییم.

کمیتهای آماری اصلاح شده تحت اثر GUP2 با رهیافت فضای فاز

در اینجا آنسامبلی شامل سامانههای یکسان ، مشتمل بر N نوسانگر تمییز پذیرِ مشابه در حجم محبوس V در نظر میگیریم، بطوریکه نوسانگرها با یکدیگر برهمکنش ندارند و فرض میشود هر سامانه با چشمه گرمایی در تماس حرارتی باشد و دمای تعادلی آنها T باشد. در این بخش تابع پارش سامانهیِ مورد نظر در مدل آنسامبل کانونی در فضای فاز با ماکروحالت با پارامتر (N, V, T) به صورت زیر تعریف میشود:

$$Q_N(\beta) = [Q_1(\beta)]^N, \qquad (۱۲)$$

بـه طوریکـه $Q_1(\beta)$ تـابع پـارش یـک ذره و $\beta = \frac{1}{KT}$ و K ثابت بولتزمن میباشد.

$$Q_1(\beta) = \iint exp\left(-\beta \frac{1}{2} m\omega^2 q^2 + \frac{p^2}{2m} - \alpha \frac{p^3}{m} + \alpha^2 \frac{5p^4}{2m}\right) dpdq \qquad (۱۳)$$

برای محاسبهیِ تقریبیِ معادله (۱۳)، تابع نمایی جملات اختلالی اضافه شده را تا مرتبه دوم نسبت به آلفا بسط میدهیم:

$$Q_1(\beta) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[1 + \alpha\beta \frac{p^3}{m} - \alpha^2 \beta \frac{p^4}{2m} + \alpha^2 \beta^2 \frac{p^6}{m^2}\right] e^{-\frac{\beta p^2}{2m}} dp \qquad (۱۴)$$

با محاسبه انتگرال فوق، تابع پارش یک ذره حاصل میشود:

$$Q_1(\beta) \approx \frac{1}{\beta\hbar\omega} + \alpha \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \frac{1}{\beta\hbar\omega} + \alpha^2 \frac{15m}{4\beta^2\hbar\omega} \qquad (۱۵)$$

$$Q_1(\beta) \approx Q_1^{(0)} + \alpha Q_1^{(1)} + \alpha^2 Q_1^{(2)} \qquad (۱۶)$$

همچنین انرژی متوسط کل برای سامانه مورد نظر به صورت زیر است:

$$U = N \frac{\partial}{\partial\beta} Q_1(\beta) \approx NKT + \frac{15m\alpha^2}{8\beta^2} = U^{(0)} + \alpha^2 U^{(2)} \qquad (۱۷)$$

که در رابطه فوق جمله تصحیح یافته مرتبه اول صفر است.

نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی اثر تعمیمیافتگی اصل عـدم قطعیـت در مکانیک آماریِ نوسانگر هماهنگ ساده پرداختیم. به طـوری کـه در ابتدا با اعمال اثر این تعمیم یافتگی، هامیلتونی تصحیح یافتـه را بـه صورت جمله اختلالی از مرتبه اول و دوم فرض نمودیم و تصحیح مرتبه اول و دوم انرژی محاسبه شد. سپس در اثر تغییرِ ویژه مقادیرِ انرژی نوسانگر هماهنگ کوانتـومی بـه بررسـی تـاثیر آن بـرروی مکانیک آماری این سامانه پرداخته شد. برای این منظور با اسـتفاده

از مدل کانونی در ابتدا تابع پارش و سپس انرژی متوسط سامانه‌ای مشتمل بر N نوسانگر هماهنگ یک بعدیِ یکسان محاسبه گرید و با نتایجِ استاندارد سامانه (در تطبیق با اصل عدم قطعیت هایزنبرگ) مقایسه شد.

سپاسگزاری

از جناب آقای دکتر محمد خرمی به دلیل راهنمایی‌های ارزنده‌یِ ایشان، قدردانی و تشکر می‌گردد.

مرجع‌ها

[1] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, *Quantum fields in curved space*, Cambridge university press (1984).

[۲] A. F. Ali, S. Das and E. C. Vagenas, *A proposal for testing quantum gravity in the lab*. *Phys. Rev*. D 84, (2011), 044013.

[۳] M. Maggiar, *Phys. Lett*. B 304 (1993) 65-68.

[۴] M. Maggiar, *Phys. Rev*. D 49 (1994) 5182-5189.

[۵] L. J. Garay, *Int. J. Mod. Phys*. A 10 (1995) 145-152.

[۶] S. Kalyana Rama, *Some consequences of the generalised uncertainty principle: statistical mechanical, cosmological, and varying speed of light, Physics Letters* B 519 (2001) 103–110.

[۷]P.Pedram, *New approach to nonperturbative quantum mechanics with minimal length uncertainty, Physical Review* **85** (2012).

[۸] A.Tawfik, , H. Magdy, and A. Farag Ali., *Effects of quantum gravity on the inflationary parameters and thermodynamics of the early universe, General Relativity and Gravitation* **45**, 6 (2013)1227-1246.

[۹] K.Nozari, and S. Hamid Mehdipour, *Implications of minimal length scale on the statistical mechanics of ideal gas, Chaos, Solitons & Fractals* **32**, 5 (2007)1637-1644.

[۱۰] L. Farhang Matin, And S. Miraboutalebi, *Statistical aspects of harmonic oscillator under minimal length supposition, Physica A 425 (2015) 10–17.*

محاسبه‌ی دما و آنتروپی فضای کروی هسته‌ساز در آستانه مهبانگ

قناعتیان، محمد [۱]؛ بهزادی، ایمان [۲]

[۱و۲] گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور

چکیده

در این مقاله، با استفاده از مدل شبه-کوارکی در یک محیط پلاسمای کوارک-گلوئونی و ارائه نگاهی جدید به هسته، به بررسی خواص ترمودینامیکی این پلاسمای کوارک-گلوئونی در آستانه‌ی هسته‌سازی در جهان اولیه می‌پردازیم. بدین منظور با محاسبه انرژی کشش سطحی، انرژی کولنی، انرژی فرمی و انرژی بوزونی این محیط پلاسما، می‌توان دما و آنتروپی محیط را در آستانه تشکیل هسته‌ها در آغاز مهبانگ بدست آورد.

The Calculation of the Temperature and Entropy in Spherical Nucleation Environment in Big Bang

Ghanaatian, Mohammad [1]; Behzadi, Iman [2]

[1,2] Department of Physics, Payame Noor University, Iran

Abstract

In this paper, according to the new approach to the nuclei and using the quark-like model in a quark-gluon plasma (QGP) media, we investigate the thermodynamic properties of this quark-gluon plasma in the nucleosynthesis in early universe. Calculating the surface tension energy, the Coulomb energy, The Fermi energy and the bosonic energy of the QGP environment, one can obtain the temperature and entropy of the QGP in the threshold of nucleation in big-bang.

PACS No. 10

مقدمه

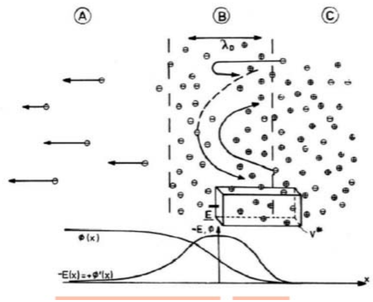
بر اساس نظریّه‌ی رایج درباره‌ی عالم، عالم از یک انفجار بزرگ حدود۱۴میلیارد سال پیش که به اصطلاح "مهبانگ" نامیده می‌شود، آغاز گردیده است. از ابتدای عالم تاکنون عالم پیوسته منبسط و سرد گردیده، مراحل تکوینی خود را پشت سر گذاشته تا به وضعیّت کنونی رسیده است.با نگاهی به اولین لحظات عالم، مشاهده می‌شود که در ۱۰ میکروثانیه اول بعد از مهبانگ، حالتی از ماده، شامل کوارک‌ها و گلوئون‌ها بصورت یک پلاسمای سوپ مانند، بنام پلاسمای کوارک- گلوئونی (QGP) وجود داشته است. این حالت ناپایدار پلاسمای کوارک- گلوئونی در مدت زمان بسیار کوتاهی سرد شده و پروتون‌ها و نوترون‌ها (تشکیل هادرون‌ها)، سپس هسته‌ها (هسته‌سازی) و بدنبال آن اتم‌ها ایجاد شده‌اند. در نهایت این اتم‌ها در کنار یکدیگر مولکول‌ها را تشکیل داده و دنیای کنونی که در آن زندگی می‌کنیم، بوجود آمده است .

در مدل پلاسمای کوارک-گلوئونی ارائه شده [۱-۵] دیدگاه جدیدی برای هسته ارائه شده است. در این دیدگاه، هسته شامل پلاسمایی سوپ مانند از کوارک‌ها و گلوئون‌ها می‌باشد که می توان خواص هسته و شرایط تشکیل هسته‌ها را با توجه به کوارک-های محتوایی به جای نوکلئون‌ها بدست آورد.

اگر به پلاسمایی که بوسیله لیزرهای پرقدرت تولید شده نگاه کنیم(شکل۱)، درون آن شامل الکترون ها و یون هاست که با هم دمای مساوی دارند. این ذرات باردار می خواهند محیط پلاسما را ترک کرده و به سوی خلا فرار کنند. اما الکترون‌هایی که سبکتر از

یون‌ها هستند و سرعت بالاتری نسبت به یون‌ها دارند، زودتر از یون‌ها پلاسما را ترک می کنند. این عامل باعث بوجود آمدن یک اختلاف پتانسیل جزیی در سطح پلاسما که به طور جزیی مثبت شده، می شود.

این پتانسیل در سطح پلاسما با ضخامت طول دبی، یک میدان الکتریکی ایجاد کرده که الکترون های در حال فرار را به محیط پلاسما برمی‌گرداند. انرژی حاصل از این میدان یک کشش سطحی را به ما می‌دهد. مشابه این کشش سطحی در فلزات هم وجود دارد[۱۰-۶]در مدل شبه کوارکی ارائه شده در این مقاله کشش سطحی را به محیطی که در آن هسته‌سازی انجام می‌شود (پلاسمای کوارک–گلوئونی)، تعمیم داده‌ایم.



شکل (۱):شمایی از یک پلاسمای ایجادشده

به منظور تشکیل هسته از پلاسمای کوارک–گلوئونی انرژی کشش سطحی، انرژی کولنی و انرژی بوزونی را بعنوان انرژی‌های تاثیرگذار بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$E_S = 0.27\frac{[3A(4\pi)^{1/2}]^{2/3}3^{1/2}E_F^{3/2}}{\pi^{1/2}2^{3/2}n^{1/6}e} \qquad (۱)$$

$$E_{BE} = \left(\frac{a}{15}\right)(\pi^5)(KT)^4(h)^{-3}(V) \qquad (۲)$$

$$E_C = \frac{4\pi R^5 \rho_0^2}{15\varepsilon_0} \qquad (۳)$$

که در رابطه (۱) عبارت E_F انرژی فرمی، n چگالی نوکلئونی و A عدد جرمی است. در رابطه (۲)، T دما و V حجم پلاسما و در رابطه (۳)، R شعاع پلاسما می‌باشد.

خواص ترمودینامیکی

زمانی که هسته در حال شکل‌گیری است باید کشش سطحی E_Sبه عنوان نیروی جاذبه و نیروی حاصل از انرژی کولونی E_C و بوزون‌ها E_{BE} به صورت نیروی دافعه در تعادل باشند که با رعایت این شرط می توان دما را در لحظه هسته‌سازی محاسبه نمود. نمونه‌ای از محاسبات در جدول (۱) گردآوری شده است.در محاسبات خود کره‌ای را در نظر گرفته ایم که شامل ذرات هسته-ساز است و این کره را در آستانه شکل‌گیری یک هسته داریم. فرمیون‌هایی که برای هسته‌سازی در نظر گرفته ایم در آستانه تشکیل یک هسته، درون این کره جمع می‌شوند.

شعاع موردنظر در این مبحث شعاع فضای تشکیل هسته‌ی ذرات تشکیل دهنده جهان اولیه می باشد.

برای محاسبه‌ی دقیقتر انرژی فرمی، باید انرژی فرمی مربوط به پروتون و نوترون را جداگانه محاسبه کرده و انرژی فرمی کل، مجموع این دو انرژی می‌باشد. پس داریم:

$$E_{sub}^f = \frac{3/\pi^{3/5}}{8m_p}h^2 n_p^{2/3} + \frac{3/\pi^{3/5}}{8m_n}h^2 n_n^{2/3} \qquad (۴)$$

حال برای محاسبه‌ی انرژی کل فرمیون‌های درون هسته داریم:

$$U = \frac{3}{5}NE_F \rightarrow U_{sub}^F = \frac{3}{5}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}h^2\left(\frac{Zn_p^{2/3}}{8m_p} + \frac{Nn_n^{2/3}}{8m_n}\right) \qquad (۵)$$

همچنین دافعه‌ی کولنی محاسبه شده، چون هنوز هسته شکل نگرفته است را می‌توان به طور دقیق‌تر با استفاده از رابطه‌ی انرژی کولنی برای یک کره باردار محاسبه کرد. داریم:

$$E_c = \frac{(4\pi)^2}{15}R^5\rho_0^2 \, , \rho_0 = \frac{3Ze}{4\pi R^3} \qquad (۶)$$

حال با استفاده از این روابط برای محاسبه‌ی چگالی داریم:

$$U_F = \frac{3}{5}(3/\pi)^{2/3}h^2\left(\frac{Z\,n_p^{2/3}}{8m_p} + \frac{N\,n_n^{2/3}}{8m_n}\right) \qquad (۷)$$

$$E_s = \frac{0.27\left(3A\sqrt{4\pi}\right)^{2/3}3^{1/2}E_F^{3/4}}{\pi^{1/2}2^{5/2}n^{1/6}} \qquad (۸)$$

$$E_c = \frac{(4\pi)^2}{15}R^5\rho_0^2 \qquad (۹)$$

$$\rho_0 = \frac{3Ze}{4\pi R^3} \qquad (۱۰)$$

$$n = \frac{3A}{4\pi R^3} \qquad (۱۱)$$

$$n_p = \frac{3Z}{4\pi R^3} \qquad (۱۲)$$

$$n_n = \frac{3N}{4\pi R^3} \tag{۱۳}$$

$$\beta = \frac{E_s}{E_c + U_F} \tag{۱۴}$$

با قرار دادن مقادیر ثابت در روابط، به رابطه‌ی زیر می‌رسیم که شعاع به راحتی قابل محاسبه است.

$$9.450 \times 10^{-40} A^{1/2}\left[\frac{Z^{2/3}}{m_p} + \frac{N^{2/3}}{m_n}\right]^{3/2}$$
$$= 8.652 \times 10^{-14} Z^2 R^{3/2} + 7.700 \times 10^{-49}\left[\frac{Z^{5/3}}{m_p} + \frac{N^{5/3}}{m_n}\right] R^{1/2} \tag{۱۵}$$

که در این رابطه A عدد جرمی، Z عدد اتمی، m_p جرم پروتون، m_n جرم نوترون و R شعاع فضای تشکیل هسته‌ها می‌باشد. نمونه‌هایی از محاسبه شعاع در لحظه هسته‌سازی درجهان اولیه در جدول(۱) آورده شده است.

با محاسبه شعاع لازم برای هسته‌سازی، می‌توان آنتروپی محیط پلاسمای کوارک–گلوئونی را در آستانه هسته‌سازی از فرمول هاوکینگ–بکنشتین بدست آورد:

$$S = \frac{\pi A K c^3}{2hG} \tag{۱۶}$$

که A مساحت کره هسته‌ساز، c سرعت نور، K ثابت بولتزمان، G ثابت نیوتن و h ثابت پلانک می‌باشد. با در نظر گرفتن شکل کروی برای تشکیل هسته‌ها، میانگین عددی آنتروپی لازم برای تشکیل هسته‌ها در آستانه هسته‌سازی عبارتست از:

$$S_{ave} = ۵.۸۱ \times ۱۰^{۱۹} \left(\frac{J}{K.mol}\right) \pm ۱.۰۷۴۲۱$$
$$= ۱.۹۳ \times ۱۰^{+۴۰} \pm ۱.۰۶۴۱۵ \text{ (Natural Unit)}$$

جهت رسیدن به نتیجه بهتر و مقایسه نمودن با مقدار آنتروپی که در منابع علمی مرتبط آورده شده است، مقدار آنتروپی بدست آمده بر حسب یکای بین المللی[1] را به مقدار بدون بعد[2] تبدیل می‌کنیم[۱۱]

واحد طبیعی (بدون بعد) بوسیله $\hbar = c = ۱$ و $(۴\pi\varepsilon_0 = ۱)$ تعریف می‌شود. واحد باقی‌مانده برحسب eV انتخاب می‌شود.برای تبدیل یکای آنتروپی از MKSA به Natural Unit از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم.

$$S = \frac{A}{4G} \tag{۱۷}$$

که در آن s آنتروپی به حالت بدون بعد است.

با استفاده از رابطه‌های زیر و با مجهول قرار دادن دما، می‌توان دما را در لحظه‌ی شکل گیری هسته محاسبه کرد.

$$E_F = \frac{(3\pi)^{2/3}}{8\,m} h^2 n^{2/3} \tag{۱۸}$$

$$E_s = \frac{0.27(3A\sqrt{4\pi})^{2/3} 3^{1/2} (KT)^{5/2}}{\pi^{1/2} 2^{5/2} n^{1/6} e} \tag{۱۹}$$

$$E_c = \frac{(4\pi)^2}{15} R^5 \rho_0{}^2 = \frac{3Z^2 e^2}{R} \tag{۲۰}$$

$$\beta = \frac{E_s}{E_c + (A/2)E_F} \tag{۲۱}$$

با جایگذاری مقادیر ثابت داریم:

$$T = \left\{\frac{(A/2)\times 1.986\times 10^{-24} n^{2/3} + 0.7197\times Z^2 A^{(-1/3)}}{1.760\times 10^{-9} A^{2/3} n^{-1/6}}\right\}^{2/3} \tag{۲۲}$$

[1]–MKSA

[2]–Natural Unit

جدول ۱: نمونه محاسبات برای بدست آوردن شرایط دمایی لازم در لحظه هسته سازی با استفاده از فرمول‌های ارائه شده.

دمای تشکیل T(K)	شعاع کره ذرات هسته-ساز R(fm)	انرژی بوزون E_{BE}(MeV)	انرژی سطحی E_S(MeV)	عدد جرمی A	عدد اتمی Z	-هسته های انتخابی
2.12E+10	29.69	0.10	0.13	2	1	H
2.69E+10	28.43	0.24	0.27	3	1	H
4.25E+10	19.72	0.49	0.67	3	2	He
3.77E+10	23.56	0.53	0.67	4	2	He
5.29E+10	20.58	1.36	1.73	6	3	Li
3.36E+11	10.06	257.64	320.22	59	27	Co
3.42E+11	9.86	259.72	328.38	58	28	Ni
3.45E+11	9.91	272.24	340.52	60	28	Ni
3.56E+11	9.81	301.63	375.61	63	29	Cu
1.01E+12	6.63	6066.88	7169.37	235	92	U
1.02E+12	6.61	6243.03	7348.35	238	92	U
1.03E+12	6.58	6372.65	7531.78	240	94	Pu
1.06E+12	6.52	6872.86	8093.21	248	96	Cm

نتیجه گیری

با توجه به نتایج بدست آمده در این روش شبه-کوارکی در محیط پلاسمای کوارک-گلوئونی [۱-۵] در این مقاله به بررسی خواص ترمودینامیکی و محاسبه دما و آنتروپی در دقیقه‌ی نخست تشکیل هسته‌ها پرداختیم. اگر شرایط ترمودینامیکی مذکور فراهم شود که این شرایط می‌تواند یا درون ابرنواختر باشد یا درون ستاره‌های سنگین یا چند ثانیه اول مهبانگ یا درون ستاره‌های نوترونی و سیاهچاله‌ها و یا اینکه درون رآکتور گداخت و بطور کلی هرجا این شرایط دمایی و آنتروپی باشد، می‌توان گفت که از واکنش‌های انرژی‌زا یا انرژی‌خواه، تمام هسته‌های موجود پایدار و غیر پایدار تولید می‌شوند.

مرجع‌ها

[۱] N. Ghahramany, H. Hora, G. H. Miley, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, K. Philberth, F. Osman, *PHYSICS ESSAYS* **21**, 3 (2008) 200.
[۲] N. Ghahramany, M. Ghanaatian, M. Hooshmand, *Iranian Physical Journal*, **1-2** (2007) 35.
[۳] N. Ghahramany, M. Ghanaatian, H. Hora, *Iranian Physical Journal*, **1-3** (2007) 21.
[۴] N. Ghahramany, S. Gharaati and M. Ghanaatian, *Physics of Particles and Nuclei Letters*, **8-2** (2011) 97.
[۵] N. Ghahramany, S. Gharaati, M. Ghanaatian and H. Hora, *Iranian Journal of Science and Technology* **A3** (2011) 201.
[۶] F. Osman, N. Ghahramany, H. Hora, *Laser Part. Beams* **23** (2005) 461.
[۷] H. Hora, G. H. Miley, F. Osman, *Astrophys. Space Sci.* **298** (2005) 247.
[۸] H. Hora, P. Lalousis and S. Eliezer, *Phys. Rev. Letters* **53** (1984) 1650.
[۹] S. Eliezer and H. Hora, *Physics Reports* **172** (1989) 339.
[۱۰] H. Hora et al, *On Surface Tension in Plasmas*, IEEE Trans. Plasma Sc. PS-17, 284-289, 1989.
[۱۱]Carroll, Sean,(2004) " An Introduction to General Relativity :Space Time andGeometry" ,Addison wesley publishing house, San Francisco, Cafornia, USA.

جهش عالم در گرانش تعمیم یافته با ادغام تانسور ویل

قناعتیان، محمد [۱]؛ قرائتی، عبدالرسول [۱]؛ میلانی، فرزاد [۱] ؛ بذرافشان، افسانه [۲]

[۱] گروه فیزیک ، دانشگاه پیام نور
[۲] گروه فیزیک ، دانشگاه جهرم، جهرم

چکیده

در این مقاله، کیهانشناسی گرانش تعمیم یافته به عنوان محتمل ترین جایگزین انرژی تاریک در چهارچوب نظریه $f\ (R,\phi)$، در حالی که با تانسور ویل ادغام شده است، مطالعه می‌گردد. معادلهٔ پارامتر حالت مدل به دست آورده خواهد شد و نتیجه می گیریم که مدل گرانش ویل می تواند جایگزین مناسبی برای انرژی تاریک باشد، جایی که معادله پارامتر حالت می تواند از خط جدا کننده شبح و اتر بگذرد.

Bounsing Universe in Modified Gravity Coupled by Weyl Tensor

Ghanaatian, Mohammad [1]; Gharaati, Abdolrasul [1]; Milani, Farzad [1] ; Bazrafshan, Afsaneh [2]

[1] *Department of Physics, Payame Noor University, Iran*
[2] *Department of Physics, Jahrom University, Jahrom, Iran*

Abstract

In this paper, we consider the cosmological modified gravity as the most promising candidate of dark energy in the framework of f (R,ϕ) theory while it's coupled by a Weyl tensor. The model's equation of state parameter will be obtained and concluded that the Weyl gravity model can be a suitable replacement for Dark Energy, whereas the equation of state parameter of the models can transit from quintessence state to phantom regime.

۱. مقدمه:

در سال ۱۹۹۸، دو گروه تحقیقاتی به طور مستقل، یکی با سرپرستی پریموتر[۱] و دیگری با سرپرستی اشمیت[۲] به کشف تکان دهنده ای رسیدند. آنها دریافتند که بسیاری از کهکشان های دور دست با سرعتی بسیار بیشتر از آن چه که محاسبات موجود پیش بینی کرده اند، از یکدیگر دور می شوند. تحقیقاتی که روی انواع ویژه‌ای از ابرنواخترها صورت گرفت، نشان داد که انفجارهای ابرنواختر در کهکشان های دور دست، کم نورتر از آن هستند که انتظار می رود. بنابراین کهکشان ها دورتر از آن هستند که ما تصور می‌کنیم. اما این کهکشان ها فقط در صورتی می‌توانند چنین فاصله دوری از ما داشته باشند که افزایش سرعت گسترش، از گذشته آغاز شده باشد. تا قبل از انتشار این گزارشات، دانشمندان فکر می کردند که از سرعت گسترش، به دلیل وجود گرانش بین کهکشان ها کاسته شده است. این انبساط باید ناشی از حضور چیزی می شد که به تمام فضا نفوذ کرده، دارای فشاری مخالف فشار جاذبه بوده و از نوع نیروی دافعه باشد. اولین بررسی ها، بر روی مقدار ماده موجود در عالم انجام شد. تحلیل های مختلف، موافق با مشاهدات کیهان شناسی، بر این توافق اند که عالم به طور فضایی تخت می باشد و حدود ٪۲۷، شامل ترکیبی از ماده تاریک سرد، باریون ها (ماده ای که از اتم تشکیل شده است) و البته مقدار ناچیزی تابش می باشد. ولی می‌دانیم که پارامتر چگالی کل عالم تخت (Ω) باید ٪۱۰۰ باشد لذا این جرم ۲۷ درصدی نمی‌توانست چنین انبساطی را ایجاد کند. بنابراین دانشمندان به دنبال ٪۷۳ جرم باقیمانده رفتند. آنها این مقدار را منحصراً به عنوان انرژی انبساط دهنده در نظر گرفته و نام آن را

[1] Perimutter
[2] Brian schmidt

انرژی تاریک[۳]نهادند. سپس جستجو ها به دنبال کاندیدا برای انرژی دافعه با فشار منفی آغاز شد. اولین کاندید، انرژی فضای خود کیهان بود. در مقیاس‌های بسیار کوچک که اثرات کوانتومی مهم هستند فضای خالی واقعاً خالی نیست. این فضاها دارای چگالی انرژی ناشی از ذرات مجازی هستند. این چگالی خلا، امروزه به عنوان ثابت کیهان شناسی اینشتین شناخته می شود. تصور می شود که ثابت کیهان شناسی یک چگالی انرژی ثابت است که تمام فضا را به طور همگن پر کرده است. ولی با این تصور، که این ثابت، انرژی خلا است، تمام محاسبات و تخمین ها از مقدار انرژی فضای خالی منجر به مقادیر بزرگ نامعقولی می‌شد. کاندید بعدی برای انرژی تاریک، چگالی انرژی مربوط به یک میدان اسکالر دینامیکی است. میدان‌های اسکالری که با زمان و مکان تغییر می کنند. علاوه بر این، شتاب کیهانی قویاً نشان می‌دهد که در حال حاظر، بر عالم توزیع نرمی حکم‌فرما شده است که به آرامی مولفه‌های DE را تغییر می‌دهد. در این راستا مدل ΛCDM ، با معادله حالت $\omega = -1$ ، مورد توجه قرار گرفت که با اضافه کردن قیدهای دیگری که از پس زمینهٔ ریز موج کیهانی (CMB) [۱] و نوسانات آکوستیک باریون (BAO) [۲] به دست آمد، نمایان‌تر شد. قیود جدید پارامتر معادله حالت، شامل مقادیری حول $\omega = -1 \pm 0/1$ و دارای احتمالی وابسته به زمان بودند. از دیدگاه نظری سه چشم‌انداز اساسی برای حالت‌های مختلف وجود دارد: $\omega > -1$ (اتر) $\omega = -1 \pm 0/1$ (ثابت کیهانی) و $\omega < -1$ (شبح)[۳]. مدل DE به دو روش کلی طبقه بندی می‌شود: ۱- بکارگیری ماده خاصی برای شتاب‌دار شدن انبساط، من جمله میدان‌های نرده‌ای مانند اتر. ۲- مدل‌های گرانش تصحیح یافته، مانند گرانش $f(R,\phi)$ که به عنوان پیشنهاد مناسبی برای جایگزینی انرژی تاریک معرفی می‌شوند. علاوه بر این مدل های پدیده شناسی متعددی وجود دارد که عبور حامل ثابت کیهان‌شناسی را توصیف می کنند. بیشتر آن ها از میدان‌های نرده‌ای یا ادغام غیر جزئی با گرانش تصحیح یافته استفاده می‌کنند [٤] و [٥]. در این راستا یافتن مدلی که از اصول بنیادی حاصل شده باشند و عبور حامل $\omega = -1$ را توصیف کنند، بسیار با اهمیت خواهند بود؛ ما نیز از چنین تصحیحاتی در مدل خود استفاده کرده ایم.

۲. مدل:

در نظریهٔ گرانش هیلبرت- اینشتین، کنش را با مربع همدیس تانسور ویل [٦] زیر جایگزین می کنیم

$$S_W = -\frac{\alpha}{4}\int d^4x\sqrt{-g}\left\{C_{\mu\nu\rho\lambda}C^{\mu\nu\rho\lambda} + 2f(R,\phi)\right\} \qquad (1)$$

که در آن عبارت

$$C_{\mu\nu\rho\lambda} = -\frac{1}{2}\left(g_{\mu\lambda}R_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}R_{\nu\lambda} - g_{\nu\lambda}R_{\mu\rho} + g_{\nu\rho}R_{\mu\lambda}\right) + \frac{R}{6}\left(g_{\mu\lambda}g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho}g_{\nu\lambda}\right) + R_{\mu\nu\rho\lambda} \qquad (2)$$

معرف تانسور ویل است. در این راستا می‌توان کنش را با رابطهٔ زیر نشان داد:

$$S_W = -\frac{\alpha}{2}\int d^4x\sqrt{-g}\left\{R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} - \frac{1}{3}R^2 + f(R,\phi)\right\} \qquad (3)$$

با مشتق گیری کنش (۲) نسبت به $g^{\mu\nu}$ ، معادلات میدان $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{1}{\alpha}T^{(R)}_{\mu\nu}$ بدست می آیند یعنی،

$$\frac{1}{\alpha}T^{(R)}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}f - R_{\mu\nu}f' + \left(\nabla_\mu\nabla_\nu - g_{\mu\nu}\Box\right)f'' + w_{\mu\nu} \qquad (4)$$

$$w_{\mu\nu} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\Box R - \Box R_{\mu\nu} + \nabla_\rho\nabla_\mu R^\rho_\mu + \nabla_\rho\nabla_\mu R^\rho_\mu - 2R^\rho_\mu R_{\nu\rho} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R_{\rho\lambda}R^{\rho\lambda} - \frac{1}{3}\left(2\nabla_\mu\nabla_\nu R - 2g_{\mu\nu}\Box R - 2RR_{\mu\nu} + \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R^2\right) \qquad (5)$$

به نحوی که $f \doteq f(R,\phi)$، $R_{\mu\nu}$ و $T^{(R)}_{\mu\nu}$ به وضوح تانسور ریچی و تانسور انرژی- تکانهٔ میدان می‌باشند و پریم نشان دهندهٔ مشتق نسبت به R است. حال برای متریک فضای تخت FRW، یعنی $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\sum_{i=1}^{3}\left(dx^i\right)^2$ و همچنین برای تانسور انرژی- تکانه میدان $T^{(R)}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}T^{\nu(R)}_{\mu}$، با مرتب کردن معادلات میدان، معادلات فریدمن اصلاح شده در چهارچوب گرانش تصحیح یافته نتیجه خواهند شد؛ یعنی: $3H^2 = \alpha\rho_R$ و $-2\dot{H} - 3H^2 = \alpha p_R$. می توان مدل را همچون مدل استاندارد، با اثر گذاری تصحیح تانسور ویل در گرانش $f(R,\phi)$ بررسی

[3] Dark Energy

کرد که منتهی به چگالی و فشار انرژی معادلات فریدمن خواهد شد. بعد از قدری محاسبه جبری معادله میدان (٤) و با در نظر گرفتن $R=6\dot{H}+3H^2$، منطبق با فضای تخت FRW استاندارد برای مولفه‌هایی ۰۰ و ii به دست می آوریم،

$$\frac{\rho_R}{\alpha}=-\frac{1}{2}f+3(\dot{H}+H^2)f'-3H\dot{R}f''+\mathcal{W}_{00} \tag{7}$$

$$\frac{p_R}{\alpha}=\frac{1}{2}f-(\dot{H}+H^2)f'+(\ddot{R}+2H\dot{R})f''+\dot{R}^2f''' +\frac{\mathcal{W}_{ii}}{a^2(t)} \tag{8}$$

$$\mathcal{W}_{00}=3\dddot{H}(1-H)-12\ddot{H}H^2+6\dot{H}^2(1-2H-4H^2) -24H^4 \tag{9}$$

$$\frac{\mathcal{W}_{ii}}{a^2(t)}=4\ddot{H}(6H^2+H+3\dot{H})+\frac{3}{2}(3+H^2) +\dot{H}\left(19H^2-12H+\frac{3}{2}\dot{H}+\frac{9}{2}\right) \tag{10}$$

$H=\frac{\dot{a}}{a}$ پارامتر هابل و دات نشاندهنده مشتق نسبت به زمان t کیهانی است. علاوه بر این ρ_R و p_R سهم خمش چگالی و فشار انرژی هستند. قوانین بقاء انرژی هنوز برقرارند، یعنی $\dot{\rho}_R+3H\rho_R(1+\omega)=0$ که $\omega=\frac{p_R}{\rho_R}$ پارامتر معادله حالت وابسته به سهم خمش است. در این راستا برای

$$f(R,\phi)=\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi g^{\mu\nu}+\sum_{n=0}^{\infty}P_n(\phi)R^n \tag{11}$$

در یک مدل‌کیهانی FRW، برای ϕای که تنها وابسته به زمان است و کنش را تحت تغییرات میدان ناوردا نگاه می دارد و تغییراتش در مرزها قابل چشمپوشی است، معادلۀ حرکت برای میدان نرده‌ای ϕ عبارت است از،

$$\ddot{\phi}+3H\dot{\phi}-\sum_{n=0}^{\infty}P_{n,\varphi}(\phi)R^n=0 \tag{12}$$

که در این راستا $P_{n,\varphi}(\phi)=\frac{dP_n(\phi)}{d\phi}$ و

$$f'=\dot{\phi}\sum_{n=0}^{\infty}nP_{n,\phi}(\phi)R^{n-1}+\dot{R}\sum_{n=0}^{\infty}n(n-1)P_n(\phi)R^{n-2} \tag{13}$$

می باشد. در بعضی از خواص، این مدل، متشابه مدل انرژی تاریک کوانتوم است که شامل دو میدان شبح و اتر می‌باشند. شرایط لازم مورد نیاز برای یک جهش موفق نشان می دهد که در طول منقبض شدن فاز، ضریب مقیاس $a(t)$ در حال کاهش یافتن است. یک جهش موفق نیازمند برآوردن شرط $\dot{H}=-\frac{1}{a}(1+\omega)\rho_R>0$ حول نقطه جهش است. بنابراین لازم است معادله حالت به عنوان پارامتری برای بررسی سیر تکامل کیهانشناسی، در گذار از ۱- مورد مطالعه قرار گیرد. براین اساس می بایست عبارت $p_R+\rho_R$ در نقطۀ ϕ_0 قابل چشمپوشی باشد و متعاقباً در کیهان‌شناسی جهش، پارامتر هابل H از صفر می‌گذرد و علامتی متفاوت در قبل و بعد گذار خواهد داشت یعنی از $H<0$ به $H>0$ که $H=0$ همان نقطه جهش است. برای تحقیق این احتمال، می بایست شرط $\frac{d}{dt}(p_R+\rho_R)\neq 0$ را در $\omega\to-1$بررسی کنیم. با اعمال مقدار فرضی $f(R,\phi)$ در معادلات (٦) و (٧) و اثر شرط فوق بر آن خواهیم داشت

$$\frac{d}{dt}(\rho_R+p_R)=-18(H-1)\dddot{H}+6\mathcal{E}\dddot{H}+12\ddot{H}^2 +\mathcal{F}\ddot{H}-\mathcal{Q}_+\dot{H}^3+\mathcal{Q}_-\dot{H}^2+2\mathcal{O}\dot{H} +2\mathcal{Z}\neq 0, \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
&\mathcal{E}\doteq 12H^2+9\dot{H}+4H\\
&F\doteq -114(2H^2-1)\dot{H}+72H(2H-1)+2\phi^2+27\\
&\mathcal{Q}_\pm\doteq 72(4H\pm1)\dot{H}^3\\
&\mathcal{O}\doteq\phi\dot{\phi}-135H\\
&\mathcal{Z}\doteq\phi\dddot{\phi}-H\dot{\phi}^2
\end{aligned} \tag{15}$$

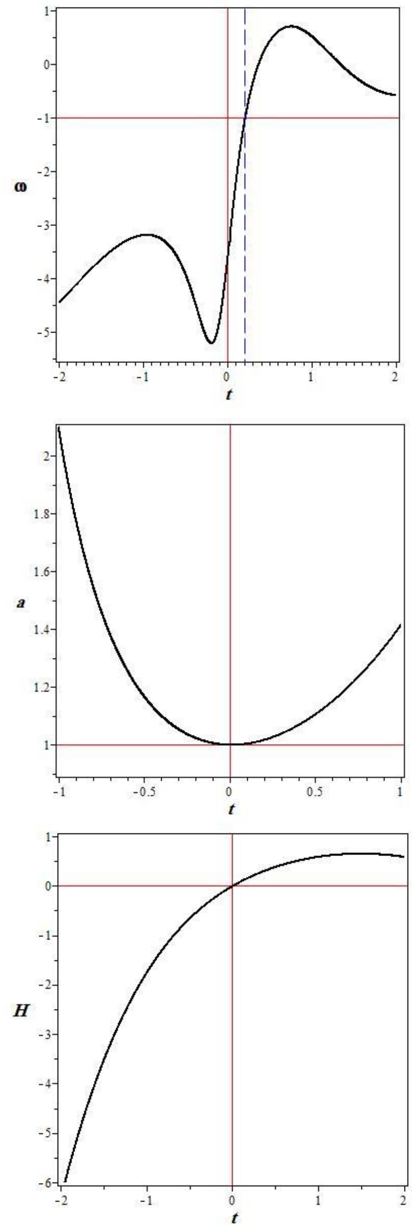
در این حالت بررسی تحلیلی شرایط متفاوت برقراری شرط $\frac{d}{dt}(p_R+\rho_R)\neq 0$ صرفاً یک بازی خسته کننده خواهد بود. به طور مثال اگر بتوان از مشتقات مراتب ۲ به بعد H نسبت به t صرف نظر کرد خواهیم داشت

$$\dot{H}\neq\frac{S^2+6\mathcal{O}\mathcal{Q}_++\mathcal{Q}_-^2+S\mathcal{Q}_-}{3S\mathcal{Q}_+} \tag{16}$$

$$\dot{H}\neq\frac{S^2+6\mathcal{O}\mathcal{Q}_++\mathcal{Q}_-^2-2S\mathcal{Q}_-}{6S\mathcal{Q}_+} \pm i\sqrt{3}\left(\frac{S^2-6\mathcal{O}\mathcal{Q}_+-\mathcal{Q}_-^2}{6S\mathcal{Q}_+}\right) \tag{17}$$

$$S\doteq\sqrt{9\mathcal{O}\mathcal{Q}_-\mathcal{Q}_++27\mathcal{Z}\mathcal{Q}_+^2+\mathcal{Q}_-^3+3\sqrt{S'}\mathcal{Q}_+} \tag{18}$$

$$S' \doteq -24\mathcal{O}^3\mathcal{Q}_+ - 3\mathcal{O}^2\mathcal{Q}_-^2 + 54\mathcal{O}\mathcal{Q}_+\mathcal{Q}_-\mathcal{Z} + 81\mathcal{Q}_+^2\mathcal{Z}^2 + 6\mathcal{Q}_-^3\mathcal{Z} \qquad (19)$$



شکل ۱: نمودار های ω ، H و a رسم شده برحسب تابعی از زمان برای تابع خطی از R همچون $\sum_{n=0}^{\infty}P_n(\phi)R^n=\frac{1}{6}\phi^2R$.
در این محاسبه مقادیر اولیه عبارتند از،
$\varphi(0)=0,\dot{\varphi}(0)=0/1,\dot{a}(0)=-0/01$ و $\alpha=1$

لذا دیگر در نقطهٔ جهش، ضریب مقیاس $a(t)$ صفر نخواهد بود و ما دیگر تکینگی که در کیهان‌شناسی مرسوم اینشتین وجود داشت، را نخواهیم دید. با این وجود مطابق شکل (۱) نمایش گذار $\omega\to -1$ و برقراری شرایط جهش در نمودارهایشان مطمئناً می‌توانند نمایش بهتری برای مدل ما باشند. با استفاده از محاسبات بدین نتیجه رسیدیم که: پارامتر حالت از خط ۱- عبور می کند، نتیجه ای که با مشاهدات [۷] همخوانی دارد. ضریب مقیاس $a(t)$ در حال کاهش یافتن $\dot{a}<0$ و در انبساط یافتن فاز، $\dot{a}>0$ و در نقطه جهش، $\dot{a}=0$ را دارد و برای دوره ای از زمان $\ddot{a}>0$ می‌باشد. متعاقباً در کیهان‌شناسی جهش، پارامتر هابل H از صفر می گذرد یعنی از $H<0$ به $H>0$ و در $H=0$ جهش رخ داده است. همچنیین، می بینیم که در $t\to 0$، $\omega<-1$ و $\dot{H}$ مثبت است که شرط $\frac{d}{dt}(p_R+\rho_R)\neq 0$ را قویاً تأیید می کند.

۳. نتیجه گیری:

در این مقاله با توجه به دینامیک کیهان‌شناسی FRW در گرانش تصحیح یافته ای و با ادغام تانسور ویل شرایط تحلیلی و عددی برای عبور ω از ۱- و شرایط مورد نیاز برای یک جهش موفق، بیان شد. بنابر این توانستیم در مرتبه حل مسایل کیهان‌شناسی، با ارائهٔ مدلی از گرانش تصحیح یافته با معادله حالتی عبور کننده از ۱- جایگزینی برای نقش انرژی تاریک در انبساط شتابدار عالم معرفی کنیم. این تصحیح عبور پارامتر حالت از ۱- ، گذر از میدان شبح به میدان اتر، در مدل انرژی تاریک را به خوبی نشان داد و عالم جهش را حول این نقطه‌ی خاص، توجیه کرد.

٤. مراجع:

[1] D. N. Spergel et al. [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **148**,175(2003).
[2] D. J. Eisenstein et al. [SDSS Collaboration], *Astrophys. J.* **633**, 560(2005).
[3] Z.-K. Guo, Y.-Z.Zhang, *Phys. Rev. D* **71**, 023501(2005).
[4] F. Milani et al, *Phys.Rev.D.* **79**,123003 (2009); F. Milani et al. *Phys.Let.B* **662**, 92, (2008); F. Milani et al. *Mod.Phys.Let.A.* **24**, 2363, (2009); H. Farajollahi, F. Milani. *Mod.Phys.Let.A.* **25**, 2349, (2010); F. Milani et al. *Gen.Rel.Grav.* **43**, 1657, (2011); H. Farajollahi, F. Milani. *Int.J.Theo.Phys.* **50**, 1953, (2011); F. Milani et al, *Astro. Space Sci.* **337**, (2012).
[5] S. Nojiri, O. D. Sergei. *Int.J.Geo.Meth.Mod.Phys.* **4**, 115 (2007); *Pro.Theo.Phys.Sup.* **172**, 81 (2008); T. Harko, *Phys.Rev.D* 81(4), 044021 (2010). J. Sadeghi, et al. *Phys.Lett.B* 678(2),164 (2009).
[6] M. R.Tanhayiet al. *Mod.Phys.Lett.A* **26**, 2403, (2011); M.V. Takook, M.R. Tanhayi, *JHEP*, **1012**, 044(2010).
[7] Bamba, K., et al.: *JCAP*, **01**, 008 (2014).

بررسی رفتار ترمودینامیکی گاز پلی تروپ بعنوان مدلی از انرژی تاریک

مرادپور، هومان[۱]؛ ابری، افسانه[۱]؛ عبادی، حسین[۱،۲]

[۱]مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه، مراغه

[۲]گروه فیزیک نظری و اخترفیزیک دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز

چکیده

تمرکز ما روی رفتار گاز پلی تروپ بعنوان جایگزینی برای انرژی تاریک است. با استفاده از اصول کلی ترمودینامیک، به بررسی رفتار و ویژگیهای این گاز می پردازیم. دریافتیم که یک گاز پلی تروپ میتواند در محدوده حجمهای بزرگ و دماهای پایین، رفتاری شبیه به رفتار انرژی تاریک از خود نشان دهد. همچنین می تواند در محدوده حجم های کوچک و دماهای بالا، یک سیال با فشار صفر را شبیه سازی کند. بطور خلاصه، مطالعه ما نشان میدهد که این گاز می تواند برای توصیف تاریخچه انبساط کیهان از دوره ماده غالب تا دوره انبساط شتابان کنونی مورد استفاده قرار گیرد.

Investigation of Thermodynamic behaviour of Polytropic gas as a model of dark energy

Moradpour, Hooman[1]; Abri, Afsaneh[1]; Ebadi, Hossein[1,2]

[1] *Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragha (RIAAM), Maragha*
[2] *Department of Theoretical Physics and Astrophysics, Physics faculty, University of Tabriz, Tabriz*

Abstract

We focuse on the Thermodynamic behavior of Polytropic gas as a candidate for dark energy. We use the general arguments of thermodynamics to investigate its properties and behavior. We find that a Polytropic gas may exhibit the dark energy like behavior in the large volume and low temperature limits. It also may be used to simulate fluid with zero pressure at the small volume and high temperature limits. Briefly, our study shows that this gas may be used to describe the universe expansion history from the matter dominated era to the current accelerating era.

Key words: Dark energy, Polytropic gas, Energy density, Entropy.

مقدمه

در کیهان شناسی استاندارد، کیهان از یک تکینگی که مهبانگ نامیده می شود متولد می شود و در لحظات اولیه متورم می شود[۱]. به دنبال آن آهنگ این انبساط کاهش میابد، چون تابش و ماده که در دوره بعدی تعیین کننده سرعت انبساط کیهان هستند، نقش سیال غالب را بازی میکنند. نهایتاً کیهان به یک انبساط شتابان با آهنگ مثبت، منتهی میشود.اگرچه فاز کنونی و نهایی انبساط کیهان، شرایط پایداری ترمودینامیکی را برآورده میکند امّا ماهیت سیال غالب که این فاز از انبساط را پشتیبانی میکند و انرژی تاریک نام دارد، یک معمای اسرارآمیز است[۴-۲]. تلاشهای مختلفی برای معرفی کاندیداهایی جهت توصیف انرژی تاریک و حل مسأله های کیهان شناسی استاندارد وجود دارد. در این بین بعضی مدل ها کاندیدای انرژی تاریک متغیر با معادله حالت $P=\rho+f(\rho)$ را شامل می شوند که در آنها P و ρ به ترتیب فشار و چگالی انرژی تاریک هستند[۵و۶].در اخترفیزیک،گاز پلی تروپ با معادله حالت زیر کاربردهای متعددی دارد؛

$$P=K\rho^{\left(1+\frac{1}{n}\right)} \qquad (۱)$$

که در آن

$$\rho = \frac{U}{V} \qquad (۲)$$

چگالی انرژی آن است زمانیکه U و V به ترتیب انرژی کل گاز و حجم محتویات آن باشد.علاوه بر اینnضریب پلی تروپیک وK نیز یک ثابت است[۷]. یک گاز بی دررو و یک گاز الکترونی دژنره دو نمونه از چنین گازهایی هستند[۷و۸].چون معادله حالت این گاز به شکل $P = f(\rho)$ می باشد توجه کیهان شناسان رابه عنوان یک راه ممکن برای توصیف انرژی تاریک و انطباق خوبش با مسأله تنظیم ظریف،از مسائل مهم کیهان شناسی را به خود جلب کرد.

در اینجا می توانیم ترمودینامیک گاز پلی تروپ که در حجم V محدود شده است را مطالعه کنیم. در حقیقت ما مشتاقیم بدانیم که یک گاز پلی تروپ تحت کدام شرایط ترمودینامیکی، رفتاری انرژی تاریک گونه از خود بروز میدهد. آیا شرایط پایداری ترمودینامیکی در این مدل برقرار است و آیا انتظارات ترمودینامیکی را برآورده می کند؟

در این اثر صرفاً اثرات ترمودینامیکی گاز پلی تروپ را مورد بررسی قرار دادیم و نتایج ما مستقل از تئوری های گرانشی هستند که برای توصیف انبساط کیهان استفاده می شوند.

معادله حالت گاز پلی تروپ بی دررو

فشار یک سیال با انرژی U که در سیلندری با حجم V محدود شده است با رابطه زیر ارزیابی می شود:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P \qquad (۳)$$

با ترکیب معادلات(۱)و(۲)و قرار دادن در رابطه(۳) و انتگرال گیری ، انرژی گاز پلی تروپ بصورت زیر بدست می آید:

$$U = (-1)^{-n}\left(KV^{-\frac{1}{n}} + b\right)^{-n} \qquad (۴)$$

که در آن $b = b(s)$. واضح است که اگر K=K(S) باشد، معادله (۴) قابل دسترسی است. اگر $\delta^{-\frac{1}{n}} = \frac{b}{K}$ با محاسباتی ساده می توانیم برسیم به:

$$U = (-1)^{-n}K^{-n}V\left(1 + \left(\frac{\delta}{V}\right)^{-\frac{1}{n}}\right)^{-n} \qquad (۵)$$

که منجر می شود به:

$$\rho = \frac{U}{V} = (-1)^{n}K^{-n}\left(1 + \left(\frac{V}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}\right)^{-n} \qquad (۶)$$

این معادله بترتیب برای $n > 0$ و $n < 0$ در حد حجم های کوچک منجر میشود به:

$$\rho \sim (-1)^{n}K^{-n} \qquad (۷)$$

و

$$\rho \sim (-1)^{n}K^{-n}\,\frac{\delta}{V} \qquad (۸)$$

چون به نظر میرسد که چگالی به ازای n های زوج باید مثبت باشد [۱۰و۹و۷]، این معادلات بیان می کنند که باید $\delta > ۰$.با توجه به معادله (۷) و شرط $\delta > ۰$، **مستقل از n، می توان محاسبه کرد که به ازای $K < 0$** چگالی مثبت است. بعلاوه، با قرار دادن این معادله در معادله (۱) می رسیم به:

$$P = (-1)^{n+1}K^{-n}\left(1 + \left(\frac{V}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}\right)^{-(n+1)} \qquad (۹)$$

که منجر میشود به:

$$P = \frac{-\rho}{\left(1+\left(\frac{V}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}\right)} \qquad (۱۰)$$

و

$$\omega = \frac{P}{\rho} = -\frac{1}{\left(1+\left(\frac{V}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}\right)} \qquad (۱۱)$$

که به ترتیب با فشار و پارامتر حالت گاز پلی تروپ متناظر هستند. بنابراین پارامتر حالت گاز پلی تروپ، شرط $-1 \leq \omega \leq 0$ را برآورده میکند.به ازای $b=0$ بدست می آوریم،

$$P = (-1)^{n+1}K^{-n} = -\rho \qquad (۱۲)$$

و

$$\omega = \frac{P}{\rho} = -1 \qquad (۱۳)$$

که مستقل از حجم سیستم است. بنابراین $b=0$ ، می تواند دوره تورم اولیه و فاز انبساطی فعلی و فضا زمان آنتی دوسیته را توضیح دهد. هر زمان که $n>0$ و δ واگرا نباشد، به ازای حجم های کوچک خواهیم رسید به:

$$P \approx (-1)^{n+1}K^{-n} \approx -\rho \qquad (۱۴)$$

که همان نتیجه ایست که از حالت $b=0$ رابطه (۱۲) بدست آوردیم. برای استخراج این معادله از روابط (۶) و (۱۰) استفاده میکنیم. این نتیجه با دوره تورم اولیه مطابق است. به ازای حجم های بزرگ، معادلات (۶) و (۱۰) به ترتیب منجر می شوند به:

$$\rho \approx \frac{(-1)^n K^{-n}\delta}{V} \qquad (۱۵)$$

و

$$P \approx \frac{(-1)^{n+1} K^{-n}\delta^{\frac{n+1}{n}}}{V^{\frac{n+1}{n}}} \qquad (۱۶)$$

باید توجه کنیم که چون $V \gg 1$ و $n>0$ در نتیجه $\omega \sim 0$. از آنجاییکه طول با ضریب مقیاس a متناسب است، $V \propto a^3$ و میرسیم به:

$$\rho \approx (-1)^n \frac{K^{-n}}{a^3} \qquad \Longrightarrow \quad P \sim 0 \qquad (۱۷)$$

که به ماده بدون فشار اشاره دارد. بنابراین یک گاز پلی تروپ با $n>0$ و $b \neq 0$ نمیتواند در حجم های بزرگ، یک سیال با $P = -\rho = 0$ را شبیه سازی کند. بطور مختصر، یک گاز پلی تروپ با $n>0$ ، چنانچه δ واگرا نشود، بصورت یک سیال با $\omega \cong -1$ و یک ماده بدون فشار، به ترتیب در حد حجم های کوچک و حجم های بزرگ رفتار میکند. زمانیکه $n<0$ و δ واگرا نباشد، با استفاده از معادلات (۷) و (۱۱) میرسیم به:

$$\rho \approx (-1)^n \frac{K^{-n}}{a^3} \qquad \Longrightarrow \quad P \sim 0 \qquad (۱۸)$$

و

$$P \approx (-1)^{n+1} K^{-n} \approx -\rho \qquad (۱۹)$$

به ترتیب بعنوان فشار و چگالی گاز پلی تروپ در حجم های کوچک و بزرگ. بنابراین یک گاز پلی تروپ با $n<0$ بصورت یک ماده بدون فشار و یک سیال با پارامتر حالت ۱- به ترتیب در حد حجم های کوچک و بزرگ عمل میکند. شرط پایداری ترمودینامیک ایجاب می کند که[۸]:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s \leq 0 \qquad (۲۰)$$

$$C_P \geq C_V \geq 0 \qquad (۲۱)$$

که C_P و C_V بترتیب ظرفیت گرمایی درحجم و فشار ثابت هستند. بعلاوه چون به ازای یک سیال با N ذره داریم:

$$C_P - C_V = \frac{TV\alpha^2}{N\kappa_T} \qquad (۲۲)$$

که در آن $\kappa_T = -\frac{1}{V(\frac{\partial P}{\partial V})_T}$ و α به ترتیب تراکم پذیری همدماوضریب انبساط گرمایی هستند[۸].اگر $\kappa_T > 0$ و $C_V \geq 0$ هر دو باهم برقرار باشند، شرط (۲۱) نیز برآورده میشود. آخرین رابطه به این معنیست که سیستمی ترمودینامیکی که درروابط (۲۰)، $C_V > 0$ و $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \leq 0$ برقرار است، شرط پایداری ترمودینامیکی را نیز برآورده میکند. به ازای حالت $b=0$ از معادله (۱۲) با محاسباتی ساده میرسیم به: $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s = 0$ و بنابراین شرط پایداری (۲۰) نیز برقرار می شود. حال با استفاده از معادله (۹) داریم:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_s = -\frac{\left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{P}{V}\delta^{\frac{-1}{n}}}{1+(\delta V)^{\frac{-1}{n}}}$$

با درنظر گرفتن شرط $\delta > 0$ همراه با معادلات (۶) و (۱۰)، اگر $-1 \leq n < 0$ باشد،گاز پلی تروپ با چگالی مثبت واگر $n>0$ و $n \leq -1$ گازپلی تروپ باچگالی منفی شرط(۲۰)را برآورده میکند.

معادله حالت گرمایی گاز پلی تروپ

باید معادله حالت گرمایی $P=P(T,V)$ را برای بررسی کیفی صحت معادله $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \leq 0$ و معادله حالت گرمایی $S=S(T,V)$ را برای مطالعه رفتار C_V تعیین کنیم. با دانستن :

$$C_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \qquad (۲۳)$$

برای تعیین دمای گاز پلی تروپ،معادله (۶) را در $T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$ قرار میدهیم وبا فرض ثابت بودن K داریم[۱۰و۹و۷]:

$$T = (-1)^{n+1} n V^{\left(1+\frac{1}{n}\right)} \left(K + bV^{\frac{1}{n}}\right)^{-(n+1)} \left(\frac{db}{dS}\right) \qquad (۲۴)$$

با درنظر گرفتن معادلات (۶) و (۱۰) همراه با تعیین δ این معادله میتواند بصورت زیر نوشته شود.

$$T = -n \frac{V^{\left(1+\frac{1}{n}\right)}\rho}{1+\left(\frac{V}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}}} \left(\frac{db}{dS}\right) \qquad (۲۵)$$

برای اینکه به تحلیل هایمان ادامه دهیم، به شکل دقیقی از b نیاز داریم.برای رسیدن به این هدف، با درنظر گرفتن معادله (۴)، تحلیل ابعادی نشان میدهد که:

$$[U] = [b]^{-n} \qquad (۲۶)$$

علاوه براین از معادله (۲۵) داریم: $db \propto ds$. در نهایت چون $[U] = [TS]$، در ترمودینامیک برای یک الکترون ساده اولیه که در معادله (۲۶) صدق میکند داریم:

$$b = [T_* S]^{-\frac{1}{n}} \qquad (۲۷)$$

که در آن T_* یک ثابت است با بعد دما که از مکانیک آماری یا داده های تجربی باید محاسبه شود. بامشتق گرفتن از این معادله نسبت به S و با قرار دادن این نتایج در معادله (۲۵) بدست می آوریم:

$$T = (-1)^n V^{\left(1+\frac{1}{n}\right)}\left(T_*^{-\frac{1}{n}} S^{-\frac{1}{n}-1}\right)\left(K + (T_* S)^{-\frac{1}{n}} V^{\frac{1}{n}}\right)^{-(n+1)}$$
(۲۸)

که منجر می شود به انتروپی گاز پلی تروپ:

$$S = [(\frac{T_*}{T})^{\frac{1}{n+1}}(-1)^{\frac{n}{n+1}} - 1]^n \left(\frac{V}{K^n T_*}\right) \quad (۲۹)$$

با ترکیب معادلات (۱۰)و (۲۹) خواهیم داشت:

$$P = (-1)^{n+1} K^{-n} (1 + [(\frac{T_*}{T})^{\frac{1}{n+1}}(-1)^{\frac{n}{n+1}} - 1]^{-1})^{-(n+1)}$$
(۳۰)

ازاین معادله واضح است که $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = 0$ برای یک گاز پلی تروپ کـــه در آن شـــرط $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \leq 0$ برقـرار اسـت، بـرآورده مـی شود.در نهایت چون $P=P(T)$ در نتیجه $\left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2}\right)_T$ و $\left(\frac{\partial^3 P}{\partial V^3}\right)_T$ صفر هستند که یعنی گذار فاز در این حالت وجود ندارد[۸].ایـن نتـایج مستقیماً از نتـایج حاصلـه از معادلـه (۲۷) بـرای بدسـت آوردن b بدست می آید. با قراردادن معادله (۳۰) در روابط (۱) و (۳) داریم:

$$\rho = \frac{(-K)^{-n}}{[1 + \left[\left(\frac{T_*}{T}\right)^{\frac{1}{n+1}}(-1)^{\frac{n}{n+1}} - 1\right]^{-1}]^n} \quad (۳۱)$$
و

$$U = \frac{(-K)^{-n} V}{[1 + \left[\left(\frac{T_*}{T}\right)^{\frac{1}{n+1}}(-1)^{\frac{n}{n+1}} - 1\right]^{-1}]^n} \quad (۳۲)$$

که به ترتیب چگالی انرژی و انرژی کل گـاز پلـی تـروپ هسـتند. همانطور که می دانیم انتروپی سیستم ترمودینامیکی باید مثبت باشد بعلاوه، معادلات (۳۰) و (۳۱) منجر می شود به:

$$\omega = -\frac{1}{1 + \left[\left(\frac{T_*}{T}\right)^{\frac{1}{n+1}}(-1)^{\frac{n}{n+1}} - 1\right]^{-1}} \quad (۳۳)$$

که رابطه پارامتر حالت گاز پلی تروپ هست. این رابطه نشان مـی دهد که برای یک گاز پلی تروپ با اندیس پلی تروپـی کـه شـرط $(-1)^{\frac{n}{n+1}} = 1$ و دمای T که $0 \leq T \leq T_*$ را برآورده می کنـد، پارامتر حالت در بازه $-1 \leq \omega \leq 0$ می باشـد. بـا قـرار دادن ایـن معادله در معادله (۲۹) می رسیم به رابطه انتروپی به صورت:

$$S = \frac{V}{K^n T_*}(-\frac{\omega}{\omega + 1})^n \quad (۳۴)$$

بنابراین چون معادله (۱۱)،شرط $-1 \leq \omega \leq 0$ را برآورده میکنـد، اگر $K^n T_* > 0$،شرط $S>0$ برآورده میشـود. حـال بـا اسـتفاده از معادله (۲۳) می رسیم به رابطه ظرفیت گرمایی در حجم ثابت:

$$C_V = n\,(-1)^{\frac{n}{n+1}}\ \frac{V}{K^n T_*}\,(\frac{T_*}{T})^{\frac{1}{n+1}}\,[(\frac{T_*}{T})^{\frac{1}{n+1}}(-1)^{\frac{n}{n+1}} - 1]^{n-1}$$
(۳۵)

که میتوان به صورت زیر نوشت:

$$C_V = n\frac{V(1 + \left(\frac{V}{\delta}\right)^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{n+1}}}{\mathrm{K}^{n+1}\mathrm{T}_*\rho^{\frac{1}{n+1}}}\left(-\frac{\omega}{\omega + 1}\right)^n \quad (۳۶)$$

بنابراین اگر $\frac{n}{\mathrm{K}^{n+1}\mathrm{T}_*\rho^{\frac{1}{n+1}}} > 0$ ، شرط $C_V > 0$ بـرآورده میشـود. با ترکیب این نتایج با نتیجه بدست آمده از شرط $S > 0$ میرسیم به اینکـه اگـر شـرط $\frac{n}{\mathrm{K}\rho^{\frac{1}{n+1}}} > 0$ برآورده شود، شرایط $S > 0$ و $C_V > 0$نیز متشابهاً برآورده خواهد شد.

نتیجه گیری

بادرنظر گرفتن یـک گـاز پلـی تـروپ و محاسـبه چگـالی انـرژی وفشارآن بااستفاده ازمعادلات ترمودینامیکی، به این نتیجه رسـیدیم که به ازای $\delta > 0$، شرط $-1 \leq \omega \leq 0$ ، در طول تاریخچه کیهـان رعایت می شود.

مرجع ها

[1] M. Roos, *Introduction to Cosmology*, John Wiley and Sons, UK, 2003
[2] S. Capozziello and V. Faraoni, *Beyond Einstein Gravity* (Springer, NY, 2011).
[3] K. Bamba, S. Capozziello, S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Astrophys. Space. Sci*. **342**, (2012) 155.
[4] M. Li. X. D. Li, S. Wang and and Y. Wang, *THE UNIVERSE*. **1**, (2013) 4.
[5] S. Nojiri, S. D. Odintsov, Phys. Rev. D **68**, 123512 (2003).
[6] L. L. Jenkovszky, V. I. Zhdanov and E. J. Stukalo, Phys. Rev. D **90**, 023529 (2014).
[7] J. Christensen-Dalsgard, *Lecture Notes on Stellar Structure and Evolution* (**6**th edn. Aarhus University Press, Aarhus 2004).
[8] H. B. Callen, *Thermodynamics and Introduction to Thermostatics* (New York: John Wiley and Sons, 1985).
[9] K. Karami, S. Ghaffari and J. Fehri, Eur. Phys. J. C **64**, 85 (2009).
[10] M. Taji and M. Malekjani, Int. J. Theor. Phys. **52**, 3405 (2013).

اثرات مدل انرژی تاریکِ گرانرو بر تاریخچه انبساط کیهان

مستقل، بهرنگ[۱] ؛ مصحفی، حسین[۲] ؛ موحد، سید محمد صادق[۱و۳]

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی ، اوین ، تهران

[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی،گاوازنگ، زنجان

[۳] پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانشهای بنیادی، تهران

چکیده

در این کار، اثر مدل انرژی تاریک با سیال گرانرو را بر روی تاریخچه انبساط کیهان و همچنین تابش زمینه‌ی کیهانی بررسی می‌کنیم. با در نظر گرفتن اینکه یک میدان اسکالر مولد چنین سیالی است، پتانسیل و جرم چنین میدان اسکالری را تعیین می‌کنیم. با توجه به اینکه اثر غالب این مدل در کیهان اخیر ظاهر می‌شود، با استفاده از کاتالوگ ابرنواختری JLA ، نتایج رصدی HST و تابش زمینه کیهانی Planck 2015 سازگاری مدل ارائه شده را ارزیابی می‌کنیم. نتایج برای کمیت‌های آزاد مدل در تراز اطمینان ٪۶۸ عبارت است $\gamma = 0.1288^{+0.0019}_{-0.0015}$ ، $\Omega_{\rm vac} = 0.696^{+0.025}_{-0.023}$ و $m_\phi / H_0 = 15.688^{+1.763}_{-1.556}$. با توجه به مقادیر کمیت هابل ملاحظه می‌شود که تنش بین رصد پلانک با سایر رصدها نتزل پیدا می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که تنش بین Planck و سایر رصدهای اخترفیزیکی برای ضریب گرانرو وجود دارد. به نظر می‌رسد برای توجیه این تنش، باید برای تعیین دقیق‌تر این کمیت فقط بخش اثر پیوسته سکس–ولف را به حساب آورد.

Implications of Bulk-Viscous Dark Energy Model on the Expansion History of the Universe

Mostaghel, Behrang[1]; Moshafi, Hossein[2] ; Movahed, S.M. Sadegh[1,3]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University,G.C., Evin, Tehran
[2] Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan
[3] School of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran

Abstract

We investigate effects of bulk-viscous dark energy model on the CMB and expansion history of the Universe. By considering a scalar-field as a generator of such viscous fluid, we determine potential and mass of field. Since DE dominates just in recent era of cosmic expansion, we used JLA catalogue of SN type Ia, HST & Planck 2015 data to check consistency of model with observations. Best-fit values and confidence 68% limits for cosmological parameters are $\gamma = 0.1288^{+0.0019}_{-0.0015}, \Omega_{\rm vac} = 0.696^{+0.025}_{-0.023}, m_\phi / H_0 = 15.688^{+1.763}_{-1.556}$.

PACS No. 98

مقدمه

کیهانِ ما در دوره‌ای از انبساط تندشونده قرار دارد و شواهد رصدی مانند ابرنواخترهای نوع Ia ، تابش زمینه‌ی کیهانی (CMB)، مساحی کهکشان‌ها و نوسانات آکوستیکی باریونی (BAO) این انبساط تندشونده را تأیید می‌نمایند[۱]و[۲]. با وجود شواهد رصدی متعدد، اما سازوکار مسئولِ این انبساط تندشونده هنوز به خوبی شناخته نشده است و برای این منظور مدل‌های متعددی برای این پدیده پیشنهاد گردیده‌اند. ساده‌ترین مدلی که در نسبیت عام پیشنهاد می‌شود شامل کیهانی با یک مؤلفه‌ی غالب Λ است که به صورت سیالی با فشار منفی و چگالی ثابت در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله رهیافت دیگری را دنبال می‌کنیم و انرژی خلاء را سیالی گرانرو فرض می‌کنیم. بررسی این موضوع که چه چیزی سبب ایجاد گرانروی برای چگالی انرژی خلاء می‌شود جالب توجه است. وجود

یک میدان شبح که به طور غیر کمینه با هندسه‌ی فضا- زمان جفت شده است و به عنوان مولد چگالی انرژی خلاء عمل می‌کند، می‌تواند توجیه کننده وجود ضریب گرانروی برای خلاء باشد [۴]. از شرط غلتش آرام میدان اسکالر مشخص است که جرم چنین میدانی باید از مرتبه H_0 ، یعنی کمیت هابل در زمان حال باشد [۵]. بررسی تطابق این مدل با آخرین داده‌های رصدی، تعیین جرم میدان اسکالر و شرط خود سازگاری مدل اسکالر در این مقاله بررسی خواهد شد.

مدل و کیهان‌شناخت زمینه

مدلی که در اینجا به بررسی آن می‌پردازیم تعمیمی از مدل استاندارد کیهان‌شناسی است. به این صورت که فرض می‌کنیم خلاء سیالی گرانرو است. یعنی به دلیل وجود گرانروی برای آن، فشار آن نسبت به حالت استاندارد، تغییر می‌کند و این تغییر فشار برابر است با $p_{\rm eff}=p_{\rm eq}-\zeta\Theta(t)$ که در آن ζ و $\Theta(t)$ به ترتیب برابر ضریب گرانروی و تابع اسکالر رشد هستند. همچنین $p_{\rm eq}$ و $p_{\rm eff}$ فشار سیستم در حال تعادل و فشار موثر سیستم هستند. در این مقاله فرض می‌کنیم که از میان مولفه‌های گوناگون تشکیل دهنده کیهان، تنها انرژی خلاء دارای خاصیت گرانروی است و سایر مولفه‌های کیهان، نظیر ماده تاریک، ماده باریونی، تابش و نوترینوها بدون گرانروی هستند. معادله‌ی فریدمان برای مدل ما به صورت زیر است [۴]

$$H\equiv\frac{\dot a}{a}=H_0\sqrt{\Omega_r a^{-4}+\Omega_m a^{-3}+\Omega_{\rm vac}(a)}$$
$$\Omega_{\rm vac}(a)=\Omega^0_{\rm vac}+9\gamma\sqrt{\Omega^0_{\rm vac}}\ln(a)+\frac{81}{4}\gamma^2(\ln(a))^2 \qquad (۱)$$

که ζ $\gamma=\frac{8\pi G_N}{3H_0^2}$ ضریب گرانروی بدون بُعد سیال گرانرو است.

میدان اسکالر به عنوان منشاء وجود ضریب گرانروی برای انرژی خلاء

در مرجع [۴] نشان دادیم که می‌توانیم بر اساس وجود ضریب گرانروی برای انرژی خلاء، یک مدل انرژی تاریک بنا کنیم. ویژگی این مدل این است که لاگرانژی آن دارای جفت شدگی غیر کمینه با تانسور اینشتین است. بر این اساس کنش میدان اسکالر را به شکل زیر در نظر گرفتیم

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R}{2\kappa}-\frac{1}{2}\left(g^{\mu\nu}-\alpha^2R^{\mu\nu}\right)\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi-V(\phi)\right). \quad (۲)$$

کنش بالا نخستین بار در مرجع [۶] پیشنهاد شد و در مرجع [۷] برای توصیف مکانیزم شکست تقارن و تولید بوزونهای هیگز در دوران تورم بکار گرفته شد. اصولاً در چنین مدلی امکان تغییر مقدار معادله حالت میدان اسکالر، و عبور آن از خط $w=-۱$ وجود دارد. با کمک روش بازسازی میدان اسکالر، به رابطه $V(\phi)=\frac{(1-w_\phi)\rho_\phi}{2}$. برای پتانسیل می‌رسیم. فرض اساسی این است چگالی انرژی میدان اسکالر برابر با چگالی انرژی خلاء است، یعنی $\rho_{\rm vac}=\rho_\phi$. می‌توان برای این پتانسیل جرمی به صورت $m_\phi=\sqrt{\left.\frac{d^2V(\phi)}{d\phi^2}\right|_{\phi_{\min}}}$ تعریف کرد[۴]. با انجام محاسبات، جرم برابر است با $m_\phi=H_0\Gamma\left(\gamma,\Omega^0_{\rm vac}\right)$، که در آن تابع $\Gamma\left(\gamma,\Omega^0_{\rm vac}\right)$ به شکل زیر است

$$\Gamma\left(\gamma,\Omega^0_{\rm vac}\right)=\sqrt{\frac{21}{2}\left(1-\Omega^0_{\rm vac}\right)}\exp\left(\frac{\sqrt{\Omega^0_{\rm vac}}}{3\gamma}\right). \qquad (۳)$$

به روشنی دیده می‌شود که جرم میدان اسکالر تابعی از ضریب گرانروی خلاء است. با کمک داده‌های رصدی، می‌توانیم جرم میدان را بدست آوریم (نگاه کنید به جدول شماره (۱)). مقداری که ما برای جرم میدان اسکالر محاسبه کردیم، با مقدار تخمین زده شده سازگاری دارد. برای مدلی که بررسی کردیم، می‌توانیم یک حد پایین برای جرم تعیین کنیم. این حد پایین در زمانی بدست می‌آید که ضریب گرانروی بسیار بزرگ شود. در این حالت جرم میدان تقریبا برابر است با $m_\phi\simeq H_0\sqrt{\frac{21}{2}\left(1-\Omega^0_{\rm vac}\right)}$, . با توجه به جدول (۱) ، سبکترین جرم میدان بر اساس آزمونهای رصدی برابر است با $m_\phi\simeq 1.677H_0$ که به ازای داده‌های HST بدست می‌آید.

داده‌ها و قیدهای رصدی

این مدل در سطح زمینه در کیهان اولیه اثر مشهودی ندارد و تنها در دوره های اخیر کیهان بر روی انبساط کیهان و دیگر مشاهده پذیرها اثر خواهد گذاشت. برای اثبات این ادعا در شکل (۱) رفتار کمیت هابل را برای مدل گرانرو در مقایسه با مدل ΛCDM نشان داده شده است. واضح است که در کیهان اولیه (انتقال به سرخ‌های بالا)

رفتار این دو مدل یکسان است. تنها در دوره‌های اخیر از تحول کیهان، اختلاف بین مدل گرانرو با مدل استاندارد نمایان می‌شود. با استفاده از معادله فریدمان و روابط فاصله درخشندگی و فاصله قطر زاویه‌ای بر حسب انتقال به سرخ می‌توان فاصله‌های بدست آمده از مدل را با داده‌های رصدی ابرنواخترها، انفجارهای پرتو گاما و خط‌کش‌های استاندارد نظیر نوسانات آکوستیکی باریون مقایسه کرد. همچنین با حل مجموعه معادلات اینشتین–بولتزمان می‌توان طیف توان ماده و همچنین طیف توان ناهمسانگردی‌های تابش زمینه را برای مدل محاسبه و با نتایج بدست آمده از رصدهایی نظیر پلانک مقایسه نمود. در شکل (۲) ، مدول فاصله‌ی درخشندگی مدل گرانرو به ازای مقادیر بهینه و داده‌های ابرنواختر مقایسه شده است. کمیت‌های مورد استفاده در این محاسبات برای یافتن قیدهای رصدهای عبارتند از:

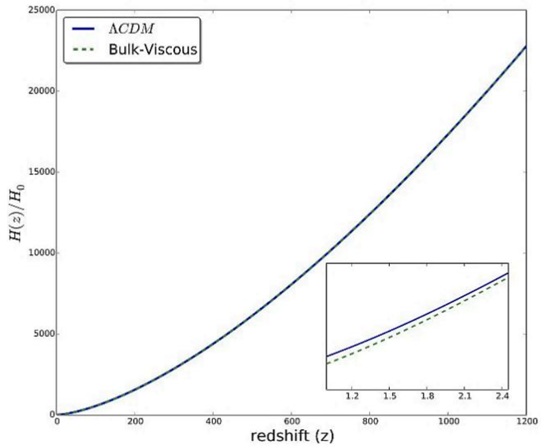
$$\{\Theta_p\}: \quad \Omega^0_{\rm vac}, \gamma, \Omega_b h^2, \Omega_{cdm} h^2, H_0, \tau, A_s, n_s$$

تابع تخمین پسینی عبارت است از آن‌جا که در این کار فرض کرده ایم هندسه‌ی زمینه تخت است: $\Omega_m + \Omega_{\rm vac} = 1$ بنابراین با مقید کردن ماده Ω_m می‌توان چگالی انرژی تاریک $\Omega_{\rm vac}$ را نیز مقید کرد. برای محاسبه‌ی طیف توان دمایی C_ℓ^{TT} در این مدل کد CAMB را به دقت تغییر دادیم تا با داده‌های پلانک ۲۰۱۵ مقایسه نماییم و قیدهای رصدی برای کمیت‌های مدل بدست آوریم. بهترین مقادیر برازشِ کمیت‌های مدل با بیشنیه کردن تابع تخمین پسینی بدست می‌آید:

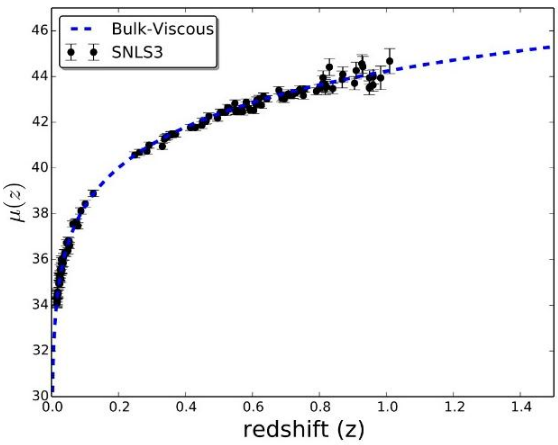
$$P(\Theta_p \mid D) = \frac{\mathcal{L}(D;\Theta_p)P(\Theta_p)}{\int \mathcal{L}(D;\Theta_p)P(\Theta_p)d\Theta_p}$$

$$\mathrm{Ln}(\mathcal{L}(D;\Theta_p)) = -\frac{1}{2}(d_i - d_i^{th})C_{ij}^{-1}(d_j - d_j^{th})$$

که d_i نقاط داده و d_i^{th} پیش‌بینی نظری متناظر از مدل با کمیت مشخص Θ_p است، C_{ij} ماتریس خطا است. داده‌های مورد استفاده برای یافتن بهترین مقادیر و مقید کردن کمیت‌های مدل بدین شرح هستند:



شکل ۱: *کمیت هابل مدل استاندارد در مقایسه با مدل گرانرو. اثر سیال گرانرو در انتقال به سرخ‌های پایین نمایان است.*



شکل ۲: *مدول فاصله برای مدل گرانرو در مقایسه با داده‌های رصدی*

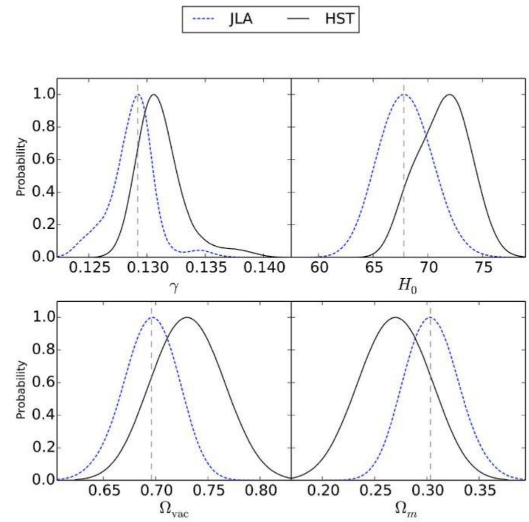
۱) طیف توان دمایی بدست آمده از نتایج پلانک ۲۰۱۵ **۲)** اندازه‌گیری ثابت هابل توسط تلسکوپ هابل HST **۳)** داده ابرنواختر نمونه JLA[۱] که از ترکیب داده‌های ابرنواختر SNLS و SDSS SNe و چندین کاتالوگ ابرنواختر انتقال به سرخ پایین بدست آمده است. بهترین تخمین برای مقادیر کمیت‌ها و بازه‌های احتمال با استفاده از کد مونت کارلوی کیهان‌شناختی CosmoMC انجام شده است.

نتایج

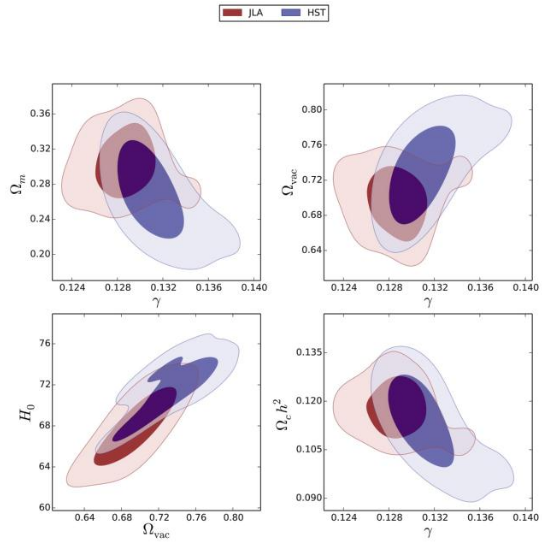
در جدول (۱) بهترین مقادیر و بازه‌ی تغییرات کمیت‌ها حاصل از آنالیز درست‌نمایی با استفاده از داده‌های ابرنواختر کاتالوگ JLA ، اندازه‌گیری کمیت هابل HST و داده‌های افت‌وخیز دمایی پلانک

[1] Joint Light-curve Analysis

۲۰۱۵ گزارش شده است. با توجه به مقادیر جدول، واضح است که با افزایش ضریب گرانروی جرمِ میدان کاهش می‌یابد. همچنین مقدار جرم به تغییرات ضریب گرانروی بسیار حساس است. در شکل (۳) احتمال‌های بدست آمده از آنالیز درست‌نمایی براساس داده‌های JLA و داده‌های اندازه‌گیری کمیت هابل توسط تلسکوپ هابل HST را نشان داده شده است. کمیت‌های انتخاب شده برای یک مدل تحت بررسی شده‌اند. از آنجا که در کیهان اولیه سهم اثر گرانروی ناچیز است بنابراین آنالیز برروی تمام ممانهای تابش زمینه نمی‌تواند قید خوبی روی کمیت γ بگذارد، پس ما در شکلهای (۳) و (۴) نتایج مربوط به TT را نشان نداده‌ایم. شکل (۴) کانتورهای تابع درستنمایی برای کمیت‌های مدل با توجه به رصدهای HST و JLA نشان می‌دهد. بر اساس داده‌های HST کمیت Ω_m حساسیت خاصی نسبت به تغییر مقادیر کمیت گرانروی γ نشان نمی‌دهد و به نظر می‌رسد میزان ماده در کیهان اخیر در برابر حضور یک سیال گرانرو پایدار است. همان‌طور که می‌دانیم انرژی تاریک و اثر آن روی انبساط کیهان یک اثر بزرگ مقیاس است که در ابعاد بسیار بزرگ کیهانی محسوس می‌شود. بنابراین برای مشاهده اثر آن بر روی طیف توان تابش زمینه‌ی کیهانی می‌بایست به سراغ ممان‌های کوچک (معادل ابعاد فیزیکی بزرگ) رفت. انرژی تاریک با تغییر پتانسیل‌های ماده در طی تاریخچه انبساط کیهان، اثر بزرگ مقیاسِ ISW را بر روی تابش زمینه به جای می‌گذارد. بنابراین منطقی به نظر می‌رسد



شکل ۳: نتایج توزیع احتمال‌های بدست آمده برای کمیت‌های مدل و زمینه.



***شکل ۴**: کانتورهای بدست آمده از آنالیز درست‌نمایی برای کمیت‌های مدل*

جدول ۱ : بهترین مقادیر بدست آمده و بازه‌ی اطمینان برای پارمترهای مدل

Parameter	Planck TT	JLA	HST
$\Omega_c h^2$	$0.1201^{+0.0059}_{-0.0055}$	$0.1178^{+0.0059}_{-0.0059}$	$0.1131^{+0.0080}_{-0.0073}$
Ω_m	$0.318^{+0.037}_{-0.033}$	$0.304^{+0.025}_{-0.025}$	$0.268^{+0.038}_{-0.038}$
Ω_{vac}	$0.681^{+0.033}_{-0.037}$	$0.696^{+0.025}_{-0.023}$	$0.732^{+0.038}_{-0.038}$
H_0	$66.9^{+2.3}_{-2.4}$	$67.9^{+2.3}_{-2.3}$	$71.6^{+2.9}_{-3.7}$
γ	$0.644^{+0.155}_{-0.643}$	$0.1288^{+0.0019}_{-0.0015}$	$0.1502^{+0.0042}_{-0.0016}$
m_ϕ / H_0	$2.805^{+0.463}_{-1.392}$	$15.688^{+1.763}_{-1.556}$	$11.201^{+1.941}_{-1.573}$

که به جای مطالعه‌ی مدل انرژی تاریک بر روی کل طیف توان (شامل ممان‌های بزرگ و کوچک) بر روی ناحیه با ممان‌های کوچک متمرکز شویم چرا که انتظار می‌رود اثر غالب هر یک از مدل‌های انرژی تاریک بیشتر بر روی طیف ISW ظاهر شود. اثرات غیربدیهی در تشکیل ساختار در حضور این مدل نیز جالب توجه خواهد بود که در دست بررسی است.

مرجع‌ها

[1] R. Amanullah,et al.; Astrophys. J. 716 (2010) 712.
[2] A. Shafieloo,et al.; Phys. Rev. D **80** (2009) 101301.
[3] B. Novosyadlyj et al.; "*Constraining the dynamical dark energy parameters*" JCAP **05**(2014)030
[۴] مستقل، بهرنگ. موحد، سید محمد صادق. "*تناظر کیهانشناخت ضریب چسبندگی ثابت و میدان شبح موثر جفت شده غیر کمینه با هندسه*" کنفرانس فیزیک ایران ، مشهد ۱۳۹۴.
[5] K. Hinterbichler, J. Khoury, A. Levy, Andrew Matas "*Symmetron Cosmology*" DOI: 10.1103/*PhysRevD*.**84**.103521
[6] Sushkov, S. V." ": Phys. Rev. **D 80**, (2009) 103505.
[7] Germani. C,Kehagias. A "*New Model of Inflation with Non-minimal Derivative Coupling of Standard Model Higgs Boson to Gravity*" **PRL. (2010)105.011302**

اختلالات اسکالرگرانش برنزدیکی در پیمانه همدیس نیوتنی

مولوی ، زهرا[۱]؛ خدام محمدی، عبدالحسین[۱]

[۱] *گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان*

چکیده

در این مقاله،نظریه اختلال اسکالر در گرانش برنز دیکی مطالعه می‌شود. با در نظر گرفتن اختلالات اسکالر متریک در پیمانه نیوتنی و اختلال در میدان اسکالر برنز دیکی معادلات اختلالی استخراج شده و اثر میدان اسکالر برنزدیکی بر رفتار اختلال متریک و تباین چگالی به عنوان معیاری برای تشکیل ساختار ، در مواردی بررسی وحل تحلیلی ارایه شده است.

Brans-Dicke Scalar Perturbations in Conformal Newtonian Gauge

Molavi, Zahra[1]; khodam Mohammadi, Abdolhosein[1]

[1] *Department of Physics, University of Bu-Ali Sina , Hamedan*

Abstract

In this paper, we study scalar perturbations in Branse-Dicke cosmology and we derive the perturbed BD equations. The influence of BD scalar field on the behavior of these perturbations is studied in some special cases and the exact solutions of density contrast are obtained.

PACS No. 04

مقدمه

انبساط شتابدار کیهان، موضوع مهم مورد توجه در کیهانشناسی مدرن است. در حالیکه با فرض نسبیت عام به عنوان تئوری گرانش، معادلات میدان به شتاب منفی در انبساط کیهان منجر می-شود. برای توجیه این شتاب مثبت، در کنار نظریه انرژی تاریک تغییر تئوری گرانش نیز مورد توجه زیادی قرار گرفته است[۱]. با تغییر سمت چپ معادله اینشتین یعنی تغییر گرانش، می‌توان مشاهدات رصدی مبنی بر انبساط شتابدار کیهان را توجیه کرد همانطور که از نظریه انرژی تاریک نیز همین نتایج بدست می‌آید. سوال این است: آیا با استفاده از مشاهدات می‌توان تشخیص داد که مشاهدات امروزی نتیجه تغییر گرانش هستند یا وجود شاره‌ای نامتعارف با فشار منفی؟ اینجاست که مشاهدات مربوط به تشکیل ساختار مانند ناهمسانگردی تابش زمینه کیهانی، همگرایی ضعیف گرانشی و توزیع ماده تاریک می‌توانند در تفکیک بین انرژی تاریک و مدلهای گرانش تعمیم یافته کمک کننده باشند. برای بررسی تئوری تشکیل ساختار باید از تئوری اختلال شروع کرد. در این مقاله ، معادلات اختلال در مدل برنز دیکی بعنوان یکی از مدلهای گرانش تعمیم یافته بدست می‌آید و با حل تحلیلی این معادلات تباین چگالی درفازهای مشخصی از تحول کیهان ارایه می‌شود.

معادلات زمینه درکیهان برنز دیکی

نظریه برنز دیکی نمونه‌ای از تئوری‌های اسکالر- تانسوری است[۲] که لاگرانژی آن با رابطه زیر داده می‌شود

$$S=\frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}\left[\psi R-\omega\left(\frac{\nabla_\mu\psi\nabla^\mu\psi}{\psi}\right)+16\pi\mathcal{L}_{\rm mat}\right]$$

در این نظریه میدان اسکالر $\psi(t)$ از طریق پارامتر ω با گرانش جفت می‌شود. می‌توان انتظار داشت که حضور این میدان اسکالر به نتایجی متفاوت با نتایج نسبیت عام منتهی شود. تئوری برنز دیکی در سالهای اخیر در نظریه میدان دوباره بررسی شده و در مورد محدودیتهای تعیین ω بررسی‌هایی صورت گرفته است. با مورد توجه قرار گرفتن این نظریه در سالهای اخیر این سوال مطرح می-شود که آیا نظریات تشکیل ساختار با حضور یک میدان اسکالر در نظریاتی مانند نظریه گرانش برنز دیکی تغییر می‌کنند؟

جهان تخت همگن و همسانگرد با متریک FRW در نظر می‌گیریم

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)\delta_{ij}dx^i dx^j \qquad (۱)$$

تانسور انرژی تکانه برای شاره کامل بصورت

$$T^{\mu\nu} = (p+\rho)U^\mu U^\nu - pg^{\mu\nu} \qquad (۲)$$

و معادله حالت $p(t) = \alpha\rho(t)$ است. در این صورت از چگالی لاگرانژی، معادلات میدان برنز دیکی نوشته می‌شوند

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi}{\psi}T_{\mu\nu} + \frac{\omega}{\psi^2}\left(\nabla_\mu\psi\nabla_\nu\psi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\nabla_\rho\psi\nabla^\rho\psi\right) + \frac{1}{\psi}\left(\nabla_\mu\nabla_\nu\psi - g_{\mu\nu}\nabla_\mu\nabla^\mu\psi\right)$$

$$\nabla_\mu\nabla^\mu\psi = \frac{8\pi}{3+2\omega}T \qquad (۳) \text{ و } (۴)$$

معادله (۴) تحول میدان اسکالر بوده و T رد تانسور انرژی تکانه که برای شاره کامل برابر $T = -\bar{\rho} + 3\bar{p}$است.

با قرار دادن متریک (۱) وروابط(۳) و(۴) معادلات میدان بصورت زیر بدست می‌آیند

$$\frac{1}{a^2}\left(3\mathcal{H}^2 - \omega\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2 + 3\mathcal{H}\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)\right) - \frac{8\pi\bar{\rho}}{\psi} = 0 \qquad (۵)$$

$$\frac{1}{a^2}\left(2\frac{a''}{a} - \mathcal{H}^2 + \omega\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2 + \mathcal{H}\left(\frac{\psi'}{\psi}\right) + \left(\frac{\psi''}{\psi}\right)\right) + \frac{8\pi\bar{\rho}\alpha}{\psi} = 0 \qquad (۶)$$

که $\mathcal{H}$ پارامتر هابل و علامت پریم مشتقات در زمان همدیس η هستند. زمان همدیس با رابطه $d\eta = \frac{dt}{a(t)}$ مشخص می‌شود.

اگرتحول فاکتور مقیاس و میدان برنز دیکی برای زمینه را به این صورت فرض کنیم

$$a(\eta) \propto \eta^r \;, \bar{\psi}(\eta) \propto \eta^s$$

در نتیجه این فرض، معادلات میدان بر حسب آنها بصورت زیر بازنویسی می‌شوند

$$3r^2\eta^{-2} - \omega s^2\eta^{-2} + 3rs\eta^{-2} + 8\pi G\bar{\rho}a_0\eta^{2r-s} = 0 \qquad (۷)$$

$$2r(r-1)\eta^{-2} - r^2\eta^{-2} + \omega s^2\eta^{-2} + rs\eta^{-2} + s(s-1)\eta^{-2} + 8\pi G\bar{\rho}a_0\eta^{2r-s}\alpha = 0 \qquad (۸)$$

اختلال اسکالر درکیهان برنز دیکی

با اعمال اختلال در متریک و مولفه‌های کیهان ، معادلات اختلالی میدان بدست می‌آیند. در پیمانه همدیس نیوتنی، برای اختلالات اسکالر، متریک داریم[۳]

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \bar{g}_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu} \\ ds^2 &= a(\eta)[-(1+2\Phi)d\eta^2 + (1-2\Psi)\delta_{ij}dx^i dx^j] \end{aligned} \qquad (۹)$$

$\Phi(\eta,\vec{r}), \psi(\eta,\vec{r})$ (که به پتانسیل‌های باردین معروف هستند)اختلال متریک هستند. همچنین تانسور انرژی تکانه مختل شده برای شاره کامل بصورت زیر است

$$\begin{aligned} T^\mu_\nu &= \bar{T}^\mu_\nu + \delta T^\mu_\nu \\ &= \begin{bmatrix} -\bar{\rho} & 0 \\ 0 & \bar{p}\delta^i_j \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\delta\rho & (\bar{p}+\bar{\rho})v_i \\ -(\bar{p}+\bar{\rho})v_i & \delta\bar{p}\delta^i_j \end{bmatrix} \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

با این فرض که در عبارات

$$\begin{aligned} \rho(\eta,\vec{r}) &= \bar{\rho}(\eta) + \delta\rho(\eta,\vec{r}) \\ p(\eta,\vec{r}) &= \bar{p}(\eta) + \delta p(\eta,\vec{r}) \\ \psi(\eta,\vec{r}) &= \bar{\psi}(\eta) + \delta\psi(\eta,\vec{r}) \end{aligned}$$

$\bar{p}(\eta), \bar{\rho}(\eta)$ چگالی و فشار مربوط به مولفه‌های زمینه است و $\delta\rho(\eta,\vec{r})$, $\delta p(\eta,\vec{r})$ اختلال فشار و چگالی هستند. برای شاره کامل خواهیم داشت $\Phi(\eta,\vec{r}) = \Psi(\eta,\vec{r})$.

با توصیف اختلال میدان اسکالر برنز دیکی بصورت $\delta\psi(\eta,\vec{r}) = \lambda(\eta,\vec{r})\bar{\psi}(\eta)$ معادلات اختلالی در کیهان برنز دیکی بصورت زیربدست می‌آیند

$$\begin{aligned} &\frac{1}{a^2}\left(6\mathcal{H}\phi' + 6\mathcal{H}^2\phi - 2\nabla^2\phi\right) + \frac{8\pi\bar{\rho}}{\psi}(\delta - \lambda) \\ &+ \frac{1}{a^2}\left(\nabla^2\lambda - w\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2\phi + \left(\frac{\psi'}{\psi}\right)(3\phi' + 6\mathcal{H}\phi + w\lambda') - 3\mathcal{H}\lambda'\right) = 0 \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

$$\left(2\phi' + 2\mathcal{H}\phi + \frac{8\pi\bar{\rho}va^2}{\psi}(1+\alpha)\right) + \mathcal{H}\lambda - \lambda' - \frac{\psi'}{\psi}(\lambda - \phi + \omega\lambda) = 0$$
(۱۲)

$$\left(2\phi''+2(2\mathcal{H}'+\mathcal{H}^2)\phi+6\mathcal{H}\phi'\right)-\frac{1}{\psi}8a^2\pi\alpha\bar{\rho}(\delta-\lambda)$$
$$+\left(-\lambda''+\frac{2}{3}\nabla^2\lambda+2\frac{\psi''}{\psi}\phi+w\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)^2\phi-\mathcal{H}\lambda'\right)\qquad (۱۳)$$
$$+\left(\frac{\psi'}{\psi}\right)(3\phi'-w\lambda'+2\mathcal{H}\phi-2\lambda')=0$$

همچنین از قضیه بیانکی برای تانسور انرژی تکانه مختل شده داریم

$$T^{\mu}_{\nu};_{\mu}=0$$

با توجه به قضیه فوق برای زمینه مختل شده روابط زیر بدست می‌آیند

$$(\bar{\rho}\delta)'=\bar{\rho}(1+\alpha)(-\nabla^2 v+3\phi')-3\bar{\rho}\delta\mathcal{H}(1+\alpha)$$

$$(\bar{\rho}v(\alpha+1))'=-\bar{\rho}\phi(\alpha+1)-4r\bar{\rho}v\eta^{-1}(\alpha+1)-\bar{\rho}\alpha\delta \qquad (۱۴)و(۱۵)$$

معادلات(۱۱) تا (۱۵) در فضای فوریه بصورت زیربدست می‌آیند

$$\phi(6r^2\eta^{-2}-\omega s\eta^{-2}+6rs\eta^{-2}+2k^2)+\phi'(6\eta^{-1}r+3s\eta^{-1})$$
$$+\lambda(-k^2-\frac{8\pi\bar{\rho}a_0{}^2\eta^{2r-s}}{\psi_0})+\lambda'(\omega s\eta^{-1}-3r\eta^{-1})$$
$$+\frac{8\pi\bar{\rho}a_0{}^2\eta^{2r-s}}{\psi_0}\delta=0$$

$$(2r+s)\eta^{-1}\phi+2\phi'+\frac{1}{\psi_0}8\pi\bar{\rho}va_0{}^2\eta^{2r-s}(1+\alpha)+(r-s-\omega s)\eta^{-1}\lambda-\lambda'=0$$

$$\phi[2s(s-1)+\omega s^2+4r(r-1)+2r^2+2rs]\eta^{-2}+\phi'(6r+3s)\eta^{-1}$$
$$+\lambda(-\frac{2}{3}k^2+\frac{8\eta^{2r-s}\pi a_0{}^2\alpha\bar{\rho}}{\psi_0})-\lambda'(r+s\omega+2s)\eta^{-1}$$
$$-\lambda''+2\phi''-\frac{8\eta^{2r-s}\pi a_0{}^2\alpha\bar{\rho}}{\psi_0}\delta=0$$

$$(\bar{\rho}'+3\bar{\rho}r\eta^{-1}(1+\alpha))\delta+\bar{\rho}\delta'-\bar{\rho}(1+\alpha)k^2v$$
$$-3\bar{\rho}(1+\alpha)\phi'=0$$

$$[(\bar{\rho}(\alpha+1))'+4r\bar{\rho}\eta^{-1}(\alpha+1)]v+v'\bar{\rho}(\alpha+1)$$
$$+\bar{\rho}(\alpha+1)\phi+\bar{\rho}\alpha\delta==0 \qquad (۱۶)-(۲۰)$$

که $\delta=\frac{\delta\rho}{\bar{\rho}}$ تباین چگالی است و می‌تواند به عنوان معیاری برای رشد ساختارها در نظر گرفته شود.

با همین فرضیات معادله تحول میدان اسکالر یعنی معادله (۴) نیز بصورت زیر قابل نوشتن است

$$4s\eta^{-1}\phi'+[2s(s-1)+4sr]\eta^{-2}\phi-\lambda''-(2r+2s)\eta^{-1}\lambda' \qquad (۲۱)$$
$$-[k^2\eta^2+2rs+s(s-1)]\eta^{-2}\lambda-\frac{8\pi\bar{\rho}a_0{}^2\eta^{2r-s}}{\psi_0(3+2\omega)}(3\alpha-1)\delta=0$$

و می‌تواند در محاسبات و حل دستگاه معادلات اختلال مورد استفاده واقع شود.

روشن است که در $\psi=0$ معادلات فوق به روابط اختلالی درگرانش اینشتین تبدیل می‌شوند.

با دانستن مولفه‌های تشکیل دهنده کیهان و استفاده از معادلات (۱۶) تا (۲۱) می‌توان دستگاه معادلات را حل کرده و تحول اختلال میدان برنز دیکی λ، تحول تباین چگالی δ و تحول اختلال متریک ϕ را بدست آورد. واضح است که حل تحلیلی معادلات کوپل شده فوق ، کارمشکلی است واین مقاله گنجایش آن را ندارد.

در اینجا به حل معادلات برای حالت ساده‌ای می‌پردازیم:

چنانچه تغییرات چگالی ماده در حدی کند تغییر باشد که منجر به تغییرات چگالی توده‌ای کیهان که همانا متناظر با میدان اسکالراست نشود می‌توان از اختلال میدان اسکالر صرفنظر کرده ($\lambda=0$)و معادلات (۱۶) تا (۱۸) را نوشت

$$\phi(6r^2\eta^{-2}-\omega s\eta^{-2}+6rs\eta^{-2}+2k^2)+\phi'(6\eta^{-1}r+3s\eta^{-1}) \qquad (۲۱)$$
$$+\frac{8\pi\bar{\rho}a_0{}^2\eta^{2r-s}}{\psi_0}\delta=0$$

$$\phi[2s(s-1)+\omega s^2+4r(r-1)+2r^2+2rs]\eta^{-2}+\phi'(6r+3s)\eta^{-1} \qquad (۲۲)$$
$$+2\phi''-\frac{8\eta^{2r-s}\pi a_0{}^2\alpha\bar{\rho}}{\psi_0}\delta=0$$

$$2\phi'+(2r+s)\eta^{-1}\phi+\frac{1}{\psi_0}8\pi\bar{\rho}va_0{}^2\eta^{2r-s}(1+\alpha)=0 \qquad (۲۳)$$

روابط فوق ومعادلات (۱۶) و(۱۷) و(۱۸) توصیف کلی از تحول اختلالات و در نتیجه تشکیل ساختار، برای دوره‌های مختلف در کیهان برنز دیکی می‌دهد.

برای حل معادلات بالا باید مولفه‌های تشکیل دهنده را بدانیم و البته بجای پارامتر معادله حالت، پارامتر حالت موثر را قرار دهیم. در اینجا برای سه حالت خاص معادلات را حل می‌کنیم

۱)جهان ماده غالب $(\alpha = 0)$

اگر جهان را ماده غالب در نظر بگیریم یا بعبارت دقیقتر فرض کنیم پارامتر معادله حالت موثر آن صفر باشد از حل معادلات برای تحول اختلال متریک جواب زیر بدست می‌آید

$$\phi(\eta) = C_1\eta^{u+d} + C_2\eta^{u-d} \qquad (۲۴)$$

که u,d شامل جملات زیرهستند

$$u = -\frac{3}{4}s - \frac{3}{2}r + \frac{1}{2}$$

$$d = \frac{1}{4}\sqrt{4 + 8r + 4s - 12r^2 + 20rs - s^2(7 + 8\omega)}$$

به همین ترتیب تباین چگالی بدست می‌آید

$$\delta = \frac{\eta^{s-2r-2}(3+2\omega)[\phi(\eta)(-s^2 + s - 2sr) - 2\phi'(\eta)\eta s]}{4a_0\pi G\bar{\rho}} \qquad (۲۵)$$

جهان تابش غالب $(\alpha = \frac{1}{3})$

درجهان تابش غالب که پارامتر موثرمعادله حالت برابر $\frac{1}{3}$ باشد تحول اختلال متریک و تباین چگالی بترتیب زیر هستند

$$\phi(\eta) = \phi_0\eta^{-r-\frac{1}{2}s+\frac{1}{2}} \qquad (۲۵)$$

$$\delta(\eta) = \frac{-L}{16}\frac{1}{{a_0}^2\pi G\bar{\rho}(\eta)}\eta^{-2r+s-2}\phi(\eta) \qquad (۲۶)$$

$$L = -3s[1 - 2s(\omega+1) + 4r] - 3 - 6r(1-2r)$$

جهان ثابت کیهانشناسی $(\alpha = -1)$

برای اختلال متریک جوابی بصورت

$$\phi(\eta) = C_1\eta^{y+j} + C_2\eta^{y-j} \qquad (۲۷)$$

و برای تباین چگالی جواب دقیق بر حسب میدان اسکالر و مشتقات آن بدست می‌آید

$$\delta(\eta) = \frac{(3+2\omega)}{16a_0\pi\bar{\rho}G}\left[\eta^{-2r+s-2}\phi(\eta)(-3s^2 - 2sr) - 2\frac{d\phi}{d\eta}\eta^{-2r+s-1}\right] \qquad (۲۸)$$

$$y = -\frac{3}{2}r + \frac{1}{2}\omega s + \frac{1}{2}$$

$$j = \frac{1}{2}\sqrt{-3r^2 - 2\omega sr + 2r + \omega^2 s^2 + 1 - s^2 + s + 2rs}$$

بحث و نتیجه گیری

در این مقاله معادلات اختلالی برنز دیکی با فرض رفتار توانی میدان برنز دیکی و فاکتور مقیاس، بدست آمد. می‌توان با توجه به مولفه‌های تشکیل دهنده کیهان، ابتدا با حل معادلات میدان در زمینه بدون اختلال، رفتار فاکتور مقیاس و میدان برنز دیکی را بطور دقیق بدست آورد، بعد از آن با استفاده از معادلات اختلالی تباین چگالی و در نتیجه فاکتور رشد را بدست آورده و اثر میدان برنز دیکی بر تحول یا رشد ساختار ها مطالعه کرد. پارامتر معادله حالت که در معادلات قرار داده می‌شود، باید *پارامتر موثر* معادله حالت باشد. در این مقاله برای سه حالت خاص ، معادلات حل شده و جواب دقیق بدست آمده است. تنها کافیست $\rho(\eta)$ مولفه‌-های مختلف مدل را وارد کرد تا تباین چگالی را برای هر زمانی داشته باشیم و در مورد انطباق آن بر مشاهدات کیهانی بحث کنیم. ثابت جهانی گرانش در اینجا با عکس متوسط میدان اسکالر برنزدیکی متناسب است و همین باعث می‌شود تغییراتی در روابط بین چگالی انرژی و فاکتور مقیاس ایجاد شود[5] و باید در مورد آن دقت و وقت بیشتری صرف کرد.

مراجع

[1] J. A. R. Cembranos, A. de la Cruz Dombriz “Complete density perturbations in the Jordan-Fierz-Brans-Dicke theory ” arXiv:1307.0521v1 [gr-qc] 1 Jul 2013

[2] C. Brans and R.H. Dicke, Phys. Rev. 124, 925 (1961).

[3] Mukhanov, V. F., and Feldman, H. A., and Brandenberger, R. H.: "Theory of Cosmological Perturbations", Physics Reports, Volume 215, Issue 5-6, p. 203-333(1992)

[4]V. Acquaviva, C. Baccigalupi, S. M. Leach, A. R. Liddle and F. Perrotta, Phys.Rev. D 71, 104025 (2005).

[5] J. Grande, J. Sola Julio C. Fabris ,Ilya L. Shapiro” Cosmic perturbations with running G and Λ ”arXiv:1001.0259v2 [astro-ph.CO] 13 Mar 2010

فرمالیزم پرس شکتر در کیهان شناسی انرژی تاریک

نادری ، طیبه[1]؛ ملک جانی، محمد[1]

[1]گروه فیزیک دانشگاه بوعلی سینا، خیابان مهدیه، همدان

چکیده

در این مقاله با استفاده از فرمالیسم پرس شکتر در پی شمارش تعداد هاله های ماده تاریک در انتقال به سرخ های متفاوت در کیهان انرژی تاریک با معادله حالت ثابت هستیم. در این فرمالیزم مدل های متفاوت انرژی تاریک را با هم و با مدل ثابت کیهانشناسی مقایسه می کنیم. فرمالیسم پرس شکتر بیانگر این موضوع است که کسری از جرم در سیستم مقید گرانشی با جرم بزرگتر از M با کسری از حجم که تباین چگالی خطی آن از مقدار بحرانی d_c فراتر برود، معین می شود. ما مدل رمبش کروی کلاه شاپویی را بررسی می کنیم و با استفاده از این مدل و فاکتور رشد خطی ساختار تابع جرمی خوشه ای می تواند با استفاده از d_c و واریانس جرمی s_M^2 نوشته شود.

Press Schechter formalism in dark energy cosmologies

Nadery, Tayebe[1]; Malekjani, Mohammad[1]

[1] *Department of Physics, University of Bu-Ali Sina, Hamadan*

Abstract

In this work, by using press and Schechter formalism we are going to count dark matter halos in dark energy cosmologies with constant equation of states and in various red shifts and compare them with each other and cosmological constant model. The Press -Schechter formalism assumes that the fraction of mass in the universe contained in gravitationally bound systems with masses greater than M is given by the fraction of space where the linearly evolved density contrast exceeds a threshold d_c.We are investigating Top-Hat spherical collapse model and by combining it with the Growth function for linear perturbations, the cluster mass function can be expressed in terms of the mass threshold of mass variance s_M^2 and critical over density for spherical collapse.

مقدمه

شواهد رصدی زیادی از جمله داده های سوپرنوا [1] ، تشکیل ساختارهای بزرگ مقیاس [2] و نوسانات آکوستیکی باریون ها [3] نشان می دهند که کیهان در زمان حال با شتاب مثبت منبسط می شود. برای توصیف این حرکت شتاب دار می توان از دو دیدگاه کلی استفاده کرد. در دیدگاه اول انرژی تاریک به عنوان یک سیال کیهانی در نظر گرفته می شود که معادله حالت آن به اندازه کافی منفی بوده و می تواند انبساط عالم را توضیح دهد. در دیدگاه دوم مولفه های داخل کیهان مواد شناخته شده در نظر گرفته شده و گرانش انیشتن به صورتی تغییر می کند که انبساط عالم را توصیف کند. برای مثال می توان یک سیال با معادله حالت ثابت با زمان به صورت $w=\frac{p}{r}$ در نظر گرفت که p فشار و r چگالی سیال است. داده های رصدی نشان می دهند که معادله حالت باید نزدیک به منفی یک باشد. برای ماده تاریک معادله حالت برابر با صفر و برای تابش برابر با (1/3) است. مدل های که معادله حالت آن ها $w<-1$ مدل های فانتوم و مدل هایی با $w>-1$ مدل

های کوینتسنس[1] نام دارند. اثر دیگر انرژی تاریک بر روی تعداد هاله های ساختار های ماده تاریک است که با استفاده از فرمالیزم پرس ششتر قابل اندازه گیری است.

در فرمالیزم پرس ششتر تعداد ساختار های غیر خطی ماده تاریک ارتباط مستقیم با پارامتر تباین چگالی خطی هاله های ماده تاریک دارد.

به خاطر سادگی و پرهیز از پیچیدگی محاسبات ریاضی که تاثیری در نتایج حاصل از اثر انرژی تاریک در سناریوی تشکیل ساختار ندارد، سیال انرژی تاریک را با پارامتر حالت ثابت در نظر می گیریم. به عنوان مثال ثابت کیهانشناسی ثابت Λ را با پارامتر حالت مستقل از زمان $w_{de} = -1$ و مدل های انرژی تاریک دینامیکی را که چگالی آنها وابسته به فاکتور مقیاس است را با $w_{de} \neq -1$ بیان می کنیم. از خصوصیات دیگر انرژی تاریک دینامیکی این است که می توانند در فضا و زمان مختل شوند و به طور غیر مستقیم در تحول ساختارهای بزرگ مقیاس کیهانی نقش داشته باشند اما ثابت کیهانشناسی این اثر را ندارد.

فرمالیسم پرس شکتر در شمارش تعداد هاله های ماده تاریک

در فرمالیسم پرس شکتر همانطور که در مقدمه گفته شد با استفاده از مدل رمبش کروی کلاه شاپویی و تباین چگالی خطی و واریانس جرمی و فاکتور رشد تعداد هاله های ماده تاریک را می شماریم و تابع جرمی خوشه ای از یک تابع گاوسی اولیه برای تباین چگالی حول $d = 0$ پیروی می کند.

در این فرمالیزم تعداد هاله هایی با جرم M و M+dM و در واحد حجم از رابطه زیر حاصل می شود [4].

$$\frac{dn}{dM} = -\frac{r_{m0}}{M}\frac{d_c(\mathrm{z})}{s\,(\mathrm{M,z})}\frac{d\ln s}{dM}\exp\left(\frac{-d_c^{\,2}(\mathrm{z})}{2s^{\,2}}\right) \qquad (1)$$

که در آن $s\,(\mathrm{M,z})$ واریانس جرمی و d_c تباین چگالی خطی در زمان رمبش است.

تعداد کل هاله ها با کمینه $M_{\min}$ و بیشینه $M_{\max}$ را با انتگرال گیری از تابع پرس شکتر روی این محدوده جرمی بدست می آوریم.

$$N_{bin} = \int_{4p} d\Omega \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} \frac{dn}{dM}\frac{d^2V}{dzd\Omega}dM \qquad (2)$$

اکنون برای شمارش هاله های بزرگتر از $M_{\min}$ از N_{bin} از زمان حال تا انتقال به سرخ z انتگرال می گیریم.

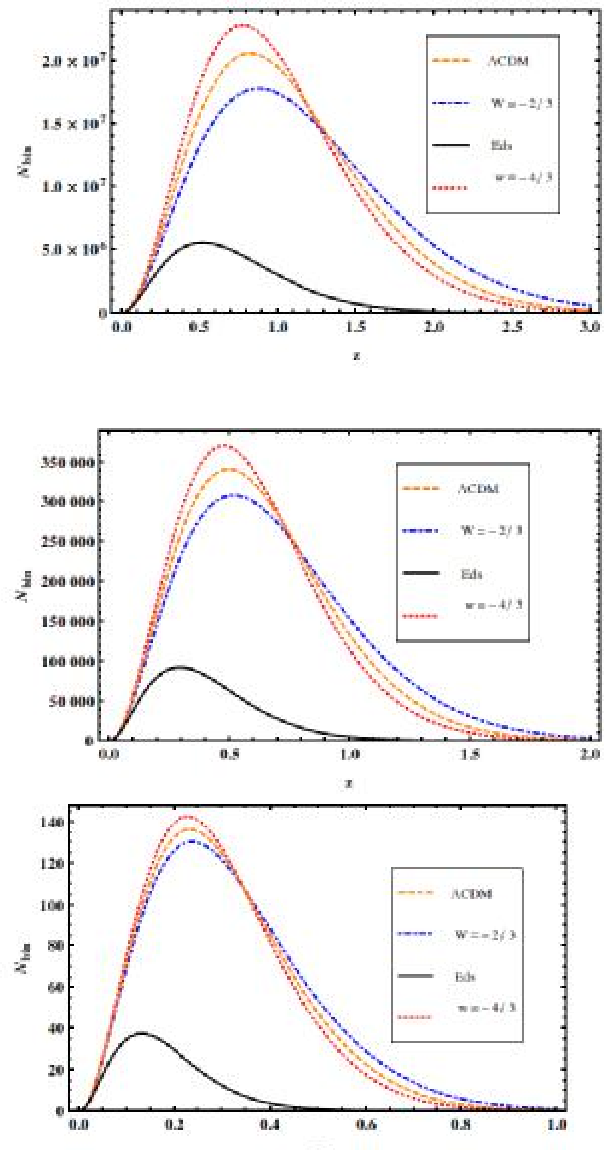
$$n(\mathrm{z,M}\rangle\,\mathrm{M}_{\min}) = \int_{4p} d\Omega \int_{M_{\min}}^{\infty} \int_{0}^{\mathrm{z}} \frac{dn}{dM}\frac{d^2V}{dzd\Omega}dMdz' \qquad (3)$$

در معادله بالا $d\Omega$ المان زاویه فضایی و $\frac{d^2V}{dzd\Omega}$ حجم همراه می باشد. هدف در این مقاله رسم تعداد هاله ها در واحد انتقال به سرخ، تعداد کل هاله ها از زمان حال تا انتقال به سرخ z و حجم همراه می باشد.

در شکل 1 و بالا تعداد هاله های تشکیل شده در واحد انتقال به سرخ در بازه جرمی $M = 10^{13}M_{e}$ و $M = 10^{14}M_{e}$ نمایش داده شده است. در $z \approx 0.75$ تعداد هاله ها بیشینه است. در شکل 1 و وسط این تعداد در بازه جرمی $M = 10^{14}M_{e}$ و $M = 10^{15}M_{e}$ نمایش داده شده که این نمودار هم در $z \approx 0.5$ بیشترین تعداد هاله را دارد و در شکل 1 و پایین هم تابع N_{bin} در بازه $M = 10^{15}M_{e}$ و $M = 10^{16}M_{e}$ رسم شده و بیشینه آن روی $z \approx 0.25$ است.

پس نتیجه می گیریم که هاله های پر جرم دیرتر از هاله های کم جرم تشکیل می شوند.

[1] Quintessence

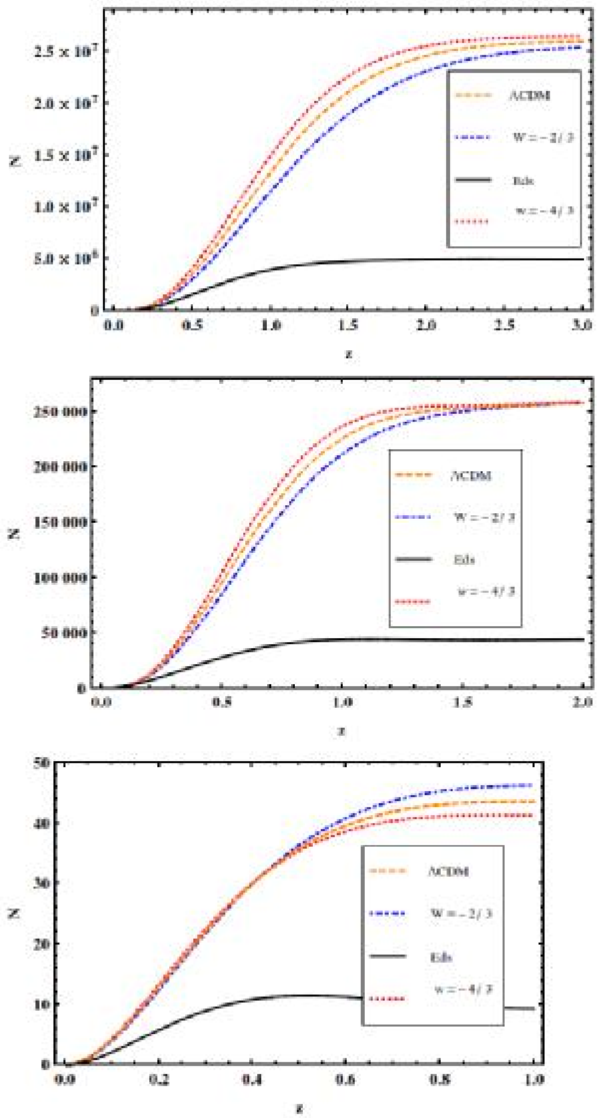


شکل1 : تعداد کل هاله ها با کمینه $M_{\min}$ و بیشینه $M_{\max}$. نمودار ها برای کیهان EdS و مدل های مختلف انرژی تاریک رسم شده اند.

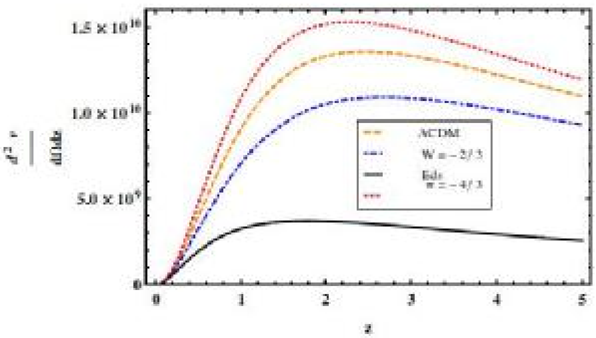
در شکل 2 و بالا تعداد کل هاله های با جرم بزرگتر از $M = 10^{13} M_{\mathbf{e}}$ و شکل 2 و وسط با جرم بزرگتر از $M = 10^{14} M_{\mathbf{e}}$ و شکل 2 و پایین با جرم بزرگتر از $M = 10^{15} M_{\mathbf{e}}$ نشان داده شده اند.

همانطور که از این شکل ها پیداست تعداد هاله های تشکیل شده با جرم بزرگتر از $M = 10^{13} M_{\mathbf{e}}$ در $z \geq 2$ ثابت شده و به این معناست که این هاله ها در $z\langle 2$ تشکیل می شوند. و این اتفاق برای جرم های بزرگتر از $M = 10^{14} M_{\mathbf{e}}$ در $z \geq 1$ و برای جرم های بزرگتر از $M = 10^{15} M_{\mathbf{e}}$ در $z \geq 0.7$ اتفاق می افتد.

باز هم به این نتیجه می رسیم که هاله های با جرم بزرگتر دیرتر تشکیل می شوند.



شکل 2 : تعداد کل هاله ها با کمینه $M_{\min}$ و بیشینه بی نهایت و در انتقال به سرخ صفر تا z . نمودار ها برای کیهان EdS و مدل های مختلف انرژی تاریک رسم شده اند.



شکل 3 : اندازه حجم همراه. نمودار ها برای کیهان EdS و مدل های مختلف انرژی تاریک رسم شده اند.

در شکل 3 حجم همراه را برای مدلهای انتخابی بررسی کرده ایم. حجم همراه در رابطه مربوط به N_{bin} و $n(\mathrm{z,M}\rangle\,\mathrm{M}_{\min})$ ظاهر شده است و به معنای حجمی است که در مختصات همراه محاسبه می شود.

همانطور که از شکل مشخص است هر چه پارامتر حالت مدل کیهان انتخابی منفی تر باشد اندازه حجم همراه بزرگتر می شود یعنی این حجم در مدل فانتومی از مدل های دیگر بزرگتر است، در کیهان EdS که هیچ انرژی تاریکی وجود ندارد، کمترین حجم همراه را داریم.

در این نمودارها علاوه بر مدلهای انرژی تاریک با معادله حالت ثابت، کیهان EdS را هم رسم کرده ایم. همانطور که می بینید در هر دو شکل 1 و 2 تعداد هاله های تشکیل شده در این کیهان کمتر می باشد و در شکل 3 هم حجم همراه این کیهان کمینه است.

نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از مدل رمبش کروی کلاه شاپویی سعی در بررسی تشکیل ساختار را داریم. همانطور که در شکل ها پیداست کمترین تعداد هاله ها در کیهان EdS است و تعداد هاله های انرژی تاریک در مدل کوینتسنس از مدل ΛCDM بیشتر و در مدل های فانتومی این مقدار کمتر می شود، پس مقدار انرژی تاریک تاثیر به سزایی در شمارش هاله های ماده تاریک دارد و هر چه مقدار انرژی تاریک بیشتر شود تفاوت با کیهان EdS هم فاحش تر می شود .

مرجع‌ها

[1] Supernova Cosmology Project Collaboration, S. Perlmutter et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae, *Astrophys.J.* **517** (1999) 565–586.

[2] SDSS Collaboration Collaboration, M. Tegmark et al., Cosmological Constraints from the SDSS Luminous Red Galaxies, *Phys.Rev. D* **74** (2006) 123507.

[3] W. J. Percival, S. Cole, D. J. Eisenstein, R. C. Nichol, J. A. Peacock, A. C. Pope, and A. S. Szalay, Measuring the Baryon Acoustic Oscillation scale using the SDSS and 2dFGRS, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **381** (2007) 1053–1066.

[4] W. H. Press & P. Schechter, *ApJ*, **187**, 425 (1974).

تحلیل میدانی نوینی از رفتار سیاه چاله ها و حل معادلات شعاعی کلاین گوردن در یک سیاه چاله

نفیسی، کاظم؛ نعیم آبادی، شهریار

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه بیرجند

چکیده

در این مقاله، ضمن توصیف تحلیلی ساختار پایه یک سیاه چاله در فضای گرانش سه بعدی تعمیم یافته با حضور میدان های اسکالر و الکترومغناطیس، توابع موج و انرژی پتانسیل، رفتار مجانبی، و دیگر پارامتر ها را برای سیاه چاله های نزدیک افق ، غیر چرخشی، فاقد بار، مودار و برهنه مورد بررسی قرار می دهیم، و از حل معادلات شعاعی کلاین گوردن، برای سیاه چاله های باردار و غیر باردار، توابع موج دریک میدان اسکالر را مورد بررسی قرار داده، و درنهایت به بررسی ساختار ترمودینامیکی یک سیاه چاله برای یک حالت خاص خواهیم پرداخت.

The new Scalar field Analysis of behavior black holes and radial solution of Klein-Gordon equation for black holes

Naficy, Kazem; Naeim Abadi, SHahriar

Department of Physics, University of Birjand,

Abstract

In this paper, we approach to basic formalism of black holes in three-dimensional generalized gravitational space with the presence of Scalar and Electromagnetic fields, and consider analytical and numerical solutions of radial part of the Klein-Gordon equation for Wave function and energy potential, asymptotic behavior in near the horizon, uncharged, hairy black hole; and finally we studied the thermodynamic structure of a black hole for a special case.

PACS No. ۰٤,۲۰.Jb, ۰٤,٤۰.Nr, ۰٤,۷۰.-s

مقدمه

سیاه‌چاله ناحیه‌ای از فضا–زمان است که جرم در آن فشرده شده است. وجود سیاه‌چاله‌ها در نظریه نسبیت عام آلبرت اینشتین پیش بینی می‌شود. این نظریه پیش بینی می‌کند که یک جرم به اندازه کافی فشرده می‌تواند سبب تغییر شکل و خمیدگی فضا–زمان و تشکیل سیاهچاله شود. پیرامون سیاهچاله رویه‌ای ریاضی به نام افق رویداد تعریف می‌شود که هیچ چیزی پس از عبور از آن نمی‌تواند به بیرون برگردد و نقطه بدون بازگشت است. سیاهچاله به دلیل اینکه نوری از آن خارج نمی‌گردد نادیدنی است، اما وجود خود را از راه کنش و واکنش با ماده پیرامون خود نشان می دهد. از راه بررسی برهمکنش میان ستاره‌های دوتایی با همدم نامرئیشان، اخترشناسان نامزدهای احتمالی بسیاری برای سیاهچاله بودن در این منظومه‌ها شناسایی کرده‌اند. این باور جمعی در میان دانشمندان رو به گسترش است که در مرکز بیشتر کهکشان‌ها یک سیاه‌چاله کلان‌جرم وجود دارد. برای نمونه، دستاوردهای ارزشمندی بازگوی این واقعیت است که در مرکز کهکشان راه شیری ما نیز یک سیاهچاله کلان جرم با جرمی بیش از چهار میلیون برابر جرم خورشید وجود دارد. ما در این مقاله، ضمن تحلیلی جامع از ساختار سیاه چاله ها،آنها را در قالب جداول ۱ و ۲ دسته بندی کرده و از حل معادلات شعاعی کلاین گوردن در فضای میدان اسکالر، توابع موج، رفتار میدانی در انواع سیاه چاله ها مانند سیاه چاله های چرخشی، غیر باردار، مودار و غیره را مورد محاسبه قرار

می دهیم ودر تحلیلی متفاوت خصوصیات ترمودینامیکی یک سیاه چاله از جمله دما و آنتروپی، درخشندگی، طول عمر، سطح مقطع، گرانش و نظریه نیمه کلاسیکی را مورد بررسی قرارگرفته شده است. توجه داریم که قبل از بررسی خصوصیات ترمودینامیکی یک سیاه چاله باید به تحلیل و بررسی قوانین ترمودینامیکی برای حالت عام یک سیاه چاله پرداخت.

ساختار میدانی یک سیاه چاله :

در فضای گرانشی سه بعدی در میدان اسکالر برحسب تابع پتانسیل$V(\varphi)$ می توان رابطه میدانی زیر را برای یک سیاه چاله در حالت کلی بیان نمود.[۱]

(۱)

$$S=\frac{1}{2}\int d^3x\,\sqrt{-g}\;[R-g^{\mu\nu}-\nabla\mu\varphi\nabla\nu\varphi-\frac{R}{8}\varphi^2-\;2V(\varphi)-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}]\;,$$

که رابطه بالا در فضای خطی زیر تعریف می شود:

(۲)

$$ds^2=\;-f(r)dt^2+\frac{1}{f(r)}dr^2+r^2(d\varphi+\omega(r)dt)^2\,,$$

که تابع $f(r)$ به صورت زیر بیان می گردد:

(۳)

$$f(r)\sim 3\beta-\frac{Q^2}{4}+\left(2\beta-\frac{Q^2}{9}\right)\frac{B}{r}-Q^2\left(\frac{1}{2}+\frac{B}{2r}\right)Ln(r)+\frac{(3r+2B)^2a^2}{r^4}+\frac{r^2}{l^2}\;.$$

در رابطه بالا Q و a به ترتیب بار و پارامتر چرخش نامیده می شود . و l ثابت کیهانشناسی $\Lambda=-\frac{1}{l^2}$ و β ثابت انتگرال که وابسته به جرم و بار سیاه چاله می باشد. $\beta=\frac{1}{3}(\frac{Q^2}{4}\text{-}m)$

می توان به ترتیب ، میدان اسکالر و تابع مجانبی و تابع پتانسیل اسکالر و امتداد افق در یک سیاه چاله را طبق روابط زیر بیان نمود.

(۴)

$$\varphi(r)=\pm\sqrt{\frac{+8B}{r+B}}\;,$$
$$\omega(r)=-\frac{(3r+2B)a}{r^3}\;,$$
$$V(\varphi)\sim\frac{2}{l^2}+\frac{1}{512}\left[\frac{1}{l^2}+\frac{\beta}{B^2}+\frac{Q^2}{9B^2}\left(1-\frac{3}{2}\ln\left(\frac{8B}{\varphi^2}\right)\right)\right]\varphi^6\,,$$
$$r_h^2=\frac{B}{3}(\frac{7}{6}-2\frac{M}{Q^2})(-1+\sqrt{1+\frac{216a^2Q^2}{B\left(\frac{7}{6}Q^2-2M\right)^2}}\;.$$

در روابط بالا ثابت B ، بار اسکالر می باشد.[۱]

صورت دیگری از تابع پتانسیل اسکالر در فضای سه بعدی می تواند همانند رابطه (۴) به صورت زیر بازنویسی شود.

(۵)

$$V(\varphi)\sim\frac{-1}{l^2}+\frac{1}{512}\left(\frac{1}{l^2}+\frac{\beta}{B^2}\right)\varphi^6-\frac{1}{18432}\left(\frac{Q^2}{B^2}\right)(192\varphi^2+48\varphi^4+5\varphi^6)+\frac{1}{3}(\frac{Q^2}{B^2})[\frac{2\varphi^2}{(8-\varphi^2)^2}-\;\frac{1}{1024}\varphi^6Ln(\frac{B(8-\varphi^2)}{\varphi^2})\;.$$

حال اگر در رابطه (۵) شرایط مرزی زیر را مد نظر قرار دهیم، خواهیم داشت :

(۶)

$$\lim_{\varphi\to 0}V(\varphi)=-\frac{1}{l^2}+U(\varphi)$$

بنابراین تابع انرژی پتانسیل یک سیاه چاله تحت شرایط مرزی فوق می تواند به صورت زیر بیان شود.

(۷)

$$U(\varphi)\sim\frac{1}{512}\left\{\frac{1}{l^2}+\frac{\beta}{B^2}+\frac{1}{9}\left(\frac{Q^2}{B^2}\right)\left[1-\frac{3}{2}Ln\left(\frac{8\beta}{\varphi^2}\right)\right]\right\}\varphi^6+\left(\frac{Q^2}{B^2}\right)O(\varphi^8).$$

می توان رابطه (۷) را در دو حالت زیر مورد بررسی قرار داد .

(۸)

$$Q=0\to U(\varphi)=\frac{1}{512}\left(\frac{1}{l^2}+\frac{\beta}{B^2}\right),$$
$$Q\neq 0\to U(\varphi)=o(\varphi^6)+o(\varphi^8)\;.$$

که می توان نمودار تغییرات $U(\varphi)$ نسبت به φ را رسم و داده های بدست آمده را تحلیل نمود ، که خارج از بحث اصلی ما می باشد و از تحلیل این داده ها صرفنظر می کنیم.

حال به جداول زیر دقت کنید، این جداول چکیده محاسبات انجام شده برای سیاه چاله هایی است که شرایط مرزی را بر روی آن ها اعمال می کنیم. وقتی شرایط مرزی را در معادلات سیاه چاله اعمال میکنیم، سیاه چاله های ما به انواع سیاه چاله های باردار، غیر باردار، باردار مودار، غیر باردار مودار، سیاه چاله پوشیده شده، برهنه، سیاه چاله در راستای افق و غیره دسته بندی می شود.[۲] توجه داریم که نتایج بدست آمده، در فضای گرانش سه بعدی و با حضور میدان های اسکالر و الکترومغناطیس در نظر گرفته شده است. اگر در بررسی سیاه چاله ها، مکانیک کوانتومی (در مقابل نسبیت عام کلاسیک) را دخیل کنیم، خواهیم دید که سیاه چاله ها برخلاف آنچه در ابتدا فکر می کردیم، کاملا هم سیاه نیستند: تابش با نرخ پایداری از داخل سیاه چاله به بیرون افق رویداد تونل می

زند و به بینهایت فرار می کند.که ما در این مقاله به بررسی تابش در سیاه چاله ها نخواهیم پرداخت.

جدول۱ : ساختار میدانی سیاه چاله ها

سیاه چاله در فضای گرانشی سه بعدی در میدان اسکالر	$f(r)=(3\beta-\frac{Q^2}{2})+(2\beta-\frac{Q^2}{9})\frac{B}{r}-Q^2(\frac{1}{2}+\frac{\beta}{3r})Ln(r)+\frac{r^2}{l^2}$	$V(\varphi)\sim\frac{-1}{l^2}+\frac{1}{512}(\frac{1}{l^2}+\frac{\beta}{B^2})\varphi^6-\frac{1}{18432}(\frac{Q^2}{B^2})\ldots$	$\omega(r)$	$\varphi(r)$	Q	β
سیاه چاله (بی تی زد) باردار چرخشی	$-\mu-\frac{Q^2}{2}Ln(r)+\frac{r^2}{l^2}$	$\frac{-1}{l^2}$	$-\frac{3a}{r^2}$	0	$\neq 0$	0
سیاه چاله(ای دی اس) مودار غیر باردار	$\left(3+\frac{2B}{r}\right)B+\frac{r^2}{l^2}$	$\frac{-1}{l^2}+\frac{1}{512}\left(\frac{1}{l^2}+\frac{\beta}{B^2}\right)\varphi^6$	0	$\pm\sqrt{\frac{+8B}{r+B}}$	0	$\neq 0$
سیاه چاله پوشیده شده غیر باردار	$-\left(3+\frac{2B}{r}\right)\frac{B^2}{l^2}+\frac{r^2}{l^2}$	$\frac{-1}{l^2}$	0	$\pm\sqrt{\frac{+8B}{r+B}}$	0	$\frac{-B^2}{l^2}$
حالت خاصی از یک سیاه چاله مودار باردار سه بعدی[۵]	که با قرادادن پارامتر ها ، روابط مربوط به یک سیاه چاله مودار باردار در فضای میدانی سه بعدی بدست خواهد آمد.				$\neq 0$	$\frac{-B^2}{l^2}$

حل معادلات شعاعی کلاین گوردن برای یک سیاه چاله:

به منظور مطالعه رفتار تابع موج یک میدان اسکالر در میدان گرانشی یک سیاه چاله مودار باردار چرخان باید معادله کلاین-گوردن در یک منحنی فضا زمان را حل نماییم، که به صورت زیر میباشد:

(۹)

$$\left\{\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial\mu\left(g^{\mu\nu}\sqrt{-g}\partial\nu\right)+M^2\right\}\psi=0$$
$$g=-r^4\omega(r^2)$$

حال اگر رابطه (۹) را باز کنیم، خواهیم داشت :

(۱۰)

$$\{\partial_t g^{tt}\partial_t+\partial_t g^{t\varphi}\partial_\varphi+\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_r\left(g^{rr}\sqrt{-g}\partial_r\right)+\partial_\varphi g^{\varphi\varphi}\partial_\varphi+\partial_\varphi g^{\varphi t}\partial_\varphi+\partial_\varphi g^{\varphi t}\partial_t+M^2\}\psi=0$$

برای حل معادله (۱۰) می توانیم از رابطه موج زیر استفاده کرده و در رابطه بالا قرار داده، و معادله بازنویسی شده زیر را تحت شرایط مرزی حل نمود .[٤]

(۱۱)

$$\psi=R(r)e^{im\varphi}e^{-int}$$

$$\partial_r^2R(r)+\frac{f(r)-r^2\omega(r)^4}{\omega(r)r^2}\partial_r\left(\frac{\omega(r)r^2}{f(r)-r^2\omega(r)^4}\right)\partial_rR(r)+\left[(f(r)-r^2\omega(r)^4)M^2-2mn\omega^2(r)-\frac{f(r)}{r^2}m^2+\frac{f(r)-r^2\omega(r)^4}{f(r)-r^2\omega(r)^2}n^2\right]R(r)=0$$

با در نظر گرفتن شرایط مرزی زیر معادله (۱۱) را برای ۳ حالت خاص یک سیاه چاله حل می نماییم.[۳]

جدول۲ : ساختار میدانی سیاه چاله ها از حل معادله شعاعی کلاین گوردن(۱۱)

سیاه چاله در راستای افق
$f(r)=0\quad,B=0$ $R(r\to r_h)=\frac{1}{r_h^{\frac{3}{2}}}\left\{C_1W_M\left(\frac{n^2-2mn}{4M},\frac{5}{4},\frac{9Ma^2}{r_h^2}\right)+C_2W_W\left(\frac{n^2-2mn}{4M},\frac{5}{4},\frac{9Ma^2}{r_h^2}\right)\right\}$ $\psi=C_1e^{im\varphi}e^{-int}\frac{W_M\left(\frac{n^2-2mn}{4M},\frac{5}{4},\frac{9Ma^2}{r_h^2}\right)}{r_h^{\frac{3}{2}}}$
سیاه چاله غیر باردار غیر چرخشی
$B=0\quad Q=0\quad a=0\quad C_2=0$ $R(r)=C_1e^{-\alpha r}\sin(\frac{2\pi}{r_0}(r-r_0)$ $\psi=C_1e^{im\varphi}e^{-int}\sin\left(\frac{2\pi}{r_0}(r-r_0)\right)$
سیاه چاله غیر باردار چرخشی
$Q=0\quad,C_1=0$ $R(r)=C_2e^{\gamma r}\sin(\frac{2\pi}{r_0}(r-r_0)$ $\psi=C_2e^{\gamma r}e^{im\varphi}e^{-int}\sin\left(\frac{2\pi}{r_0}(r-r_0)\right)$

تحلیل ترمودینامیکی یک سیاه چاله:

ابتدا قوانین ترمودینامیکی را برای یک سیاه چاله بیان می نماییم که شامل، قانون صفرم که در سیاه چاله های مانا، گرانی سطحی κ، روی سطح افق ثابت است. وقانون اول، که همواره بر پایستگی انرژی تاکید دارد، و از فرمول زیر تبعیت می کند.

(۱۲)

$$\delta M=\frac{\kappa}{2\pi}\delta\left(\frac{A}{4}\right)+\Omega\delta J+\Phi\delta Q$$

و قانون دوم، تغییر مساحت را بر مبنای داشتن یک سیستم دینامیکی بیان می نماید و با توجه به مسئله افق رویداد در یک سیاه چاله، این افق نمی تواند به تنهایی وضعیت یک سیاه چاله را مشخص کند.

(۱۳)

$$\delta A\geq 0$$

که در روابط بالا κ گرانی سطحی، Ω بسامد چرخش سیاه چاله و Φ پتانسیل افق رویداد است. همچنین M جرم کل فضا زمان، A مساحت افق رویداد، J تکانه زاویه ای و Q بار سیاه چاله است. اگر بخواهیم برای یک حالت کلی، به توصیف ترمودینامیک یک سیاه چاله بپردازیم، می توانیم به ترتیب، آنتروپی و دما در یک سیاه چاله را تحت روابط زیر محاسبه نماییم.

(۱۴)

$$S=4\pi r_h\ ,$$
$$\pi T=\frac{r_h}{2l}-\frac{Q^2}{8}\frac{1}{r_h}+\frac{(144M-12Q^2)B}{864r_h^2}-\frac{9a^2}{2r_h^3}-\frac{9Ba^2}{r_h^4}-\frac{4a^2B^2}{r_h^5}+\frac{BQ^2}{12}\frac{Lnr_h}{r_h^2}\ .$$

که در رابطه بالا برای دمای یک سیاه چاله، با افزایش a و B بار Q کاهش پیدا می کند. اما این واقعیت که دمای یک سیاه چاله با افزایش جرم کاهش می یابد، به این معناست که سیاه چاله ها نمی توانند در تعادل گرمایی با حالتی باشند که محیطی با انرژی بینهایت موجود است. در واقع آنسامبل میکروکانونیک برای توصیف این مدل گرمایی سیاه چاله ها می تواند مفید باشد که تفضیل این بحث خارج از اهداف این مقاله می باشد. با اینکه میدانیم با استفاده از این روش می توان به بررسی سفید چاله ها به عنوان پدیده ای در جهت معکوس زمان از یک سیاه چاله پرداخت.

در این قسمت برای حالت خاص یک سیاه چاله(باردار غیرچرخشی)، روابط دمای هاوکینگ و ثابت کیهانشناسی و تابع فشار این سیاه چاله را مورد بررسی قرار می دهیم. همانطور که در قسمت تحلیل میدانی و ترمودینامیکی یک سیاه چاله توضیح دادیم، می توان روابط زیررا مد نظر قرار داد :[۱]

(۱۵)

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{1}{f(r)}dr^2 + r^2 d\psi^2 ,$$
$$f(r) = (3\beta - \frac{Q^2}{2}) + (2\beta - \frac{Q^2}{9})\frac{B}{r} - Q^2(\frac{1}{2} + \frac{\beta}{3r})Ln(r) + \frac{r^2}{l^2}$$
$$\beta = \frac{1}{3}(\frac{Q^2}{4} - m)$$
$$V(\varphi) \sim \frac{-1}{l^2} + \frac{1}{512}\left(\frac{1}{l^2} + \frac{\beta}{B^2}\right)\varphi^6 - \frac{1}{18432}\left(\frac{Q^2}{B^2}\right)(192\varphi^2 + 48\varphi^4 + 5\varphi^6) + \frac{1}{3}\left(\frac{Q^2}{B^2}\right)\ldots\ldots$$

در این قسمت به بحث و تحلیل ترمودینامیکی رابطه ی (۱۵) می پردازیم. و دو پارامتر اقلیدسی $(t \to i\tau)$ و دوره تناوب $\beta = \frac{4\pi}{f(\acute{r}_+)}$ که رابطه معکوسی با دما دارد، را تعریف می کنیم،که r_+ برحسب پارامتر های تکانه زاویه ای a و b به صورت $r_\pm^2 = \frac{1}{2}[r_0^2 - a^2 - b^2 \pm \sqrt{(r_0^2 - a^2 - b^2)^2 - 4a^2b^2}]$ تعریف می شود.

دمای هاوکینگ برای یک سیاه چاله در این حالت تحت رابطه زیر بیان می گردد. [۲]

(۱۶)

$$T_H = -\frac{(B+r_+)(4BQ^2l^2 + 9Q^2r_+l^2 - 36r_+^3)}{24\pi r_+^2 l^2(2B+3r_+)}$$

و آنتروپی این سیستم عبارت است از :

(۱۷)

$$S = \frac{\pi}{2Q}r_+ .$$

و ثابت کیهانشناسی با رابطه زیر داده می شود:

(۱۸)

$$l^2 = \frac{1}{8\pi QP}$$

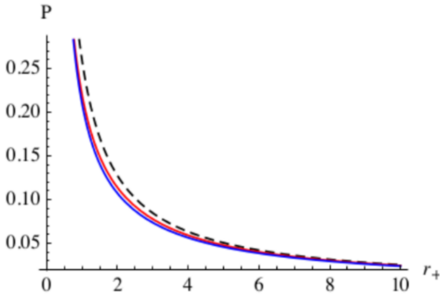
با ترکیب روابط (۱۶) و (۱۸) ، می توانیم تابع فشار یک سیاه چاله را مانند رابطه زیر بیان می نماییم.

(۱۹)

$$P = \frac{BQ^2}{72\pi r_+^3} + \frac{Q^2}{32\pi r_+^2} + \frac{T}{12(B+r_+)} - \frac{T}{6r_+}$$

نمودار تغییرات فشار بر حسب r_+ ، برای یک سیاه چاله سه بعدی در یک میدان اسکالر که بار آن برابر یک است ، نمایش داده می شود.

شکل۱ : دیاگرام تغییرات فشار بر حسب فاصله در یک سیاه چاله سه بعدی با بار یک. و برای حالت های (آبی) ۲ – (قرمز) ۱ – (خط چین) $B = 0$



که همانطور که در شکل ۱ مشاهده می کنیم، با افزایش فاصله ، فشار کاهش یافت است.

نتیجه گیری

ما در این مقاله با دو تحلیل جامع و متفاوت نسبت به ساختار میدانی و ترمودینامیکی یک سیاه چاله توانستیم در فضای گرانشی سه بعدی و با حضور میدان اسکالر به بررسی سیاه چاله های گوناگون پرداخته و نتایج بدست آمده را جداول ۱ و۲ خلاصه نماییم. و در نهایت به تحلیل جامع ترمودینامیک یک سیاه چاله باردار با استفاده از دمای هاوکینگ و فشار آن اشاره داشتیم.

مرجع‌ها

[۱] W. Xu, L. Zhao, Charged black hole with a scalar hair in (۲+۱) dimensions, *Phys. Rev. D* ۸۷۱۲۴۰۰۸ *(۲۰۱۳)*.

[۲] D-C. Zou, Y. Liu, B. Wang, W. Xu, Thermodynamics of rotating black holes with scalar hair in three dimensions, *Phys. Rev. D* ۹۰ ۱۰٤۰۳٥ *(۲۰۱٤)*.

[۳] V. B. Bezerra, H. S. Vieira, and A. A. Costa, The Klein-Gordon equation in the spacetime of a charged and rotating black hole, Class. Quantum Grav. ۳۱ ۰٤٥۰۰۳ (۲۰۱٤.)

[٤] Y. S. Myung, “Phase transition for black holes with scalar hair and topological black holes,” *Phys.Lett.B* ٦٦۳:۱۱۱-۱۱۷,(۲۰۰۸)

[٥] A. Anabalon and H. Maeda, “New Charged Black Holes with Conformal Scalar Hair,” *Phys.Rev. D*۸۱ (۲۰۱۰) ۰٤۱٥۰۱.

بررسی شرایط انرژی جوابهای غیرتکین در متریک شوارتزشیلد

هندی، سید حسین؛ آذری، فرشته؛ بهرامی، بنفشه

بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز، شیراز۷۱۴۵۴، ایران

چکیده

در این مقاله ابتدا جوابهای غیرتکین متریک شوارتزشیلد معرفی شده و سپس شرایط وجود سیاهچاله با مطالعه افق رویداد بررسی شده است. سپس معادلات میدان اینشتین با تانسور انرژی تکانه مناسب درحضور چگالی و فشار شعاعی–مماسی می نویسیم. در ادامه این مدل را برای یک جسم پرجرم به کاربرده، و شرایط انرژی را بررسی و محدوده مجاز شعاع آنرا بدست می آوریم.

Energy conditions of nonsingular solutions of Schwarzschild metric

Hendi, Seyed Hossein; Azari, Fereshteh, Bahrami, Banafsheh

Department of Physics and Biruni Observatory, Shiraz University, Shiraz 71454, Iran

Abstract

In this paper, first we introduce nonsingular solutions of Schwarzschild metric and then we investigate the existence of black hole solution by regarding event horizon. We obtain Einstein field equations in the presence of a suitable energy-momentum tensor with density and radial-tangential pressures. We apply them in a massive object, investigate energy conditions and obtain allowed range of radius.

PACS No. 04

مقدمه

متریکها و نیز سیاهچاله های غیرتکین، از سابقه نسبتا طولانی برخوردار هستند. با توجه به وجود افق رویداد در غیاب تکینگی، این نوع جوابها از جذابیت ویژه ای برخوردار هستند[1-5]. متریک شوارتزشیلد توصیف کننده میدان گرانشی خارج یک توزیع جرم کروی به جرم m است در شعاع r=0 این متریک دارای تکینگی ذاتی است. برای حذف این تکینگی می توان متریک را به فرم زیر نوشت:

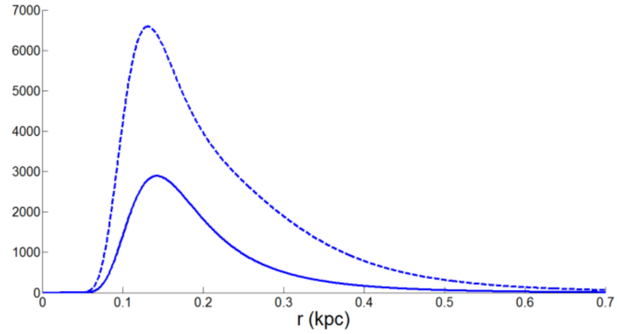
$$ds^2 = -\left(1-\frac{2me^{-\frac{k}{r}}}{r}\right)dt^2 + \left(\frac{1}{1-\frac{2me^{-\frac{k}{r}}}{r}}\right)dr^2 + r^2 d\Omega^2 \qquad (۱)$$

این متریک توصیف کننده سیاهچاله ی ساکن و بدون بار است که تکینگی ندارد؛ درواقع جمله نمایی برطرف کننده تکینگی در r=0 است. m و k پارامترهای موجود در متریک هستند که در اینجا ثابت فرض می شوند. m توصیف کننده ی جرم سیاهچاله و k یک پارامتر آزاد است که تنها مجاز است مقادیر مثبت را اختیار کند و با انتخاب k=0 این متریک به جواب شوارتزشیلد میل می کند. از روی این متریک می توان اسکالر مربع ریچی و اسکالر کریشمان را بصورت زیر محاسبه نمود:

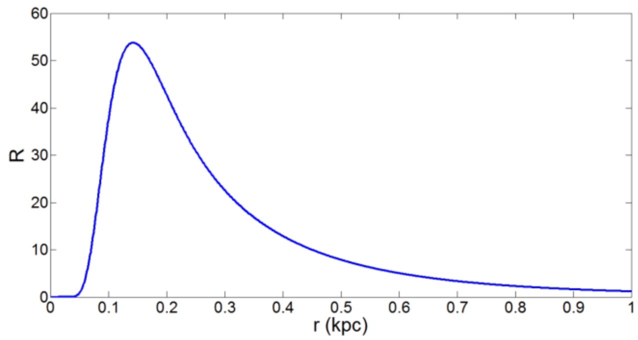
$$R_{ab}R^{ab} = \frac{2k^2m^2e^{-\frac{2k}{r}}}{r^{14}}(k^2r^4 - 4r^5k + 8r^6) \qquad (۲)$$

$$R_{abcd}R^{abcd} = \frac{12m^2e^{-\frac{2k}{r}}}{r^{18}}(r^8k^4 - 8r^9k^3 + 24r^{10}k^2 - 24r^{11}k + 12r^{12}) \qquad (۳)$$

نمودارهای اسکالر ریچی، مربع اسکالر ریچی و اسکالر کریشمان به ازای $k=0.737$ و $m=1$ برحسب شعاع در شکل های ۱ و ۲ رسم شده اند.



شکل ۱: نمودار مربع اسکالر ریچی (منحنی خط پیوسته) و اسکالر کریشمان (منحنی خط چین) برحسب شعاع



شکل ۲: نمودار اسکالر ریچی برحسب شعاع

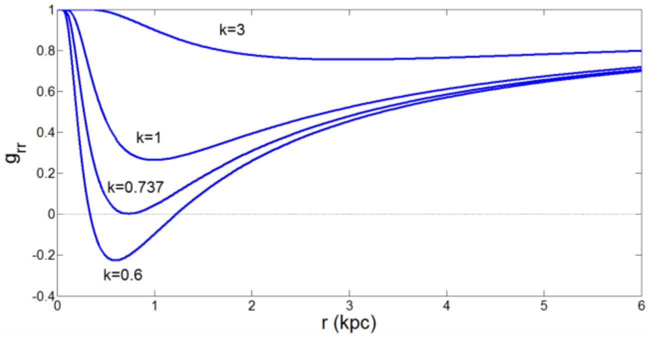
بررسی نمودارهای ۱ و ۲ موید این واقعیت است که اسکالرهای انحنا در کل فضا خوشرفتار و عاری از تکینگی می باشد.

سیاهچاله غیرتکین:

برای پیدا کردن جوابهای سیاهچاله ای، همواره باید در جستجوی افق رویداد باشیم. افق رویداد جاییست که ضریب g^{rr} متریک صفر شود. برای متریک مورد مطالعه، می توان گفت:

$$g^{rr} = 1 - \frac{2me^{-\frac{k}{r}}}{r} \qquad (٤)$$

نمودار g^{rr} برحسب r به ازای k های مختلف در شکل ۳ رسم شده و از روی نمودار افق رویداد براحتی قابل مشاهده است.



شکل ۳: نمودار g^{rr} برحسب شعاع

با توجه به مقادیری که برای k انتخاب می شود، می توان یک یا دو افق رویداد داشت و یا اصلا افق رویداد نداشت. به ازای $k > 0.737$ هیچ افق رویدادی وجود ندارد پس دیگر جواب سیاهچاله ای نداریم. در این حالت بررسی رفتار اسکالرهای انحنا حاکی از وجود یک جسم پرجرم است.

جواب غیرسیاهچاله ای:

با توجه به وجود شکل ماکزیمم در نمودار اسکالرهای انحنا، برای حالت بدون افق، به دنبال مدلسازی فضا بصورت یک سیال با چگالی انرژی ρ و فشار شعاعی p_r و فشار مماسی p_t هستیم. بنابراین این متریک دیگر توصیف کننده سیاهچاله نیست ولی در عین حال توصیف کننده یک جسم سنگین است. چگالی و فشار از معادلات میدان اینشتین بدست می آیند. معادلات میدان اینشتین برای این متریک منجر به سه معادله زیر می شود:

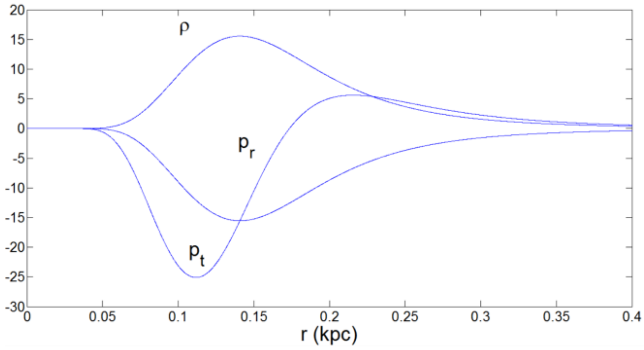
$$\rho = \frac{-2cke^{-\frac{k}{r}}}{r^4(8\pi e^{-\frac{k}{r}} + 1)^2} \qquad (٥)$$

$$p_r = \frac{2cke^{-\frac{k}{r}}}{r^4(8\pi e^{-\frac{k}{r}} + 1)^2} \qquad (٦)$$

$$p_t = \frac{8\pi cke^{-\frac{k}{r}}(\frac{k-2r}{8\pi} - ke^{-\frac{k}{r}} - 2re^{-\frac{k}{r}})}{r^5(8\pi e^{-\frac{k}{r}} + 1)^3} \qquad (٧)$$

که درآن **c** ثابت انتگرال گیری است.

نمودارهای چگالی انرژی و فشار (مماسی– شعاعی) برحسب شعاع به ازای $k=1$ و $c=-1$ در شکل ٤ رسم شده اند:



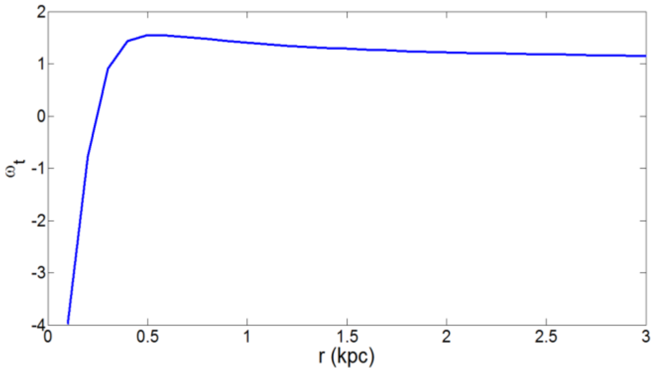
شکل٤: نمودار چگالی انرژی، فشار شعاعی و مماسی برحسب شعاع

در این نمودار چگالی انرژی همواره مثبت است و با افزایش شعاع از صفر شروع شده و در شعاع نزدیک *0.15* یعنی شعاعی که ماکزیمم نمودار اسکالر کریشمان بود، به ماکزیمم مقدار خود می رسد و سپس کاهش می یابد و در شعاع *0.6* به صفر میل می کند. فشار شعاعی نیز قرینه ی چگالی انرژی است بنابراین همواره منفی است . فشار مماسی از صفر شروع شده و با افزایش شعاع کاهش یافته تا در شعاع حدود *0.11* به مینیمم مقدار خودش می رسد و بعد از آن با شعاع افزایش یافته و وارد مقادیر مثبت می شود تا به ماکزیمم مقدار خود برسد و از آنجا به بعد با شیب ملایم کاهش یافته تا در شعاع *0.6* به صفر میل کند. نمودار فشار مماسی در شعاع *0.1* تا *0.2* (جاییکه بیشترین انحنا هست) دوبار تغییر علامت می دهد . این سه نمودار در شعاع کوچک تر از *r=0.7* به صفر میل می کنند. اگر بخواهیم برای این جسم مرز در نظر بگیریم، روی مرز چگالی انرژی و فشار شعاعی باید صفر شود بنابراین درنظر گرفتن *r=0.7* بعنوان مرز مناسب است.

با توجه به روابط بدست آمده برای چگالی و فشار (روابط ۵، ٦ و ۷) می توان معادله حالت مماسی و شعاعی را بدست آورد:

$$\omega_r = -1 \qquad (۸)$$

$$\omega_t = \left(1 + \frac{k}{2r}\left(\frac{8\pi e^{-\frac{k}{r}} - 1}{8\pi e^{-\frac{k}{r}} + 1}\right)\right) \qquad (۹)$$



شکل۵: نمودار معادله حالت مماسی برحسب شعاع

معادله حالت شعاعی همواره مقدار ثابت *1-* دارد چون چگالی انرژی و فشار شعاعی قرینه ی هم هستند. با توجه به شکل ۵ در شعاع های کوچکتر از *0.04* معادله حالت مماسی مقادیر منفی دارد و با شیب تند به صفر میل می کند.

جوابهای کرمچاله ای:

کرمچاله ها ساختارهای تونل مانندی هستند که دو نقطه از یک جهان و یا دو نقطه از دو جهان را به هم وصل می کنند و برخلاف سیاهچاله ها هیچ گواه مشاهداتی مستقیم یا غیرمستقیم مبنی بر اینکه وجود دارند هنوز پیدا نشده است. متریک کرمچاله به فرم کلی زیر نوشته می شود:

$$ds^2 = -\left(e^{2f(r)}\right)dt^2 + \left(\frac{1}{1-\frac{b(r)}{r}}\right)dr^2 + r^2 d\Omega^2 \qquad (۱۰)$$

که در این متریک b(r) تابع شکل کرمچاله و f(r) انتقال به سرخ است. با مقایسه متریکهای (۱) و (۱۰) می توان نوشت:

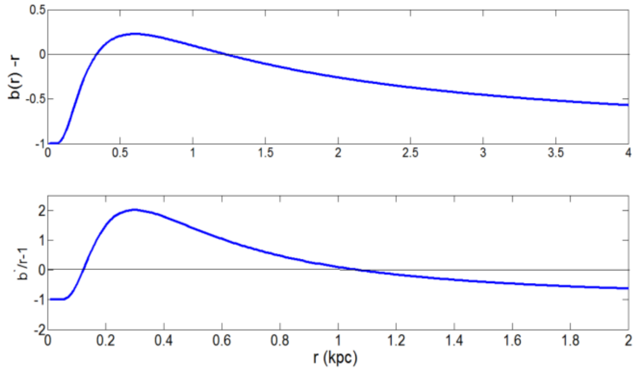
$$b(r) = 2me^{-\frac{k}{r}} \qquad (۱۱)$$

$$f(r) = \frac{1}{2}\ln\left(1 - \frac{2me^{-\frac{k}{r}}}{r}\right) \qquad (۱۲)$$

از سوی دیگر اگر یک کرمچاله گذر پذیر وجود داشته باشد، باید شرایط زیر برقرار باشد [6].

۱. تابع انتقال به سرخ محدود باشد.
۲. در گلوگاه $b(r_0) = r_0$، $\frac{db(r)}{dr}|_{r_0} < 1$ باشد.
۳. به ازای $r > r_0$، $\frac{b(r)}{r} < 1$.

براحتی می توان دید که تابع گذار به سرخ، همواره متناهی است و در شعاع های خیلی بزرگ نیز به بینهایت میل نمی کند. برای بررسی شرط دوم و سوم نمودار زیر رسم می شود:



شکل ٦: نمودار تابع شکل و مشتق آن برحسب شعاع

نمودار بالا در شکل ٦ در شعاع گلوگاه محور r را قطع می کند و در این شعاع شیب باید کوچک تر از ۱ باشد، یعنی نمودار پایین در شعاع گلوگاه باید منفی باشد. منحنی بالا در دو نقطه محور r را قطع می کند که تنها به ازای یکی از آنها ($r=1.23$) نمودار پایین منفی است. پس شرط دوم به ازای $r_0 = 1.23$ برقرار است. به ازای $k=1$ $\frac{b(r)}{r} = \frac{db(r)}{dr}$ است، بنابراین به ازای شعاع های بزرگتر از گلوگاه یعنی $r_0 > 1.23$ نمودار پایین در شکل ۷ باید منفی باشد که مطابق شکل دیده می شود که منفی است و شرط سوم نیز برقرار است، بنابراین امکان این که این جرم سنگین بصورت کرمچاله گذر پذیر باشد، وجود دارد.

بررسی شرایط انرژی:

شرایط انرژی را برای نتایج بدست آمده بررسی می‌کنیم و با کمک پارامترهای موجود در روابط محدوده‌ی مجاز برای شرایط انرژی را تحقیق می‌کنیم.

این شرایط برای سه حالت پیشنهادی بررسی شده و محدوده‌ی مجاز برای هر مدل در جدول زیر نمایش داده شده است:

جدول۱: محدوده مجاز شعاع به منظور رعایت شرایط انرژی

WEC	$c < 0\ \&\ k \times (r > 0.14)$
NEC	$c < 0\ \&\ k \times (r > 0.14)$
SEC	$c < 0\ \&\ k \times (r > 0.17)$
DEC	$k \times (0.175 < r < 0.23\ )$

با توجه به جدول ۱ در شعاع بین $0.175 < r < 0.23$ تمامی شرایط انرژی برقرار است.

نتیجه گیری:

در این مقاله با حذف تکینگی در شعاع صفر برای متریک شوارتزشیلد، متریک (۱) پیشنهاد شد. در این متریک k یک پارامتر آزاد است که تنها مقادیر مثبت می‌تواند داشته باشد. با توجه به مقادیری که برای k انتخاب می شود می توان یک یا دو افق رویداد برای جوابها داشت و یا اصلا افق رویدادی نداشت. لذا از این جوابها به سیاهچاله های غیرتکین تعبیر می شود. سپس در غیاب افق دویداد چگالی انرژی و فشار مماسی و شعاعی برای این متریک را از روی معادلات میدان بدست آورده و رفتار آنها در شکل ٤ برحسب شعاع به ازای k=1 رسم شده است. از روی شکل مشخص است که ماکزیمم نمودار چگالی بر حسب شعاع جاییست که انحنا بیشینه است. در بخش بعد شرایط وجود کرمچاله برای این متریک بررسی شد و دریافتیم که شرایط وجود کرمچاله برقرار است و لذا جوابها می توانند کاندیدی برای کرمچاله باشد. درنهایت شرایط انرژی به منظور پیدا کردن محدوده مجاز برای شعاع بررسی شده و نتایج در جدول ۱ آورده شده است. با توجه به رفتار چگالی انرژی و فشار و علامتهای این توابع، جالب توجه خواهد بود که شرایط وجود ماده تاریک بررسی شود.

منابع:

[1] P. Yi, Phys. Rev. D **48** (1993) 2777.
[2] P. T. Chrusciel and N. S. Nadirashvili, Class. Quant. Grav. **12** (1995) L17.
[3] F. R. Klinkhamer, Mod. Phys. Lett. A **29** (2014) 1430018.
[4] G. J. Olmo and D. R. Garcia, Universe **1** (2015) 173.
[5] S. G. Ghosh, Eur. Phys. J. C **75** (2015) 532.
[6] F. Rahaman, et al. Eur. Phys. J. *C* **74** (2014) 1.

هم ارزی بین گرانش $F(\mathrm{R})$ و رنگین کمان گرانشی در حضور میدان توانی ناوردای ماکسول

هندی، سید حسین[1]؛ اسلام پناه، بهزاد[1]؛ پناهیان، شهرام[2]

[1]بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز 71454

[2]دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران 19839

چکیده

در این مقاله، به بررسی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای درگرانش رنگین کمانی در حضور منبع توانی ناوردای ماکسول برای فضازمان d-بعدی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. سپس با در نظر گرفتن مقادیر خاص برای ضریب توانی میدان ماکسول، به بررسی جواب‌ها در گرانش رنگین می‌پردازیم. از سوی دیگر در غیاب میدان مادی برای گرانش $F(\mathrm{R})$ تحت عنوان گرانش خالص، جواب‌های سیاه‌چاله‌ای این گرانش را استخراج می‌کنیم. با مقایسه جواب‌ها در گرانش‌های مطرح شده، بار الکتریکی و ثابت کیهان شناسی را استخراج می‌کنیم. در نهایت پایداری جواب‌های به دست آمده در گرانش $F(\mathrm{R})$ را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

Equivalence Between F(R) gravity and Rainbow's Gravity with Power Maxwell Invariant Source

Hendi, Seyed Hossein[1]; Eslam Panah, Behzad[1]; Panahiyan, Shahram[2]

[1] Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University 71454, Shiraz
[2] Physics Department, Shahid Beheshti University 19839, Tehran

Abstract

In this paper, we obtain d-dimensional black hole solutions in rainbow's gravity with power Maxwell invariant source. Then, we consider the especial values for power of nonlinearity to investigate the solutions in rainbow's gravity. In absence of matter field for F(R) gravity, the so called pure gravity, we obtain black hole solutions of this gravity. By comparing the solutions in mention gravities, we extract electric charge and the cosmological constant. Finally, we investigate the stability of the solutions in F(R) gravity.

PACS No. 04

مقدمه

مشاهدات اجرام سماوی نشان می‌دهد که جهان در حال انبساط می‌باشد که این انبساط، انبساطی شتابدار است [1]. از طرفی گرانش اینشتین قادر به توصیف این انبساط نبود و بنابراین برای توصیف نظری این انبساط، دانشمندان کاندیداهای متفاوتی را پیشنهاد کردند. یکی از آنها تعمیم گرانش اینشتین است. یکی از مهمترین این تعمیم‌ها گرانش $F(R)=R+f(R)$ است که کنش این گرانش تابع غیرخطی از انحنای اسکالر R است. نظریه گرانش $F(R)$ انبساط کیهان را بدون در نظر گرفتن انرژی و ماده‌ی تاریک توضیح می‌دهد و از ویژگی‌های منحصر به فرد آن، هم خوانی با پیش‌بینی‌های نیوتنی و فرا نیوتنی و عدم وجود ذره شبح گونه[1] در نظریه‌های $F(R)$ می‌باشد. شکل‌های متفاوتی برای گرانش $F(R)$ مطرح شده است [2] که در بین آنها گرانش $F(R)=R-\lambda e^{-\xi R}+\kappa R^{n}$ از ویژگی‌های قابل توجهی برخوردار است [2]. لازم به ذکر است که در این مقاله، ما همین مدل را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

یکی از نظریه‌های تکمیلی فرابنفش نسبیت عام که در حد فروسرخ تبدیل به نسبیت عام می‌شود، گرانش رنگین کمانی است [3]. در حقیقت به این نکته اشاره شده است که گرانش رنگین کمانی درارتباط با گرانش هوروا–لیفشیتز است [4] به دلیل این که هر دوی این نظریه ها بر پایه ی شکستن تقارن ها در رابطه ی پراکندگی انرژی–تکانه تغییر یافته در حد فرابنفش استوار هستند، به طوری که رابطه ی پراکندگی در حد فروسرخ تبدیل به رابطه ی پراکندگی معمول انرژی–تکانه می‌شود.

از طرف دیگر، نظریه‌ی خطی الکترومغناطیسی ماکسول، در توصیف بسیاری از پدیده‌های فیزیکی توانایی بالایی دارد اما در خصوص برخی از پدیده‌ها مشکل دارد. یکی از این مشکلات وابستگی میدان الکتریکی به ابعاد فضازمان است. به منظور رفع این

[1] ghost

مشکل، نظریه‌ی توانی ماکسول معرفی گردید که در آن با افزایش ابعاد، میدان الکتریکی می تواند وابستگی ابعادی نداشته باشد [5].

در این مقاله ابتدا، به بررسی جواب‌های گرانش رنگین کمانی با میدان توانی ماکسول در d-بعد می‌پردازیم و سپس با تغییر میدان توانی ماکسول به میدان توانی ناوردای ماکسول، جواب‌های سیاه‌چاله را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و در نهایت به بررسی جواب‌های گرانش خالص می‌پردازیم.

گرانش رنگین کمانی در حضور میدان توانی ماکسول

کنش d-بعدی این گرانش به صورت زیر است

$$I_G=-\frac{1}{16\pi}\int d^dx\sqrt{-g}\left[R-2\Lambda-F^s\right], \tag{1}$$

که در آن R تانسور ریچی، Λ ثابت کیهان شناسی و s پارامتر غیرخطی است. همچنین F به صورت زیر تعریف می‌شود

$$F=F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \tag{2}$$

$$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu, \tag{3}$$

وردش کنش (1) نسبت به $g_{\mu\nu}$ و A_μ به معادلات زیر منجر می-شوند

$$G_{\mu\nu}+\Lambda g_{\mu\nu}=T_{\mu\nu}, \tag{5}$$

$$\partial_\mu\left(\sqrt{-g}F^{\mu\nu}F^{s-1}\right)=0, \tag{6}$$

که در آن $G_{\mu\nu}$ تانسور اینشتین است و $T_{\mu\nu}$ تانسور انرژی–تکانه مربوط به میدان توانی ماکسول می‌باشد که برابر است با $T_{\mu\nu}=-2\left(sF_{\mu\rho}F_\nu^\rho F^{s-1}-\frac{1}{4}g_{\mu\nu}F^s\right)$. با توجه به اینکه در جستجوی جواب‌های سیاه‌چاله ای هستیم، پتانسیل پیمانه‌ای را به صورت $A_\mu=h(r)\delta_\mu^0$ انتخاب می‌کنیم و با استفاده از معادله‌ی (6) به معادله‌ی زیر دست می‌یابیم

$$h(\mathrm{r})=-\mathrm{qr}^{\left(\frac{2s-d+1}{2s-1}\right)}, \tag{7}$$

که در رابطه‌ی بالا، q ثابت انتگرال گیری و مربوط به بارالکتریکی می‌باشد.

از آنجاییکه به دنبال جواب‌های ایستا و رنگین کمانی هستیم بنابراین متریک متقارن کروی d-بعدی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [6]

$$ds^2=-\frac{\psi(r)}{f(E)^2}dt^2+\frac{1}{g(E)^2}\left[\frac{dr^2}{\psi(r)}+r^2d\Omega^2\right], \tag{8}$$

که در آن $d\Omega^2$ به صورت زیر تعریف می‌شود

$$d\Omega^2=d\theta_1+\sum_{i=2}^{d-2}\prod_{j=1}^{i-1}\sin^2\theta_j d\theta_i^2, \tag{9}$$

با استفاده از متریک معرفی شده و روابط (5) و (7)، تابع متریک $\psi(r)$ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned}\psi(r)=1-\frac{m}{r^{d-3}}-\frac{2\Lambda}{(d-1)(d-2)g(E)^2}\mathrm{r}^2\\+\frac{(2s-1)^2\left(\frac{2q^2f(E)^2g(E)^2(2s-d+1)^2}{(2s-1)^2}\right)^s}{g(E)^2\left[(d-1)(d-2)-2(d-2)s\right]}\mathrm{r}^{-\frac{2(sd-4s-1)}{2s-1}},\end{aligned} \tag{10}$$

که در آن m ثابت انتگرال گیری و متناسب با جرم کل سیاهچاله است. اکنون با در نظر گرفتن جواب به دست آمده در رابطه‌ی (10) و متریک (8)، اسکالر کریشمان به صورت زیر می‌باشد

$$\begin{aligned}&\lim_{r\to0}R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}\to\infty\\&\lim_{r\to\infty}R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}=\frac{8d}{(d-1)(d-2)^2}\Lambda^2,\end{aligned} \tag{11}$$

که نشان می‌دهد در $r=0$، با یک تکینگی اساسی در مبدا مواجه هستیم. همچنین با توجه به اینکه در فواصل دور از مبدا ($r\to\infty$)، جمله‌ی غالب در متریک همان جمله‌ی ثابت کیهان شناسی است، می‌توان دریافت که رفتار مجانبی جواب‌ها (آنتی) دوسیته می‌باشد. مطالعه‌ی رفتار اسکالر کریشمان در فواصل دور از مبدا (معادله‌ی (11)) نیز تایید کننده‌ی مجانبا آنتی دوسیته بودن جواب‌ها می‌باشد. حال با در نظر گرفتن $s=d/4$، تانسور انرژی–تکانه برای تمام ابعاد فضازمان بدون رد می‌شود که به این حالت خاص، میدان توانی ناوردایی همدیس ماکسول می‌گویند و جواب به دست آمده در رابطه‌ی (10)، به صورت زیر در می‌آید

$$\begin{aligned}\psi(r)=1-\frac{m}{r^{d-3}}-\frac{2\Lambda}{(d-1)(d-2)g(E)^2}\mathrm{r}^2\\+\frac{\left(2q^2f(E)^2g(E)^2\right)^{d/4}}{2g(E)^2r^{d-2}}.\end{aligned} \tag{12}$$

گرانش $F(\mathrm{R})$

کنش d-بعدی گرانش $F(R)$ در حضور میدان مادی به‌صورت زیر می‌باشد

$$I_G=-\frac{1}{16\pi}\int_{\mathcal{M}}d^{3+1}x\sqrt{-g}\left[F(R)+\mathcal{L}_{Matter}\right], \tag{13}$$

که در آن $F(R)$ تابع دلخواهی از اسکالر ریچی و $\mathcal{L}_{Matter}$ لاگرانژی میدان مادی است. با وردش کنش (13) نسبت به تانسور متریک $g_{\mu\nu}$، معادله‌ی میدان به شکل زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} &R_{\mu\nu}\left(1+F_R\right)-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}F(R) \\ &+\left(g_{\mu\nu}\nabla^2-\nabla_\mu\nabla_\nu\right)F_R=8\pi T_{\mu\nu}^{Matter}, \end{aligned} \tag{14}$$

که $R_{\mu\nu}$ تانسور ریچی، $F_R=\frac{dF(R)}{dR}$ و $T_{\mu\nu}^{Matter}$ تانسور انرژی–تکانه ماده است. لازم به ذکر است که برای بررسی گرانش خالص $F(R)$ باید تانسور انرژی–تکانه را در معادله‌ی (14) برابر صفر قرار دهیم. از این رو معادله‌ی (14) به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود

$$\begin{aligned} &R_{\mu\nu}\left(1+f_R\right)-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}F(R) \\ &+\left(g_{\mu\nu}\nabla^2-\nabla_\mu\nabla_\nu\right)f_R=0. \end{aligned} \tag{15}$$

اکنون با در نظر گرفتن معادله‌ی (15) با متریک (8)، معادلات میدان به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\begin{aligned} &\mathrm{g}(E)^2\left[r\psi'(r)+2(d-2)\psi(r)\right]F_R' \\ &-g(E)^2\left[r\psi''(r)+(d-2)\psi'(r)\right]F_R \\ &+2\,\mathrm{r}\psi(r)\mathrm{g}(E)^2F_R''=rF(\mathrm{R}), \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} &\mathrm{g}(E)^2\left[r\psi'(r)+2(d-2)\psi(r)\right]F_R' \\ &-\mathrm{g}(E)^2\left[r\psi''(r)+(d-2)\psi'(r)\right]F_R=\mathrm{r}F(\mathrm{R}), \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} &2rg(E)^2\left[r\psi'(r)+(d-3)\psi(r)\right]F_R' \\ &-2g(E)^2\left[r\psi'(r)+(d-3)\left(\psi(r)-1\right)\right]F_R \\ &+2r^2g(E)^2\psi(r)F_R''=r^2F(\mathrm{R}), \end{aligned} \tag{18}$$

که به ترتیب مطابق است با مولفه‌های tt، rr و $\varphi\varphi$ معادله‌ی (15). در این معادلات پرایم و دبل پرایم بیانگر مشتق مرتبه‌ی اول و دوم نسبت به r است.

در این مقاله به دنبال جواب‌هایی با اسکالر ریچی ثابت هستیم. از این رو با قرار دادن $F_R'=F_R''=0$ در معادلات (16) تا (18)، معادلات میدان به صورت زیر حاصل می‌شود

$$\mathrm{g}(E)^2\left[r\psi''(r)+(d-2)\psi'(r)\right]F_R=-rF(\mathrm{R}), \tag{19}$$

$$\left[r\psi'(r)+(d-3)\left(\psi(r)-1\right)\right]F_R=-\frac{r^2F(R)}{2\,\mathrm{g}(E)^2}. \tag{20}$$

برای پیدا کردن تابع $\psi(r)$ و با در نظر گرفتن معادلات (19) و (20) با تابع $F(R)=R-\lambda e^{-\xi R}+\eta R^n$، تابع متریک $\psi(r)$ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\begin{aligned} \psi(r)=1-\frac{m}{r^{d-3}}-&\frac{2\Lambda}{(d-1)(d-2)g(E)^2}r^2 \\ &+\frac{f(E)^2Q^2}{r^{d-2}}, \end{aligned} \tag{21}$$

برای این که $\psi(r)$ به دست آمده در معادلات میدان صدق کند باید η و λ به صورت زیر باشند

$$\eta=\frac{-\left(1+\xi R\right)}{R^{n-1}\left(n+\xi R\right)}, \tag{22}$$

$$\lambda=\frac{e^{\xi R}\left(n-1\right)R}{n+\xi R}. \tag{23}$$

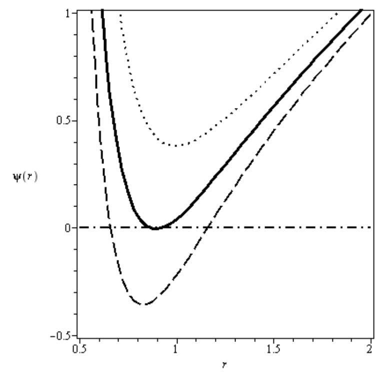
نتیجه جالب توجه در این مقاله مربوط است به اینکه، جواب به دست آمده در این گرانش کاملاً مشابه جواب استخراج شده از گرانش رنگین کمانی با میدان توانی ناوردای ماکسول و در حضور ثابت کیهان شناسی می‌باشد مشروط بر این که $Q^2=q^{\frac{d}{2}}\left(2f\left(E\right)^2g\left(E\right)^2\right)^{(d-4)/4}$. به عبارت دیگر، ما بدون در نظر گرفتن تانسور انرژی–تکانه برای گرانش $F(\mathrm{R})$ (گرانش خالص)، جواب‌های باردار گرانش رنگین کمانی را استخراج کردیم.

به منظور بررسی بیشتر جواب‌ها، اسکالرهای ریچی و کریشمان را محاسبه می نماییم. اسکالرهای ریچی و کریشمان به صورت زیر به دست می‌آیند

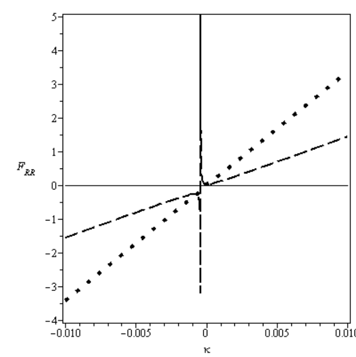
$$R=\frac{2d}{d-2}\Lambda, \tag{24}$$

$$\begin{aligned} &\lim_{r\to0}R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}\to\infty, \\ &\lim_{r\to\infty}R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}=\frac{8d}{(d-1)(d-2)^2}\Lambda^2, \end{aligned} \tag{25}$$

بنابراین در $r=0$ ما با یک تکینگی اساسی مواجه هستیم. از سوی دیگر با رسم تابع $\psi(r)$ بر حسب r در شکل (1)، بیانگر این واقعیت است که این تکینگی توسط افق رویداد پوشانیده می-شود. به عبارت دیگر، جواب‌های به دست آمده (معادله (21)) را می‌توان تعبیر سیاه‌چاله‌ای نمود.



شکل (1). نمودار $\psi(r)$ بر حسب r برای $g(E)=f(E)=1.1$، $\Lambda=-1$، $l=1$، $q=1.2$، $d=5$ برای $m=2.5$ (نقطه چین)، $m=2.84$ (نقطه پررنگ) و $m=3.1$ (خط چین).



شکل (2): F_{RR} **بر حسب** κ **برای** $n=3$، $b=1$، $\Lambda=1$، $\alpha=4$ **(خط چین) و** $\alpha=7$ **(نقطه چین).**

پایداری گرانش $F(R)$

نشان داده شده است که $F_{RR}=d^2F(R)/dR^2$ با جرم مؤثر میدان دینامیکی مربوط به اسکالر ریچی در ارتباط است [7]. بنابراین جرم مؤثر مثبت منجر به میدان دینامیکی پایدار می‌شود و مربوط به معیار پایداری دولگوو- کاوازاکی (Dolgov–Kawasaki) می‌باشد [8]. برای بررسی شرط پایداری دولگوو- کاوازاکی مشتق دوم تابع $F(R)$ را نسبت به اسکالر ریچی به صورت زیر محاسبه می‌کنیم

$$F_{RR}=-\xi^2\lambda e^{-\xi R}+n(n-1)\kappa R^{n-2}, \tag{17}$$

مثبت بودن F_{RR} به کمیت‌های مدل بستگی دارد. علامت معادله (17) برای مقادیر دلخواه کمیت‌ها واضح نیست بنابراین برای بررسی علامت F_{RR} شکل (2) رسم شده است. این شکل نشان می‌دهد که می‌توان برای مقادیر خاصی از ξ جواب‌های پایداری را تعیین کرد. به عبارت دیگر، برای تعیین جواب‌های پایدار می‌توان کمیت‌های آزاد را به طور مناسبی انتخاب نمود.

نتیجه گیری

با این انگیزه ک بتوان سایر میدان‌های مادی را بر اساس میدان گرانشی (که زیر بنای هندسی دارد) توصیف کرد، در این مقاله ارتباط بین گرانش $F(R)$ را با نظریه‌ی اینشتین در حضور میدان مادی بررسی کرده‌ایم. در این مقاله، در ابتدا با در نظر گرفتن یک متریک ایستای با تقارن کروی به بررسی جواب‌های به دست آمده از گرانش رنگین کمانی با میدان توانی ماکسول برای فضارمان d-بعدی پرداختیم. از این جواب‌ها به عنوان جواب‌های سیاه‌چاله‌ای تعبیر کردیم، به عبارتی نشان دادیم که فضازمان در $r=0$ دارای تکینگی می‌باشد. سپس با در نظر گرفتن $s=d/4$، جواب‌های گرانش رنگین کمانی با میدان توانی ناوردای ماکسول را مورد مطالعه قرار دادیم.

در ادامه با در نظر گرفتن گرانش $F(\mathrm{R})$ با متریک مطرح شده و بدون میدان مادی (گرانش خالص)، به طور تحلیلی جواب‌های این گرانش را به دست آوردیم و نشان دادیم که این جواب‌ها در واقع بیانگر جواب‌های سیاه‌چاله‌ای می‌باشد. سپس با مقایسه‌ی این جواب‌ها با گرانش رنگین کمانی در حضور میدان توانی ناوردای ماکسول نشان دادیم که از گرانش خالص می‌توان بار الکتریکی و ثابت کیهان شناسی را استخراج کرد. در نهایت، شرط پایداری دولگوو–کاوازاکی را برای این جواب‌ها و با در نظر گرفتن مدل ارائه شده مورد بررسی قرار دادیم که برای تعیین جواب‌های پایدار می‌توانستیم کمیت‌های آزاد را به طور مناسبی انتخاب کنیم.

مرجع‌ها

[1] S. Perlmutter etal., Astrophys. J. **517**, 565 (1999).
[2] S. H. Hendi, B. Eslam Panah and S. M. Mousavi, Gen. Relativ. Gravit. **44**, 835 (2012).
[3] J. Magueijo and L. Smolin, Class, Quant. Grav. **21**,1725 (2004).
[4] R. Garattini and E. N. Saridakis, Eur. Phys. J. C **75**, 343 (2015).
[5] M. Hassaine and C. Martinez, Phys. Rev. D **75**, 027502 (2007);
S. H. Hendi, B. Eslam Panah, Phys. Lett. B **684**, 77 (2010).
[6] S. H. Hendi, B. Eslam Panah and S. Panahiyan, submitted for publication.
[7] A. D. Dolgov and M. Kawasaki, Phys. Lett. B **573**, 1 (2003);
I. Sawicki and W. Hu, Phys. Rev. D **75**, 127502 (2007).
[8] V. Faraoni, Phys. Rev. D **74**, 104017 (2006);
O. Bertolami and M. C. Sequeira, Phys. Rev. D **79**, 104010 (2009).

سیاه‌چاله‌های سه بعدی در رنگین کمان گرانشی در حضور میدان غیرخطی توانی ماکسول

هندی، سید حسین[1]؛ اسلام پناه، بهزاد[1]؛ پناهیان، شهرام[2]

[1]بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشکده علوم، دانشگاه شیراز، شیراز 71454

[2]دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید بهشتی، تهران 19839

چکیده

در این مقاله به بررسی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای در گرانش رنگین کمانی در حضور میدان غیرخطی توانی ماکسول می پردازیم. سپس کمیت‌های ترمودینامیکی مربوط به این گرانش را مورد مطالعه قرار می‌دهیم و با استفاده از این کمیت‌ها، قانون اول ترمودینامیک را برای جواب‌های به دست آمده بررسی می‌کنیم.

Three dimensional black holes in gravity's rainbow with nonlinear power Maxwell field

Hendi, Seyed Hossein[1]; Eslam Panah, Behzad[1]; Panahiyan, Shahram[2]

[1] Physics Department and Biruni Observatory, College of Sciences, Shiraz University 71454, Shiraz
[2] Physics Department, Shahid Beheshti University, Tehran 19839

Abstract

In this paper we investigate black holes solutions in gravity's rainbow with nonlinear power Maxwell field. Then, we study the thermodynamical quantities of these solutions and check the validity of the first law of black hole thermodynamics.

PACS No. 04

مقدمه

یکی از نظریه‌های تکمیلی فرابنفش نسبیت عام که در حد فروسرخ تبدیل به نسبیت عام می‌شود، رنگین کمان گرانشی است [1]. در حقیقت به این نکته اشاره شده است که رنگین کمان گرانشی در ارتباط با گرانش هوروا–لیفشیتز است [2]. هر دوی این نظریه‌ها برپایه‌ی شکستن تقارن‌ها در رابطه‌ی پراکندگی انرژی–تکانه تغییر یافته در حد فرابنفش استوار هستند به طوری که رابطه‌ی پراکندگی انرژی–تکانه در حد فروسرخ تبدیل به رابطه‌ی پراکندگی معمول انرژی–تکانه می‌شود.

با توجه به آن که اصل عدم قطعیت در رنگین کمان گرانشی برقرار است، می‌توان با استفاده از این اصل حد پایینی برای انرژی یافت. این انرژی می‌تواند در ارتباط با انرژی ذره‌ی منتشر شده در تابش هاوکینگ باشد. با توجه به این مطلب، دمای یافت شده برای سیاه‌چاله تغییر خواهد کرد که در نتیجه باعث تغییر در آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده برای این دسته از سیاه‌چاله‌ها نیز می‌شود. یکی از نتایج جالب این تغییرات وجود بقایای سیاه‌چاله است که در نتیجه‌ی آن در حالی که دمای سیاه‌چاله صفر می‌شود، سیاه‌چاله دارای اندازه‌ای کوچک اما محدود است [3]. در این اندازه، سیاه‌چاله تابش هاوکینگ ندارد. وجود بقایای سیاه‌چاله می‌تواند به عنوان راه حلی برای توضیح پارادوکس اطلاعات استفاده شود [4].

از طرف دیگر، نظریه‌ی خطی الکترومغناطیسی ماکسول، در توصیف بسیاری از پدیده‌های فیزیکی توانایی بالایی دارد اما در خصوص برخی از پدیده‌ها مشکل دارد. یکی از این مشکلات وابستگی میدان الکتریکی به ابعاد فضازمان است. به منظور رفع این مشکل، نظریه‌ی توانی ماکسول معرفی گردید که در آن با افزایش ابعاد، میدان الکتریکی می تواند وابستگی ابعادی نداشته باشد [5].

در ادامه به معرفی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای اینشتین در حضور میدان غیرخطی توانی ماکسول و ارایه کمیت‌های ترمودینامیکی آن در سه بعد در حضور رنگین کمان گرانشی می پردازیم.

سیاه‌چاله‌های رنگین کمانی در حضور میدان ماکسول

در ابتدا متریک برای فضازمان 3-بعدی را به صورت زیر معرفی می‌کنیم:

$$ds^2=-\frac{\psi(r)}{f(E)^2}dt^2+\frac{1}{g(E)^2}\left[\frac{dr^2}{\psi(r)}+r^2d\varphi^2\right], \qquad (1)$$

که در آن $g(E)$ و $f(E)$ توابع انرژی هستند. لازم به ذکر است که برای حالت انرژی‌های پایین ($E\to 0$) اثرات توابع انرژی از بین می‌رود ($g(E)^2=f(E)^2=1$).

کنش مورد مطالعه‌ی ما به صورت زیر است

$$I_G=-\frac{1}{16\pi}\int d^3x\sqrt{-g}\left[R-2\Lambda+L(F)\right] \qquad (2)$$

که در آن $L(F)=-F$ لاگرانژین میدان ماکسول است و ناوردای ماکسول F به صورت زیر تعریف می‌شود

$$F=F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \qquad (3)$$

$$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu \qquad (4)$$

با وردش کنش، معادلات میدان به صورت به دست می‌آیند

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R+\Lambda g_{\mu\nu}=\frac{1}{2}g_{\mu\nu}L(F)-2L_F F_{\mu\sigma}F_\nu^\sigma \qquad (5)$$

$$\nabla_\nu\left(L_F F^{\mu\nu}\right)=0 \qquad (6)$$

که در آن $L_F=\frac{dL(F)}{dF}$. با توجه به اینکه در جستجوی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای هستیم، پتانسیل پیمانه‌ای را به صورت زیر در نظر می گیریم

$$A_\mu=h(r)\delta_\mu^0 \qquad (7)$$

با استفاده از معادلات (6) و (7)، خواهیم داشت

$$rh''(r)+h'(r)=0, \qquad (8)$$

با در نظر گرفتن معادله (8)، $h(r)$ را به صورت زیر به دست می آوریم

$$h(r)=q\ln\left(\frac{r}{l}\right), \qquad (9)$$

که در آن q ثابت انتگرال گیری و l یک ثابت دلخواه با بعد طول است. تانسور میدان الکترومغناطیسی نیز به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$F_{tr}=-F_{rt}=\frac{q}{r}, \qquad (10)$$

اکنون با در نظر گرفتن معادلات میدان (5) و متریک معرفی شده، تابع متریک را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\psi(r)=-\frac{\Lambda}{g(E)^2}r^2-m-2q^2f(E)^2\ln\left(\frac{r}{l}\right), \qquad (11)$$

که در آن q و m ثابت‌های انتگرال گیری معادله‌ی (11) متناسب با بار و جرم کل سیاه‌چاله است.

سیاه‌چاله‌های رنگین کمانی در حضور میدان توانی ماکسول

اکنون با در نظر گرفتن لاگرانژین میدان غیرخطی (توانی ماکسول) به صورت $L(F)=(-F)^s$ به بررسی جواب‌های سیاه‌چاله‌ای در این گرانش می‌پردازیم [5].

با در نظر گرفتن پتانسیل پیمانه‌ای معرفی شده در معادله‌ی (7) و با استفاده از معادله‌ی (6) ، خواهیم داشت

$$r(2s-1)h''(r)+h'(r)=0, \qquad s\neq 1 \qquad (12)$$

بنابراین $h(r)$ به صورت زیر به دست می‌آید

$$h(r)=\frac{q(2s-1)}{2(s-1)r^{\frac{2(1-s)}{2s-1}}}, \qquad s\neq 1 \qquad (13)$$

که در نتیجه تانسور میدان الکترومغناطیسی به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$F_{tr}=-F_{rt}=\frac{q}{r^{1/(2s-1)}}, \qquad s\neq 1 \qquad (14)$$

اکنون با در نظر گرفتن معادلات میدان (5) و متریک معرفی شده، تابع متریک را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$\psi(r)=-\frac{\Lambda}{g(E)^2}r^2-m-\frac{2^s\left[q^2f(E)^2g(E)^2\right]^s(2s-1)^2}{2(s-1)g(E)^2r^{\frac{2(1-s)}{2s-1}}}. \qquad (15)$$

بررسی خصوصیات هندسی جواب‌ها

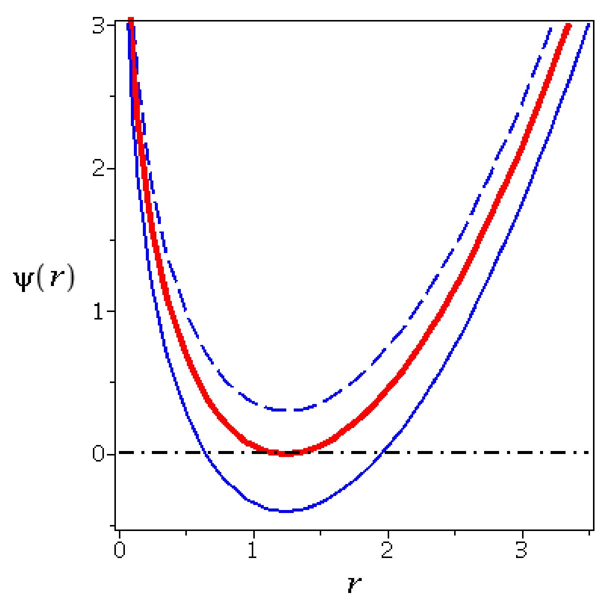
به منظور بررسی خصوصیات هندسی جواب‌ها، ابتدا به بررسی اسکالر ریچی می‌پردازیم. با استفاده از تابع متریک به دست آمده در معادلات (11) و (15) با در نظر گرفتن متریک ارائه شده، اسکالر ریچی به صورت زیر می‌باشد

$$R=-g\left(E\right)^{2}\psi''(\mathrm{r})-\frac{2g\left(E\right)^{2}\psi'\left(r\right)}{r}, \qquad (16)$$

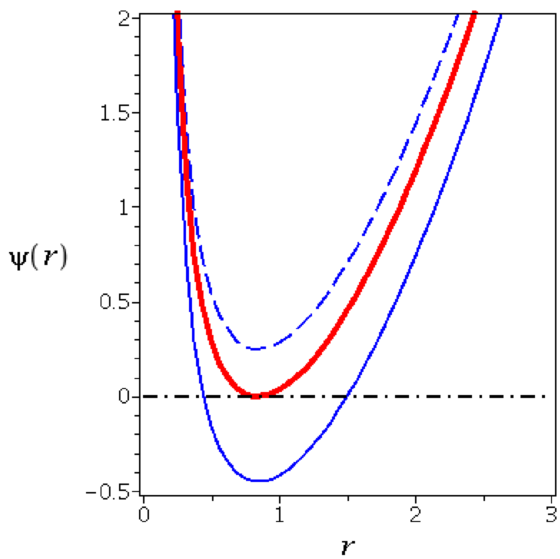
همچنین بعد از کمی محاسبات، اسکالر کریشمان به صورت زیر به دست می‌آید

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}=g\left(E\right)^{4}\psi''(\mathrm{r})^{2}+\left(\frac{g\left(E\right)^{2}\psi'\left(r\right)}{r}\right)^{2}, \qquad (17)$$

با جای‌گذاری جواب‌های به دست آمده برای گرانش‌های مطرح شده، اسکالرهای ریچی و کریشمان در $r=0$ واگرا می‌شوند. از این رو ما در $r=0$ با یک تکینگی اساسی روبرو می‌شویم. برای بررسی بیشتر این تکینگی، نمودارهای $\psi(\mathrm{r})$ را برحسب r در شکل‌های (1) و (2) رسم می‌کنیم. این نمودارها بیانگر این واقعیت است که این تکینگی توسط افق رویداد پوشانده می‌شود. به عبارت دیگر جواب‌های به دست آمده در واقع جواب‌های سیاه‌چاله‌ای می‌باشند.



شکل 1. نمودار $\psi(\mathrm{r})$ بر حسب r برای $g\left(E\right)=f\left(E\right)=1.1$، $\Lambda=-0.5$، $s=0.7$، $q=0.8$ برای $m=1.2$ (ممتد)، $m=0.75$ (نقطه پررنگ) و $m=0.5$ (خط چین).



شکل 2. نمودار $\psi(\mathrm{r})$ بر حسب r برای $g\left(E\right)=f\left(E\right)=1.1$، $\Lambda=-0.5$، $s=1.2$، $l=1$، $q=0.8$ برای $m=0.8$ (ممتد)، $m=0.4$ (نقطه پررنگ) و $m=0.1$ (خط چین).

بررسی کمیت‌های پایا و قانون اول ترمودینامیک

حال به بررسی کمیت‌های پایا و ترمودینامیکی جواب‌های به دست آمده می‌پردازیم. ابتدا با استفاده از مفهوم گرانش سطحی، دمای این دسته از سیاه‌چاله‌ها را به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$T_{+}=\frac{f'(r)\mathrm{g}(E)}{4\pi\mathrm{f}(E)}=-\frac{\Lambda r_{+}}{2\pi f\left(E\right)g\left(E\right)}+\begin{cases}\dfrac{-f\left(E\right)g\left(E\right)q^{2}}{2\pi r_{+}} & Maxwell\\[2ex] \dfrac{-\left[2f\left(E\right)^{2}g\left(E\right)^{2}q^{2}\right]^{s}(2s-1)}{4\pi f\left(E\right)g\left(E\right)r_{+}^{1/(2s-1)}} & Power\ Maxwell\end{cases}, \qquad (18)$$

با استفاده از قانون گاوس، بار این سیاه‌چاله‌ها در حضور این میدان الکترومغناطیس خطی و غیرخطی، به صورت زیر داده می-شود

$$Q=\begin{cases}\dfrac{f(E)q}{2} & Maxwell\\[2ex] \dfrac{2^{s-2}s}{g(E)}\left[f\left(E\right)g(E)q\right]^{2s-1} & Power\ Maxwell\end{cases}, \qquad (19)$$

پتانسیل الکتریکی سیاه‌چاله برروی افق نسبت به بی‌نهایت محاسبه می‌شود که برای این میدان‌ها به صورت زیر به دست می‌آید

$$\Phi = A_\mu \chi^\mu \Big|_{reference} - A_\mu \chi^\mu \Big|_{r=r_+} = \begin{cases} -q \ln\left(\frac{r_+}{l}\right), & Maxwell \\ \frac{-(2s-1)q}{2(s-1) r_+^{\frac{2(1-s)}{2s-1}}}, \quad s \neq 1 & Power\ Maxwell \end{cases}, \tag{20}$$

با توجه به آن که جواب‌های به دست آمده در حضور رنگین کمان گرانشی هستند، می‌توان آنتروپی جواب‌های به دست آمده را با استفاده از قانون مساحت استخراج کنیم

$$S = \frac{\pi r_+}{2g(E)}, \tag{21}$$

در نهایت، جرم ADM این دسته از سیاه‌چاله‌ها را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$M = \frac{m}{8f(E)}. \tag{22}$$

با استفاده از کمیت‌های پایای به دست آمده به بررسی قانون اول ترمودینامیک می‌پردازیم. برای این منظور، جرم ADM را بر حسب کمیت‌های ترمودینامیکی S و Q بازنویسی می‌کنیم. در نتیجه روابط زیر به دست می‌آیند

$$M(S,Q) = -\frac{\Lambda S^2}{2\pi^2 f(E)} - \begin{cases} \frac{Q^2}{f(E)} \ln\left(\frac{2g(E)S}{\pi l}\right), & Maxwell \\ \frac{(2s-1)^2 \left(\frac{2^s Q}{s}\right)^{2s/(2s-1)}}{4f(E)(s-1)\left(\frac{S}{\pi}\right)^{\frac{2(1-s)}{2s-1}}}, \quad s \neq 1 & Power\ Maxwell \end{cases}. \tag{23}$$

دما و پتانسیل الکتریکی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$T = \left(\frac{\partial M}{\partial S}\right)_Q, \tag{24}$$

$$\Phi = \left(\frac{\partial M}{\partial Q}\right)_S, \tag{25}$$

با استفاده از روابط (24)، (25) و (23)، قانون اول ترمودینامیک به صورت زیر نتیجه می‌شود

$$dM = TdS + \Phi dQ. \tag{26}$$

نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی جواب‌های رنگین کمان گرانشی در حضور میدان‌های خطی و غیرخطی توانی ماکسولی پرداختیم.

محاسبات مربوط به اسکالرهای ریچی و کریشمان نشان دادند که این جواب‌ها در $r = 0$ تکینگی اساسی دارند و این تکینگی توسط افق رویداد پوشانیده می‌شود. همانطور که از نمودارهای رسم شده دیده شد، این تکینگی ممکن است توسط دو افق (درونی و افق رویداد)، یک افق (اکسترمم) و بدون افق (تکینگی عریان) پوشانده شده باشد.

با در نظر گرفتن این گرانش به بررسی کمیت‌های ترمودینامیکی پرداختیم. نتایج نشان داد که توابع رنگین کمانی بر روی کمیت‌های ترمودینامیکی از قبیل؛ دما، بار، پتانسیل الکتریکی، آنتروپی و در نهایت جرم تاثیر گذار می‌باشند. همچنین نشان دادیم که این کمیت‌های ترمودینامیکی قانون اول ترمودینامیک را ارضا می‌کنند.

مرجع‌ها

[1] J. Magueijo and L. Smolin, Class, Quant. Grav. **21**,1725 (2004).
[2] R. Garattini and E. N. Saridakis, Eur. Phys. J. C **75**, 343 (2015).
[3] A. F. Ali, Phys. Rev. D **89**, 104040 (2014).
[4] Y. Gim and W. Kim, JCAP **05**, 002 (2015).
[5] S. H. Hendi and B. Eslam Panah, Phys Lett B **684**, 77 (2010).

گذار فاز تکیونی با جفتیدگی ناکمینه جنبشی و گاس–بانه

واعظ ، محبوبه

گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی بابل، خیابان شریعتی ، بابل

چکیده

در این مقاله مدلی از انرژی تاریک شامل میدان اسکالر تکیونی با جفتیدگی‌های ناکمینه با جمله انرژی جنبشی و نیز ناوردای گاس–بانه را مطالعه می‌کنیم. چگالی انرژی ρ_φ و فشار p_φ و نیز معادله حرکت میدان اسکالر را بدست آورده و سپس شکل معادله حالت انرژی تاریک را مورد بررسی قرار می‌دهیم. با در نظر گرفتن تغییرات دینامیکی معادله حالت نشان می‌دهیم مدل مورد نظر گذار از یک فاز به فاز دیگر را توصیف می‌کند.

Tachyonic Phase Transition with Non-minimal Kinetic and Gauss-Bonnet Couplings

Vaez, Mahboubeh

Department of Physics,Babol University of Technology, Babol

Abstract

In this paper we study a dark energy model in which tachyon scalar field non-minimally coupled with kinetic energy and Gauss-Bonnet invariant. Energy density ρ_φ, pressure p_φ and scalar field equation of motion have been calculated. We use dynamically varying equation of state and show that our model describes the transition from one phase to another.
PACS No.

مقدمه

مشاهدات اخیر کیهان‌شناسی نشان می‌دهند که حالت کنونی جهان ما دارای انبساط شتابدار است[۱]. با توجه به اینکه مقدار کافی چگالی ماده برای توجیه این انبساط شتاب‌دار در کیهان وجود ندارد، بنابراین به یک جزء کیهانی دیگر برای توجیه انبساط عالم نیاز می‌باشد. کاندیداهای مختلفی برای انرژی تاریک وجود دارد که یکی از آنها ثابت کیهان‌شناسی Λ است که دو مشکل اساسی دارد : مشکل تنظیم ظریف و مشکل تطابق.

برای حل این دو مشکل میدان‌های اسکالر به عنوان کاندیدای انرژی تاریک معرفی شدند که عبارتند از کوینتسنس، کی–اسنس، فانتوم و تکیون (برای یک مرور به مرجع[۲] مراجعه نمایید). جفت‌شدگی ناکمینه این میدان‌های اسکالر با انحنا یا جملات وابسته به گرانش از مباحثی است که به شکل وسیع در کیهان‌شناسی مورد مطالعه قرار گرفته شده و بررسی آن در مدل‌های مختلف نتایج بسیار جالب کیهان‌شناسی به همراه داشته است[۳و٤].

در این مقاله جفتیدگی ناکمینه بین انرژی جنبشی میدان اسکالر، انحنا و ناوردای گاس–بانه را در نظر گرفته و با بررسی تغییرات دینامیکی معادله حرکت به صورت $H=\dfrac{p}{t}+\lambda$ به دنبال پتانسیل و تابع جفت‌شدگی گاس–بانه ای می‌گردیم که گذار فاز را در این مدل نشان دهد.

معادلات میدان

کنش توصیف کننده مدل انرژی تاریک تکیونی با جفتیدگی های ناکمینه با انرژی جنبشی و ناوردای گاس–بانه به صورت زیر است:

$$\mathrm{S}=\int \mathrm{d}^4\mathrm{x}\sqrt{\text{-g}}[\frac{R}{2\kappa^2}-V(\varphi)\sqrt{1+g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi} \\ -\frac{1}{2}F_1(\varphi)\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi(\xi R+\eta R_{\mu\nu})+F_2(\varphi)\mathrm{G}] \qquad (۱)$$

که در آن $V(\varphi)$ پتانسیل تکیون است که به صورت مجانبی به کمینه خود نزدیک میشود. $F_1(\varphi)$ و $F_2(\varphi)$ توابعی از میدان تکیون و η و ξ نیز پارامترهای جفت شدگی هستند که ابعادشان به $F_1(\varphi)$ بستگی دارد و G ثابت گاس-بانه است.

$$G=R^2-4R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}+R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}\,. \qquad (۲)$$

محاسبات خود را تحت قید زیر برای سادگی عملیات انجام می‌دهیم:

$$2\xi+\eta=0 \qquad (۳)$$

توجه شود که با در نظر گرفتن قید (۳) جفتیدگی ناکمینه جنبشی را با تانسوراینشتین $(G_{\mu\nu}=R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R)$ خواهیم داشت. بنابر این در پس زمینه متریک تخت فریدمن-رابرتسون-واکر (FRW):

$$ds^2=-dt^2+a^2(t)(dr^2+r^2d\Omega^2) \qquad (٤)$$

معادله حرکت میدان اسکالر با وردش گرفتن از معادله (۱) نسبت به φ برابر است با:

$$\frac{\ddot{\varphi}}{1-\dot{\varphi}^2}+3H\dot{\varphi}+\frac{1}{V}\frac{dV}{d\varphi}+3\xi H^2(2F_1(\varphi)\ddot{\varphi}+\frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^2) \\ +18H^3F_1(\varphi)\dot{\varphi}+12\xi H\dot{H}F_1(\varphi)\dot{\varphi} \\ -24(\dot{H}H^2+H^4)\frac{dF_2}{d\varphi}=0 \qquad (۵)$$

علاوه بر این با وردش گرفتن از (۱) نسبت به متریک $g_{\mu\nu}$ معادلات میدان را بدست می آوریم که منجر به روابط زیر برای چگالی انرژی و فشار می شوند:

$$p_\varphi=-V(\varphi)\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}-\xi(3H^2+2\dot{H})F_1(\varphi)\dot{\varphi}^2 \\ -2\xi H(2F_1(\varphi)\dot{\varphi}\ddot{\varphi}+\frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^3+8H^2\frac{dF_2}{d\varphi}\ddot{\varphi} \\ +8H^2\dot{\varphi}^2\frac{d^2F_2}{d\varphi^2}+16\dot{H}H\frac{dF_2}{d\varphi}\dot{\varphi}+16H^3\frac{dF_2}{d\varphi}\dot{\varphi}) \qquad (٦)$$

$$\rho_\varphi=\frac{V(\varphi)}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}}+9\xi H^2F_1(\varphi)\dot{\varphi}^2-24H^3\frac{dF_2}{d\varphi}\dot{\varphi} \qquad (۷)$$

معادلات فریدمن نیز به صورت زیر خواهند بود:

$$H^2=\frac{\kappa^2}{3}\rho_{eff} \qquad (۸)$$

$$-2\dot{H}-3H^2=\kappa^2p_{eff} \qquad (۹)$$

که با جایگذاری فشار و چگالی انرژی در این معادلات داریم:

$$H^2=\frac{\kappa^2}{3}(\frac{V(\varphi)}{\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}}+9\xi H^2F_1(\varphi)\dot{\varphi}^2-24H^3\frac{dF_2}{d\varphi}\dot{\varphi}) \qquad (۱۰)$$

و

$$-2\dot{H}-3H^2=\kappa^2[-V(\varphi)\sqrt{1-\dot{\varphi}^2}-\xi(3H^2+2\dot{H}) \\ F_1(\varphi)\dot{\varphi}^2-2\xi H(2F_1(\varphi)\dot{\varphi}\ddot{\varphi}+\frac{dF_1}{d\varphi}\dot{\varphi}^3+8H^2\frac{dF_2}{d\varphi}\ddot{\varphi} \qquad (۱۱) \\ +8H^2\dot{\varphi}^2\frac{d^2F_2}{d\varphi^2}+16\dot{H}H\frac{dF_2}{d\varphi}\dot{\varphi}+16H^3\frac{dF_2}{d\varphi}\dot{\varphi})]$$

که برای راحتی محاسبات $\kappa^2=8\pi G=1$ را در نظرمی‌گیریم.
پارامتر مهم دیگر معادله حالت هریک از مولفه‌های کیهانی است که به صورت نسبت فشار به چگالی انرژی تعریف می‌شود:

$$\omega=\frac{p}{\rho} \qquad (۱۲)$$

و با توجه به محدوده هایی که در بر می‌گیرد می‌تواند دوران‌های مختلف از جمله دوران ماده غالب و تابش غالب را نمایش دهد.
در ادامه قصد داریم به بررسی تغییرات دینامیکی معادله حالت پرداخته و جوابی برای پتانسیل و تابع جفت‌شدگی بدست آوریم که به گذار از یک فاز به فاز دیگر منجر شود.

تغییرات دینامیکی معادله حالت

استفاده از حل‌های توانی به شکل $a\propto t^p$ منجر به $H=\frac{p}{t}$ و توضیح انبساط شتاب‌دار می‌شود که به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است اما این حل‌ها قادر به توضیح گذار فاز نمی‌باشند

به همین دلیل از تغییرات دینامیکی معادله حالت استفاده می‌کنیم. به معادله هابل جمله ی ثابتی اضافه کرده و تغییرات آن را بررسی می‌نماییم:

$$H=\frac{p}{t}+\lambda \qquad (۱۳)$$

در این مدل با فرض $F_1(\varphi)=1/\varphi^2$، و با جایگذاری dF_2/dt از (۱۰) در (۵) معادله حرکت را به شکل زیر بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}&\frac{H}{2(1-\dot\varphi^2)}\frac{d}{dt}\dot\varphi^2+3H^2\dot\varphi^2+\frac{H}{V}\frac{dV}{dt}\\&+3\xi H^3\frac{d}{dt}(\dot\varphi/\varphi)^2+3\xi H^2\dot H(\dot\varphi/\varphi)^2\\&+9\xi H^4(\dot\varphi/\varphi)^2+3H^2(H^2+\dot H)-\frac{V(H^2+\dot H)}{\sqrt{1-\dot\varphi^2}}=0\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

فرض می‌کنیم وابستگی زمانی میدان اسکالر به شکل $\varphi=ct$ است که c مقداری ثابت می‌باشد[۵] ، در این صورت معادله فوق تبدیل می‌شود به:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{V}(pt^5+\lambda t^6)\frac{dV}{dt}+3(\lambda t+p)^2c^2t^5\\&-6\xi(\lambda t+p)^3+3p\xi(\lambda t+p)^2+9\xi(\lambda t+p)^4\\&+3t^2(\lambda t+p)^2(\lambda^2t^2+p^2+2\lambda pt)\\&-\frac{Vt^4}{\sqrt{1-c^2}}(\lambda^2t^2+p^2+2\lambda pt-p)=0\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

برای حل معادله (۱۵) که معادله‌ای غیرخطی برحسب پتانسیل است جوابی به صورت زیر را در نظر می‌گیریم

$$V=V_0+\frac{A}{t}+\frac{B}{t^2}+\frac{C}{t^3}+\frac{D}{t^4} \qquad (۱۶)$$

و با جایگذاری در (۱۵) و حل معادله، ثابت‌ها بدست می‌آیند.

$$\begin{aligned}&V_0=\frac{3p(c^2+\lambda)\sqrt{1-c^2}}{p-1},\mathrm{A}=0,\mathrm{C}=0\\&B=3p\lambda(\lambda+c^2)(1+p)+6p\lambda(1-2\lambda)(p-\sqrt{1-c^2})\\&+9\xi\lambda^2\sqrt{1-c^2}+\frac{9p^3c^2\sqrt{1-c^2}(1-\lambda^2)}{3pc^2+2}\\&D=3\xi\lambda^3+36\xi p\lambda^3+12p^3\lambda+(6c^2p^2\xi\lambda^2\\&+18\xi\lambda^3p+\frac{9}{2}\xi p^3c^2)(p\sqrt{1-c^2}+1-c^2)\lambda\sqrt{1-c^2}\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

در نهایت با جایگذاری ثابت‌ها و $t=\frac{\varphi}{c}$ می‌توان پتانسیلی به فرم زیر بدست آورد:

$$V(\varphi)=V_0+\frac{Ac}{\varphi}+\frac{Bc^2}{\varphi^2}+\frac{Cc^3}{\varphi^3}+\frac{Dc^4}{\varphi^4} \qquad (۱۸)$$

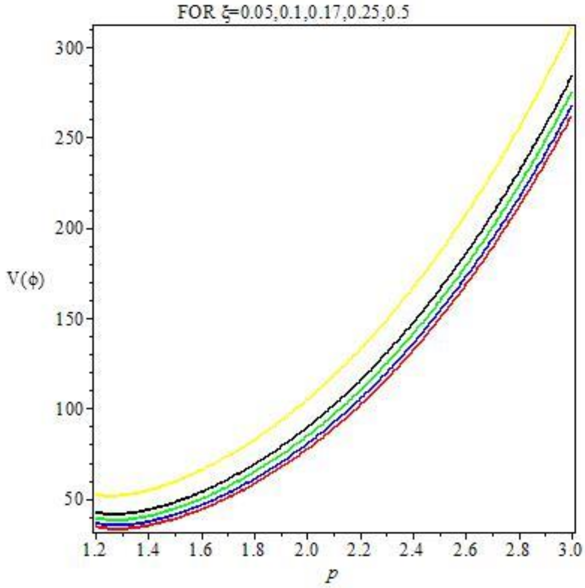
پتانسیل فوق برای $p>1$ جوابی نمایانگر گذار از یک فاز به فاز دیگر می‌باشد. رفتار پتانسیل فوق برای مقادیر مختلف ξو p در شکل‌های(۱) و (۲) ترسیم شده است. نتیجه فوق منطبق بر نتیجه بدست آمده در مرجع [٦] است.

در گام بعدی به دنبال یافتن تابع جفت‌شدگی گاس-بانه $F_2(\varphi)$ هستیم. برای این مقصود تابع پتانسیل بدست آمده در بخش قبل را در معادله (۱۰) جایگذاری کرده و تابع جفت شدگی را بازنویسی می‌کنی

$$\begin{aligned}&F_2(\varphi)=(\frac{p(\lambda+c^2)}{8(p-1)})(\frac{\varphi}{c\lambda}+\frac{p\ln(\frac{\lambda\varphi}{c}+p)}{\lambda^2}\\&\frac{1}{24\sqrt{1-c^2}}[3p\lambda(\lambda+c^2)(1+p)+9\xi\lambda^2\sqrt{1-c^2}\\&-6p\lambda(1-2\lambda)(p-\sqrt{1-c^2})+\frac{9p^3c^2\sqrt{1-c^2}(1-\lambda^2)}{3pc^2+2}]\\&(\frac{\ln\frac{\varphi}{c}-\ln(\frac{\lambda\varphi}{c}+p)}{p})+\frac{1}{24\sqrt{1-c^2}}[(p\sqrt{1-c^2}+1-c^2)\lambda\\&+3\xi\lambda^3-36\xi\lambda^3p-12p^3\lambda+(6c^2p^2\xi\lambda^2+18\xi\lambda^3-3p\lambda\\&+\frac{9}{2}\xi p^3c^2)\sqrt{1-c^2}](\frac{\lambda^2(\ln\frac{\varphi}{c}-\ln(\frac{\lambda\varphi}{c}+p))}{p^3}+\frac{c\lambda}{p^2\varphi}-\frac{c^2}{2p\varphi^2})\\&\frac{3}{8}\xi(\frac{\ln\frac{\varphi}{c}-\ln(\frac{\lambda\varphi}{c}+p)}{p})-\frac{1}{8}(\frac{\varphi}{c\lambda}+\frac{p\ln(\frac{\lambda\varphi}{c}+p)}{\lambda^2})\end{aligned}$$

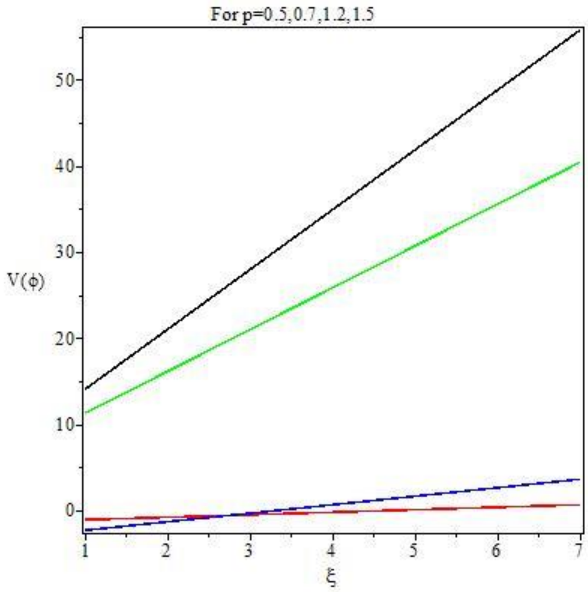
(۱۹)

عبارت فوق برای $p>1$ گذار فاز عالم را وصف می‌کند. نتیجه فوق منطبق بر نتیجه بدست آمده در مرجع [٦] است.



شکل ۱ : نمودار پتانسیل برای مقادیر مختلف ξ.

(زرد،مشکی،سبز،آبی،قرمز) $\xi = 0.05, 0.1, 0.17, 0.25, 0.5$



شکل ۲ :نمودار پتانسیل برای مقادیر مختلف p .

(مشکی،سبز،قرمز،آبی) $p = 0.5, 0.7, 1.2, 1.5$

نتایج

در این مقاله مدلی از انرژی تاریک با میدان اسکالر و جفت شدگی های ناکمینه جنبشی و گاس–بانه مورد مطالعه قرار گرفت. جفتیدگی ناکمینه انرژی جنبشی با در نظر گرفتن قید (۳) به جفت شدگی تانسور اینشتین و جمله انرژی جنبشی تبدیل شد. همچنین جفتیدگی ناکمینه میدان اسکالر و ناوردای گاس–بانه در کنش (۱) وارد شده است. میدان اسکالری که مسئول انرژی تاریک می باشد میدان تکیونی است. معادلات میدان همراه با چگالی انرژی و فشار میدان اسکالر بدست آمده سپس با در نظر گرفتن تغییرات دینامیکی معادله حرکت به شکل $H = \frac{p}{t} + \lambda$ پتانسیل و تابع جفت‌شدگی $F_2(\varphi)$ را بدست آورده که این دو تابع برای $p > 1$ نمایانگر گذار از یک فاز به فاز دیگر می‌باشند. در پایان نیز شکل تابع پتانسیل برای مقادیر مختلف ξوp رسم شد که نشان می‌دهد برای $p = \frac{2}{3}$ و $p = \frac{1}{2}$ که نمایانگر جهان ماده غالب و تابش غالب می‌باشند قسمتی از پتانسیل منفی است.

مرجع ها

[1] A. G. Riess et al; “Type Ia Supernova Discoveries at z>1 From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution”; *Astrophys. J.* **607**, (2004) 655-687.
[2] E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa; “Dynamics of dark energy”;*Int. J. Mod. Phys. D*15, (2006) 1753.
[3] L.N. Granda, “Late Time Cosmological Scenarios from Scalar Field with Gauss Bonnet and Non-minimal Kinetic Coupling"; (2011), arXiv:1109.1371.
[4] L. N. Granda and W. Cardona, “General Non-minimal Kinetic Coupling to Gravity"; JCAP 07, 021 (2010).
[5] T. Padmanabhan, “Accelerated Expansion of the Universe Driven by Tachyonic Matter"; Phys. Rev. D 66, 021301 (2002).
[6] L. N. Granda, “Dark Energy from Scalar Field with Gauss Bonnet and Non-minimal Kinetic Coupling"; (2011). arXiv:1108.6236 [hep-th].

شبیه‌سازی و تحلیل چندفراکتالی جنگل لایمن-آلفا

وفایی‌صدر، علیرضا[۱]؛ اجلالی، گلشن[۱]؛ موحد، سیدمحمدصادق[۱و۲و۳]؛ ایرزیک وید [۳]

[۱] دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی ، اوین ، تهران ، ایران

[۲] پژوهشکده فیزیک، پژوهشگاه دانش‌های بنیادی، تهران ، ایران

[۳] موسسه بین المللی فیزیک نظری عبدالسلام، تریسته، ایتالیا

چکیده

مطالعه‌ی فضای میان کهکشانی به عنوان شرایط اوّلیه‌ی تشکیل کهکشان‌ها و هم‌چنین یک محیط متاثر از تحول کهکشان اهمیت بسزایی دارد. جنگل لایمن آلفا حاوی اطلاعات بسیاری از مشخصات توده‌های گازی هیدروژنی است که فضای میان کهکشانی را به وجود می‌آورند. امروزه از دو رهیافت مختلف می توان سیگنال طیفی مربوط به جنگل لایمن آلفا را شبیه‌سازی کرد. . در این پژوهش، برای استخراج خواص سراسری این طیفها در راستاهای دید مختلف، روندهای سیستماتیک موجود در سیگنال توسط روش سازگار استخراج شده و داده‌های تمیز شده با کمک الگوریتمMF-DFA مورد تحلیل قرار گرفتند. نتایج نشان می دهد که در تابع افت و خیز برحسب فاصله، یک طول مشخصه با اندازه $\boldsymbol{r_x = 3.3 \pm 0.1\ ({}^{Mpc}/_{h})}$ *وجود دارد. این طول مشخصه، مبیّن تغییر رفتار مقیاسی عوامل سر راهی در طیف لایمن-آلفا است و نشان می‌دهد که این سیگنال طیفی در مقیاس‌های کوچکتر از این طول مشخصه در کلاس fBm با خاصیت پادهمبستگی قرار دارد، امّا در مقیاس‌های بزرگتر از این طول مشخصه، در کلاس fGn با خاصیت همبستگی بلندبُرد جای می‌گیرد. این طول مشخصه‌ی آماری که می‌تواند مشخص کننده اندازه نوعی ساختارهای سرراهی باشد، می‌تواند ابزار موثری برای قید گذاشتن روی مدل‌های مختلف تشکیل ساختار باشد.*

Simulation and Multifractal Analysis of Lyman-α Forest

Vafaei Sadr, Alireza[1]; Ejlali, Golshan[1]; Movahed, Seyed Mohammad Sadegh[1, 2, 3] ; Iršič, Vid[3]

[1] Department of Physics, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

[2] Schools of Physics, Institute for Research in Fundamental Sciences, IPM, Tehran, Iran

[3] The Absus Salam International Center for Theoretical Physics, Trieste, Italy

Abstract

Studying the Inter-Galactic Medium (IGM) has a significant importance as the initial condition of galaxy formation and also as a medium affecting from galaxy evolution. The Lyman-alpha forest contains a great deal of information from properties of huge Hydrogen clouds which consist most of the IGM. Spectrum signal of the Lyman-alpha forest can be simulated via two different approaches. To extract the global properties of the spectrum along different line of sights, systematic trends were subtracted from data using the adaptive method and the MF-DFA algorithm was applied to the clean data. The results show a characteristic length scale of $r_x = 3.3 \pm 0.1\ ({}^{Mpc}/_{h})$ *in the fluctuation function vs. distance plot. This characteristic length depicts change of scaling properties of the intervening clouds in the Lyman-alpha spectrum. Also the signal in scales shorter and longer than this characteristic length scale can be classified in the fBm category (with anti-correlation property) and fGn category (with long-range correlation) respectively. This statistical characteristic length, which can be described as an indicator of the Hydrogen cloud size can be a useful tool to constrain the structure formation models as well.*

مقدمه

میزان ماده باریونی‌ای که در فضای میان‌ستاره‌ای و در هاله کهکشان‌ها وجود دارد، تنها نیمی از پیش‌بینی نظریه هسته‌زایی اولیه برای محتوای باریونی کیهان است. تصور بر آن است که باقیمانده‌ی ماده‌ی تولید شده در ابتدای کیهان در قالب ابرهای گازی بزرگ در فضای میان کهکشانی پراکنده شده است. برای بررسی مشخصات فیزیکی این توده‌های بزرگ گازی در فضای بین کهکشانی (به عنوان مثال دما، توزیع چگالی، ترکیب شیمیایی،

توزیع سرعت خاصه ذرات و میزان یونیدگی آن‌ها) باید دو دسته اثر را در نظر گرفت: اوّل آن‌که این توده‌های گازی باقیمانده از کیهان اولیه و دوران تشکیل ساختار هستند و تاریخچه‌ای از بازیونش کیهان را به همراه دارند؛ دوم آن که این ابرهای گازی در برهمکنش دائمی با کهکشان‌ها هستند و از طریق مکانیزم‌هایی مانند ستاره‌زایی، بادها یا جت‌های کهکشانی و ابرنواخترها تحت تأثیر تحولات کهکشان ها قرار می‌گیرند. این دو ویژگی اهمیت مطالعه‌ی محیط میان کهکشانی را از دو جهت روشن می کند: ویژگی‌های این توده های گازی اطلاعات خوبی از گذشته‌ی کیهان و روند تشکیل ساختار و هم چنین از مراحل تحول کهکشانی در بر دارد. این به ما کمک می‌کند که با مطالعه فضای میان کهکشانی روی نظریه‌های تشکیل ساختار، نظریه‌های تحول کهکشانی، نظریه های دوران بازیونش، نظریه‌های ماده تاریک، نرخ انبساط عالم و محتوای انرژی تاریک و در انتها اثرات سرراهی روی تابش زمینه کیهانی قید بگذاریم. یکی از ابزارهای ما برای مطالعه فضای میان-کهکشانی، مطالعه طیف منابع نور نقطه ای دوردست در کیهان، مثل QSOهاست. عبور نور اختروشها از توده‌های گاز میان کهکشانی، خطوط جذبی فراوانی روی طیف ایجاد می‌کند که از سال ۱۹۷۰ با نام جنگل لایمن–آلفا شناخته شده است. علت این نامگذاری این است که عمده این ابرهای گازی از هیدروژن تشکیل شده است و این اتم‌های هیدروژن با جذب فوتون با فرکانس Å ۱۲۱۶ که در محدوده فرابنفش قرار دارد، از حالت پایه به اولین حالت برانگیخته می‌روند. پرتوی نوری که از یک اختروش با سرخ گرایی بیشتر از ۱/۵ به سمت زمین به راه می‌افتد به علت انبساط کیهانی خود دچار سرخ‌گرایی می‌شود و به همین دلیل، هر بار در برخورد با توده‌های گازی که در سرخ گرایی‌های مختلف در سرراهش قرار گرفته‌اند، در فرکانس متفاوتی جذب می‌شود. این خطوط جذبی متعدد که در طول موج‌های متفاوت (از طول‌موج فرابنفش دور تا طول‌موج مرز لایمن–آلفا) رخ میدهند، شکل جنگل مانندی را در طیف اختروش‌ها ایجاد می کنند. می‌توان اطلاعات ارزشمندی را که از محیط میان کهکشانی در طیف اختروش‌ها نهفته است، با فرآیندهای آماری مختلف استخراج کرد. یکی از این روش‌ها، روش تحلیل چندفراکتالی است که خواص سراسری میدان آماری مورد نظر را استخراج می‌کند. این خواص سراسری می‌تواند توصیف خوبی از توده‌های ماده که در مسیر تشکیل ساختارهای کهکشانی بوده‌اند به دست بدهد. [۱]

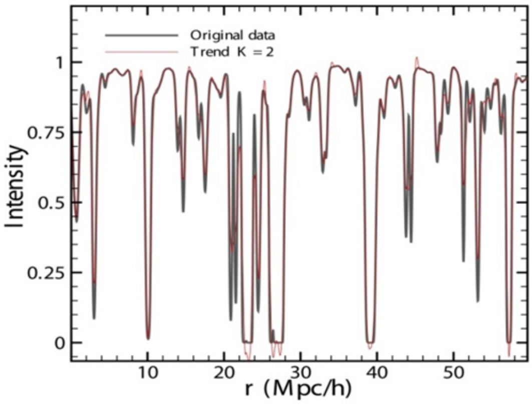
شبیه سازی

شبیه‌سازی‌های جنگل لایمن آلفا از دو رهیافت متفاوت انجام می‌شوند. هر دوی این رهیافت‌ها مبتنی بر محاسبه‌ی عمق نوری بااستفاده از داده‌های میدان چگالی و میدان سرعت‌ها در توزیع ماده باریونی، طبق رابطه‌ی

$$\tau(s) = \int \frac{n_{HI}}{1+\bar{z}} \left|\frac{ds}{dx}\right|^{-1} \sigma_\alpha ds \text{ ،}$$

هستند که در این رابطه σ_α سطح مقطع جذب فوتون‌ها توسط اتم‌های هیدروژن خنثی HI با چگالی عددی ستونی n_{HI} را نشان می دهد. همچنین می‌دانیم که $n_{HI} \propto [1+\delta_b]^2 T^{-0.7}$، که در آن ارتباط چگالی عددی ستونی n_{HI} با دما T و تباین چگالی[1] δ_b نشان داده شده است. اولین رهیافت متداول در شبیه‌سازی طیف توان جنگل لایمن–آلفا، شبیه‌سازی مستقیم توزیع چگالی با استفاده از شبیه‌سازی‌های بس ذرّه‌ای است که در آن‌ها توزیع تباین چگالی δ_b و توزیع سرعت‌ها v مستقیماً از نتایج شبیه‌سازی خوانده می‌شود. در ادامه‌ی این رهیافت، با محاسبه‌ی عمق نوری τ، شار عبوری نور از محیط میان کهکشانی را از طریق رابطه $f = e^{-\tau}$ به دست آورده می‌شود و طیف توان آن رسم می‌شود. در رهیافت دوم، محاسبات از طیف توان سه بعدی توزیع چگالی $P_{3D}(k)$ آغاز می‌شود که شبیه‌سازی‌های کیهان‌شناسی مختلفی در اختیار ما قرار می‌دهند. در مرحله‌ی اوّل طیف توان یک بُعدی $P_{1D}(k)$ با انتگرال گیری روی طیف توان سه بعدی ساخته می‌شود و در مرحله‌ی دوم، دو سری داده‌ی $u(k)$ و $w(k)$ با ویژگی تصادفی و توزیع گاوسی از روی طیف توان یک بعدی محاسبه می‌شوند، که توسط رابطه‌ی $\delta_b(k) = w(k) + u(k)$ به تباین چگالی δ مربوط به $P(k)$ اولیه مربوط می‌شوند. در مرحله‌ی آخر، میدان سرعت‌ها $v(k)$ با استفاده از رابطه‌ی $v(k) = \frac{iH_0 f(k)}{c} w(k)$ به دست می‌آید. ادامه‌ی مراحل این رهیافت، مشابه رهیافت اوّل، از طریق محاسبه‌ی عمق نوری τ و شار عبوری f انجام می‌شود. داده‌های استفاده شده در این پژوهش

[1] density contrast



شکل ۱ نمودار داده‌های اصلی شبیه سازی شده و داده‌های تمیز شده توسط روش سازگار برای یک راستای دید نمونه در جنگل لایمن آلفا.

با استفاده از رهیافت دوم و برای ۵۰۰۰ راستای دید[۲] متفاوت تولید شده‌اند. شکل (۱) یک نمونه از آن را نشان می‌دهد.[۲]

روش آماری

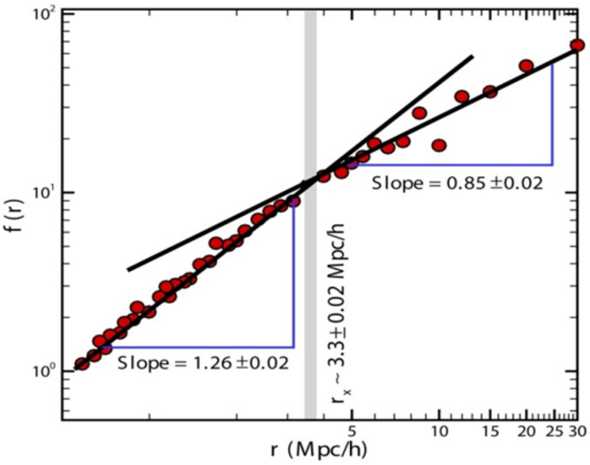
تحلیل آماری MF-DFA[۳] مبتنی بر استخراج خاصیت خودتشابهی[۴] میدان تصادفی مورد تحلیل است و به طور ویژه برای

استخراج حافظه‌های بلندبُرد و همچنین روند[۵]های تناوبی نهفته در سیگنال، به ویژه سیگنال‌های نامانا[۶]، به ما کمک می‌کند. در این روش، پروفایل حاصل‌جمع تجمعی[۷] داده‌ی اصلی توسط پنجره‌ای به طول r به قسمت های مساوی $Y_r(i)$ تقسیم می‌شود و به هر قسمت، یک پاره خط توسط روش کمترین مربعات $E^2=\sum(Y_s(i)-ia-b)^2$ برازش می‌شود. (در صورت برازش منحنی با توان‌های بالاتر، تحلیل DFA مرتبه‌های بالاتر DFAn به دست می‌آید.) در مرحله‌ی بعد تابع افت‌وخیزها[۸] با رابطه‌ی $F_2(r,n)=\frac{1}{r}\sum(Y_r(i,n)-ia_n-b_n)^2$ برای تمام اندازه‌های پنجره‌ها r محاسبه می‌شود. سپس با متوسط گیری بر روی همه بخشها به صورت

$$F_q(r)=\left(\frac{1}{N}\sum(F_2(r,n))^{q/2}\right)^{1/q}$$

در می‌آید. [۳]

شیب خط h(q)ای که در نمودار لگاریتمی تابع $F(r)$ بر حسب r مشابه رابطه‌ی $F_q(r)\propto r^{h(q)}$ برازش داده می‌شود، به «ضریب مقیاس» معروف است و میزان همبستگی بین داده‌ها را

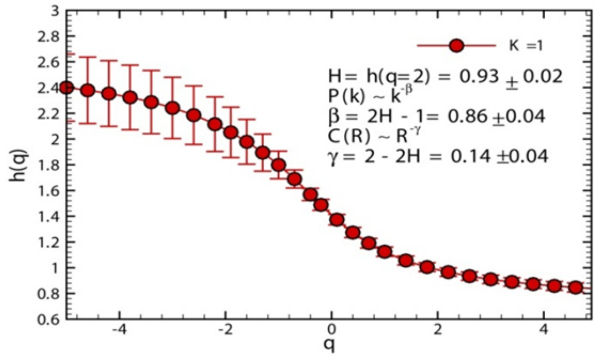


شکل ۲ تغییر شیب در تابع افت و خیز در یک راستای دید نمونه در طیف شبیه سازی شده ی جنگل لایمن آلفا

نشان می‌دهد. توان $\frac{1}{2}$ در رابطه‌ی تابع افت و خیزها ما را قادر می‌سازد که رفتار مقیاسی افت و خیزهای مومنت دوم داده‌ها را بررسی کنیم. در حالتی که یک خاصیت مقیاسی برای داده‌ها وجود نداشته باشد در این صورت باید روش دیگری را برای حذف روندها بکار بریم تا بتوان همه‌ی روندهای موجود در سیگنال را حذف کرد. برای حل این مشکل، از روش سازگار[۹] برای حذف روندهای تصادفی استفاده می‌کنیم و سپش داده‌ی تمیزشده توسط این روش، به عنوان ورودی به الگوریتم MF-DFA داده می‌شود تا نتایج تصحیح شده به دست آیند [۴].سیگنال تمیزشده توسط روش سازگار با انتخاب برازش درجه ۲ یعنی K=2 در یک راستای دید در شکل (۱) آورده شده است. در شکل (۲) تابع افت‌وخیز برای q=2 برای یک راستای دید محاسبه شده است. وجود شکست و تغییر شیب در نمودار $F(r)$ نشان‌دهنده‌ی وجود یک مقیاس طولی مخصوص r_X در داده‌ها است که در آن مقیاس، رفتار همبستگی داده‌ها تغییر می‌کند. شیب $h<1$ نشان‌دهنده خاصیت fGn[۱۰] و شیب $h>1$ نشان‌دهنده‌ی خاصیت fBm[۱۱] در سیگنال است. با توجه به اینکه ماهیت تصادفی میدان جنگل لایمن آلفا به خاطر وجود ابرهای گازی با اندازه ها و چگالی‌های متفاوت در سر راه نور ساطع شده از QSOها می‌باشد، خطوط جذبی فراوان ایجاد شده در طیف آن‌ها ماهیت تصادفی دارد. با تحلیل MF-DFA داده‌های طیفی جنگل لایمن-آلفا می‌توان طول‌های مشخصه‌ی مربوط به این سیستم‌های گازی در فضای میان کهکشانی را محاسبه کرد.

2 line of sight
3 Multi-Fractal Detrended Fluctuation Analysis
4 Self-Similarity
5 trends
6 non-stationary
7 cumulative sum
8 Fluctuation function

9 Adaptive Method
10 fractional Gaussian noise
11 fractional Brownian motion



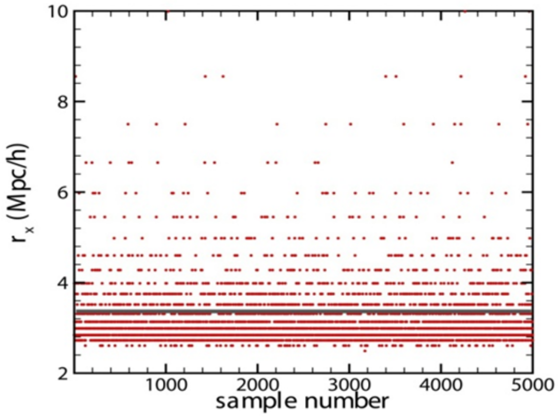
شکل ۳ نمودار ضریب هرست (Hurst Exponent) که نشان دهنده‌ی ماهیت چندفراکتالی ابرهای هیدروژنی در فضای میان کهکشانی ست.

نتایج

در این پژوهش از داده‌های شبیه‌سازی شده‌ی ۵۰۰۰ خطّ دید استفاده شد و تحلیل MF-DFA روی آن‌ها اعمال شد. وابستگی $h(q)$ به q که در شکل(۳) نشان داده شده است، بیانگر این است که طیف لایمن آلفا در مقیاس‌های مختلف از خاصیت خودتشابهی یکسانی برخوردار نیست و این به ماهیت پیچیده‌ی عوامل سرراهی یعنی ابرهای هیدروژنی و خاصیت چندفراکتالی آن‌ها بازمی‌گردد. محاسبه‌ی تابع افت‌وخیزها نشان دهنده‌ی یک تغییر شیب واضح در فاصله حدود سه مگاپارسکی است. تغییر شیب در راستای دید ۵۰۰۰ نمونه شبیه‌سازی شده در شکل ۳ نشان داده شده است. طول مشخصه‌ای که معرف نقطه‌ی تغییر شیب است برای ۵۰۰۰ خط دید مختلف محاسبه شد و مقدار میانگین

$$r_x = 3.3\ \pm 0.1\ ({}^{Mpc}/_{h})$$

برای این طول مشخصه گزارش می‌شود. مقادیر محاسبه شده r_x برای راستاهای دید مختلف در شکل (۴) آورده شده است. یکی از نظریات مطرح در حوزه تشکیل کهکشان، نظریه سلسله مراتبی هست. در این نظریه کهکشان ها از به هم پیوستن و تحول توده‌های مادی کوچکتر به وجود می آیند و محیط زیست پیدایش آنها تاثیر به سزایی در ویژگی های آنها دارد. این توده‌های در چاه پتانسیل ایجاد شده توسط ماده تاریک این‌گونه خوشه خوشه ولی در ابعاد کوچک قرار گرفته‌اند. امّا به بیان ساده می‌توان گفت که امکان تبدیل شدن به یک کهکشان روشن به دلایل متفاوتی برای آن‌ها فراهم نشده است. اطلاعاتی که از طریق مطالعه‌ی جنگل لایمن آلفا درباره‌ی توزیع چگالی، توزیع دما و توزیع سرعت این ابرهای بزرگ گازی به دست می‌آید، به نوعی شرایط اوّلیه تشکیل



شکل ۴ طول مشخصه به دست آمده از تغییر تابع برای ۵۰۰۰ راستای دید

و تحول کهکشانی را نشان می‌دهد و این امکان را فراهم می‌کند که و روی نظریات مرتبط با تشکیل کهکشان‌ها قید گذاشته شود. [۵] نتیجه‌ی این پژوهش نشان می‌دهد بزرگ‌تر شدن این توده‌های گازی از یک مقیاس مشخص، خاصیت همبستگی جدیدی ایجاد می‌کند که می‌تواند در چهارجوب نظریه سلسله‌مراتبی مطالعه شود. به بیانی دیگر در مقیاسهای بزرگتر از r_x میدان تصادفی مورد مطالعه در کلاس جهانی fGn با خاصیت همبستگی بلند برد قرار می‌گیرد. این درحالی است که در مقیاسهای کوچکتر از r_x میدان در کلاس جهانی fBm با خاصیت همبستگی پادهمبسته قرار می‌گیرد. طول مشخصه به دست آمده به نظر میرسد که جزو خاصیت ذاتی داده است که باید مورد مطالعه بیشتر قرار گیرد. در ادامه‌ی این پژوهش می‌توان اثر همبستگی‌های ضربی[۱۲] را در چارچوب کیهان‌شناسی ساختارهای بزرگ مقیاس برای استخراج اطلاعات جدید که می‌تواند نقش مهمی در حذف واگنی‌های موجود در مدلهای موجود توصیف کیهان ایفا کند، بررسی کرد.

مراجع

[1] Arinyo-i-Prats, A., Miralda-Escude, J., Viel, M., & Cen, R., *Prepared to submission to JCAP*. (2015)
[2] Desjacques V., Nusser A., Sheth R., R. Astron. Soc. Jan. (2014)
[3] Ferreira P., Dionisio A. & Movahed S.M.S, (2015) arXive: 1502.05603v1
[4] Jing Hu, Jianbo Gao and Xingsong Wang, JSTAT, P02066 (2009)
[5] McDonald P., Prepared for ApJ. (2001), arXive: 0108064v1

[12] cross-correlations

بررسی ژئودزیک سیاه‌چاله چرخان BTZ سه بعدی

کاظم پور، سبحان؛ صفاری، رضا؛ سروش فر، صاحب

گروه فیزیک، دانشگاه گیلان، رشت

چکیده

در این مقاله، معادله‌ی ژئودزیک فضا–زمان سیاهچاله‌ی چرخان BTZ سه بعدی، مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از معادله‌ی ژئودزیک و جداسازی هامیلتون – ژاکوبی ثابت‌های حرکت بدست آمده است و همچنین معادله ژئودزیک یا همان معادله حرکت بر حسب r برای حالت نورگونه و زمان‌گونه بدست آمده است و با درنظر گرفتن این معادله‌ی حرکت، پتانسیل موثر محاسبه شده است. در نهایت معادله‌ی ژئودزیک بدست آمده به صورت تحلیلی بر حسب توابع بیضوی وایرشتراس حل شده است. با استفاده از این حل تحلیلی و پتانسیل موثر حاصله بعضی از مدارهای ممکن رسم شده است.

Study of BTZ Rotating Black Hole Geodesic in 3D

Kazempour, Sobhan; Saffari, Reza; Soroushfar, Saheb

Department of Physics, University of Guilan, Rasht

Abstract

In this article geodesic equation in the space-time of rotating BTZ black hole in 3 dimensional is studied. Using geodesic equation and separation of Hamilton-Jacobi, constants of motion is obtained and also geodesic equation or equation of motion in terms of r is obtained for null and time like state. The effective potential is calculated with considering equation of motion and finally geodesic equation is solved analytically in terms of Weierstrass functions. Using this analytical solution and the effective potential some orbits is plotted.

PACS No. 04

مقدمه

نسبیت عام در فضا–زمان سه بعدی محدودیت نیوتنی بدین معنا که هیچ نیروی گرانشی بین منابع ایستا وجود ندارد را از بین می‌برد گرانش در ابعاد پایین‌تر به دلیل تنظیم روابط نسبتا ساده‌تر، نقش حیاتی را در درک ما از بسیاری از مسائل مفهومی مربوط به گرانش آینشتین ایفا می‌کند. زمانی که بانادوس و تیتلبویم و زانلی یک مدل برای جسم متقارن باردار در فضا–زمان آنتی دوسیته، (که به معنای پذیرش وجود یک حل برای سیاهچاله با ثابت کیهان‌شناختی منفی بود)، ارائه دادند [۱]. انگیزه فراوانی برای بررسی و تجزیه و تحلیل مفاهیم گرانشی در سه بعد ایجاد شد. تا قبل از آن اعتقاد بر این بود که هیچ حلی برای سیاهچاله با ثابت کیهان‌شناختی منفی وجود ندارد. در نتیجه این اتفاق یک شگفتی به حساب می‌آمد. (سیاهچاله BTZ که به اختصار از نام سه دانشمند فوق گرفته شده است به مشخصه‌های جرم M واندازه حرکت زاویه‌ای J و بار Q بستگی دارد.) از آن پس حوزه‌ی میدان‌های الکترومغناطیسی یا دیلاتون سه بعدی ایجاد شده و تئوری‌های مربوط به آن مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین سیاهچاله BTZ به طور قابل ملاحظه‌ای خواص مشابه با سیاهچاله در ٤ بعد(که می‌تواند در جهان واقعی ما وجود داشته باشد) دارد. [۳,۲] برای بررسی دقیق و کامل مفاهیم گرانشی مربوط به سیاهچاله از روش‌های تحلیلی حل ژئودزیک استفاده می‌کنیم بدین منظور از توابع بیضوی وایرشتراس استفاده می‌کنیم ساختار معادلات حرکت ما مشابه فضا–زمان شوارتس شیلد می‌باشد که هاگیهارا در سال ۱۹۳۱ به حل آن بر حسب توابع بیضوی وایرشتراس پرداخت [٤]. در سال‌های اخیر نیز با استفاده از توابع بیضوی وایرشتراس و ابر بیضوی سیگمای کیلانیان به بررسی و حل تحلیلی سیاهچاله‌های شوارتس‌شیلد دوسیته[٥] کر دوسیته[٦] و رایسنر نوردشتروم و

رایسنر نوردشتروم دوسیته[۷] و اخیرا سیاه‌چاله در گرانش $f(r)$ [۸] پرداخته شده است در این مقاله حرکت ذرات در اطراف فضا–زمان سیاه‌چاله چرخان BTZ سه بعدی را بررسی می‌کنیم و نتایج مان را بر حسب تابع بیضوی وایرشتراس نمایش می‌دهیم.

شکل متریک و معادله ژئودزیک

متریک سیاهچاله چرخان سه بعدی BTZ از حل معادله گرانش آینشتین با ثابت کیهانشناختی منفی بدست می‌آید[۱] و [۳].

$$d\tau^2 = -(\alpha^2 r^2 - 8m)dt^2 - 8J\, dt d\phi + \frac{dr^2}{\alpha^2 r^2 - 8m + \frac{16J^2}{r^2}} + r^2 d\varphi^2 \qquad (۱)$$

که در آن m جرم و J اندازه حرکت زاویه‌ای می‌باشد و همچنین **$\alpha^2 = -\Lambda$ است.**

با توجه به معادله ژئودزیک زیر

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\varrho\sigma}\frac{dx^\varrho}{d\tau} = 0 \qquad (۲)$$

که دراینجا $d\tau^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu$ و همچنین $\Gamma^\mu_{\varrho\sigma}$ به صورت زیر تعریف شده است

$$\Gamma^\mu_{\varrho\sigma} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\rho g_{\sigma\nu} + \partial_\sigma g_{\rho\nu} - \partial_\nu g_{\rho\sigma}) \qquad (۳)$$

با استفاده از معادله (۲) ثابت‌های حرکت پایین را تعریف می‌کنیم

$$p_t = g_{tt}\dot{t} + g_{t\varphi}\dot{\varphi} = E, \quad p_\varphi = -g_{\varphi\varphi}\dot{\varphi} - g_{t\varphi}\dot{t} = -L \qquad (۴)$$

L و E ثابت‌های حرکت، E معرف انرژی و L معرف تکانه‌ی زاویه‌ای بر واحد جرم می‌باشد. همچنین سومین ثابت حرکت از عبارت $\epsilon = g_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu$ ناشی می‌شود که ϵ در حالت $\epsilon = 1$ برای ژئودزیک زمان‌گونه و در $\epsilon = 0$ برای ژئودزیک نورگونه است.

معادله هامیلتون– ژاکوبی به‌صورت زیر می‌باشد

$$2\frac{\partial S}{\partial \tau} = g^{ij}\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^j} \qquad (۵)$$

با استفاده از دنباله پایین [٦]

$$S = \frac{1}{2}\epsilon\tau - Et + L\Phi + S_r(r) \qquad (۶)$$

در اینجا، τ پارامتر آفین در طول ژئودزیک و S کنش می‌باشد [٦].

با جایگذاری معادله (٦) در(۵)، معادله زیر بدست می‌آید

$$\left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 = \frac{\epsilon}{r^2}(\alpha^2 r^4 - 8mr^2 + 16J^2) + E^2 - \frac{L^2}{r^2}(\alpha^2 r^2 - 8m) - \frac{8JEL}{r^2} = R(r) \qquad (۷)$$

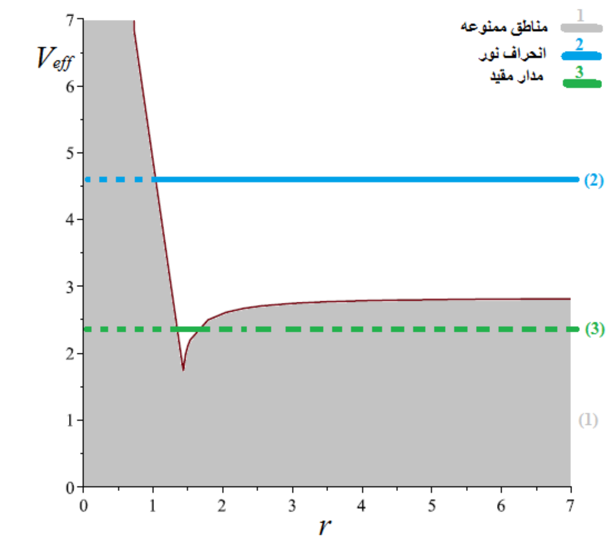
با معرفی وابستگی زمان مینو[۹] و زمان ویژه به صورت ($d\tau = rd\lambda$) معادله فوق به صورت زیر در می‌آید

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = (\epsilon\alpha^2)r^4 + (-8m\epsilon + E^2 - L^2\alpha^2)r^2 + (16\epsilon J^2 + 8mL^2 - 8JEL) = R(r) \qquad (۸)$$

با استفاده از معادله (۷)، پتانسیل موثر را به صورت زیر بدست می‌آوریم

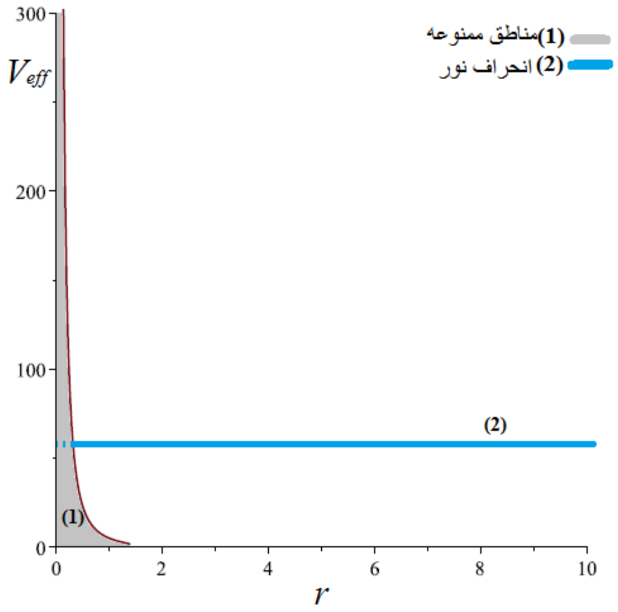
$$V_{eff} = \frac{4JL \pm \sqrt{(\alpha^2 r^4 - 8mr^2 + 16J^2)(-\epsilon r^2 + L^2)}}{r^2} \qquad (۹)$$

نمودار پتانسیل مربوط به معادله فوق در شکل (۱)، نشان داده شده است.



شکل ۱ : پتانسیل موثر مربوط به مناطق مختلف حرکت ژئودزیکی ذرات.

$\epsilon = 1\,; J = 1.0075\,; m = 1\,;\ \alpha = -\sqrt{10^{-5}}\,;\ L = 0.75$



شکل۲ : پتانسیل موثر مربوط به مناطق مختلف حرکت ژئودزیکی نور.

$\epsilon = 0 ; J = 1.0075 ; m = 1 ; \alpha = -\sqrt{10^{-5}} ; L = 0.7$

حل تحلیلی معادلات ژئودزیک

ژئودزیک‌های زمان‌گونه

با جایگذاری $\epsilon = 1$ در معادله (۸) یعنی حالت زمان‌گونه، معادله‌ای به صورت زیر خواهیم داشت

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = \alpha^2 r^4 + (-8m + E^2 - L^2\alpha^2)r^2 + (16J^2 + 8mL^2 - 8JEL) = \sum_{i=0}^{4} a_i r^i \qquad (۱۰)$$

معادله (۱۰) یک چند جمله ای درجه ٤ است ($R(r) = \sum_{i=0}^{4} a_i r^i$) که با تغییر $r = \frac{1}{u} + r_R$، که در آن r_R یکی از صفرهای $R(r)$ است، به چند جمله ای درجه ۳، ($R(u) = \sum_{i=0}^{3} b_i u^i$) تبدیل و با جانشینی $u = \frac{1}{b_3}(4y - \frac{b_2}{3})$، (که درآن $b_j = \frac{1}{(4-j)!}\frac{d^{(4-j)}R}{dr^{(4-j)}}(r_R)$)، به شکل وایرشتراس زیر تبدیل می شود

$$\left(\frac{dy}{d\lambda}\right)^2 = 4y^3 - g_2 y - g_3 = p_3(y) \qquad (۱۱)$$

که در اینجا g_2 و g_3، ناورداهای وایرشتراس به صورت زیر می باشند

$$g_2 = \frac{1}{16}\left(\frac{4}{3}{b_2}^2 - 4b_1 b_3\right) \ , \ g_3 = \frac{1}{16}\left(\frac{1}{3}b_1 b_2 b_3 - \frac{2}{27}{b_2}^3 - b_0 {b_3}^2\right) . \qquad (۱۲)$$

معادله دیفرانسیل (۱۱) از نوع بیضوی است و بر حسب توابع وایرشتراش حل شده است

$$y(\lambda) = \wp\,(\lambda - \lambda_{in}; g_2; g_3)\,, \qquad (۱۳)$$

که در آن $y_0 = \frac{1}{4}\left(\frac{b_3}{r_0 - r_R} + \frac{b_2}{3}\right)$و $\lambda_{in} = \lambda_0 + \int_{y_0}^{\infty}\frac{dy}{\sqrt{4y^3 - g_2 y - g_3}}$, در نتیجه حل معادله (۱۱) به صورت زیر می باشد [٤و۷و۱۰].

$$r(\lambda) = \frac{b_3}{4\wp(\lambda - \lambda_{in}; g_2; g_3) - \frac{b_2}{3}} + r_R\,. \qquad (۱۴)$$

ژئودزیک‌های نورگونه

با جایگذاری $\epsilon = 0$ در معادله (۸) یعنی حالت نورگونه، معادله‌ای به صورت زیر خواهیم داشت

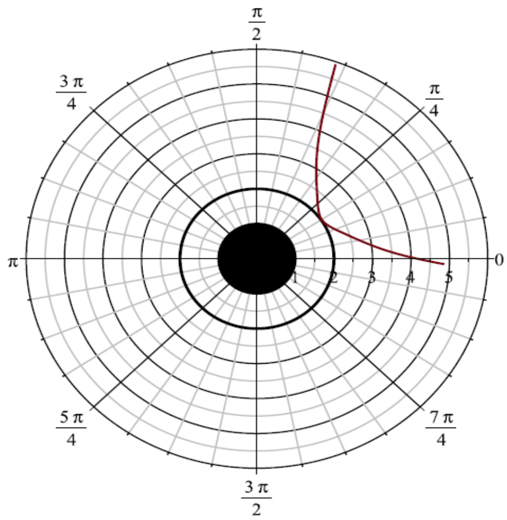
$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = (E^2 - L^2\alpha^2)r^2 + (8mL^2 - 8JEL) = R(r) \qquad (۱۵)$$

معادله (۱۵) یک چند جمله ای درجه ۲ می‌باشد و جواب آن بصورت زیر می‌باشد

$$r = \pm\frac{2\sqrt{2}\sqrt{(-L^2\alpha^2 + E^2)L(EJ - Lm)}}{-L^2\alpha^2 + E^2} \qquad (۱۶)$$

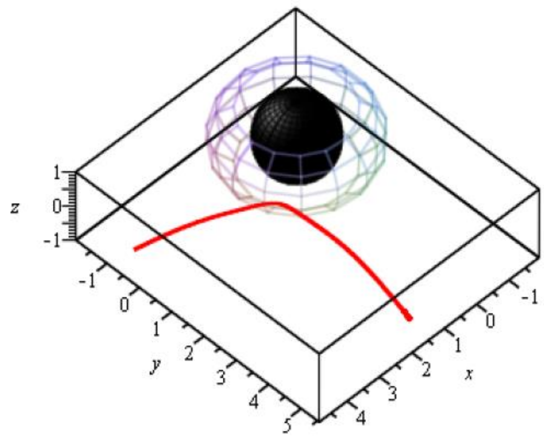
نتیجه گیری

برای نمونه یکی از مدارهای حرکتی ذرات $\epsilon = 1$ در شکل‌های زیر نشان داده شده است.



شکل۳ : مدار حرکتی انحراف ذره اطراف سیاهچاله با مقادیر $\epsilon = 1; L = 2.75\ ; J = 1.2\ ; m = 1; \alpha^2 = -\Lambda = -10^{-5}$

شکل سه بعدی مدار حرکتی انحراف ذره اطراف سیاهچاله نیز به صورت زیر می‌باشد.



شکل٤ : مدار حرکتی انحراف ذره اطراف سیاهچاله با مقادیر

$$\epsilon = 1 \quad L = 2.75 \quad J = 1.2 \quad m = 1 \quad \alpha^2 = -\Lambda = -10^{-5}.$$

در این مقاله معادلات ژئودزیک فضا-زمان سیاهچاله BTZ سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته است. با استفاده از معادله هامیلتون - ژاکوبی ثابت‌های حرکت بدست آمده است و معادلات ژئودزیک برای حالات نورگونه و زمان‌گونه بصورت تحلیلی بر حسب توابع بیضوی وایرشتراس بدست آمده است . همچنین با استفاده از پتانسیل موثر و حل تحلیلی بالا نمونه‌ای از مدار حرکت ژئودزیکی بدست آمده و رسم شده است.

مرجع‌ها

[۱] M.Banados,C.Teitelboim,J.Zanelli,Phys.Rev.Lett., **69**, (1992)
[۲] N.Cruz, C.Martiınez, L.Pena, *arXiv*:gr-qc **9401025v1** 25 Jan 1994
[۳] M. Banados, M. Henneaux, C. Teitelboim and J. Zanelli, *Phys. Rev*. **D 48** (1993)
[۴] Y. Hagihara. Theory of relativistic trajectories in a gravitational _eld of Schwarzschild.*Japan. J. Astron. Geophys*. **8, 67**, (1931).
[۵] E. Hackmann and C. Lammerzahl, *Phys. Rev. D* **78, 024035** (2008).
[۶] E. Hackmann, C. Lammerzahl, V. Kagramanova and J. Kunz, Phys. Rev. D 81, 044020 (2010) [arXiv:1009.6117 [gr-qc]].
[۷] E. Hackmann, V. Kagramanova, J. Kunz and C. Lammerzahl, Phys. Rev. D 78, 124018 (2008) [Phys. Rev. 79, 029901 (2009)[arXiv:0812.2428[gr-qc]]
[۸] S. Soroushfar, R. Saffari, J. Kunz and C. Lmmerzahl, Phys. Rev. D **92**, no. 4, 044010 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.044010 [arXiv:1504.07854 [gr-qc]].
[۹] Y. Mino, Phys. Rev. D **67**, 084027 (2003) doi:10.1103/PhysRevD.67.084027 [gr-qc/0302075].
[۱۰] M. Abramowitz and I. E. Stegun,Dover Publications, New York,(1968).

بررسی ویژگی های ترمودینامیکی سیاهچاله BTZ چرخان در مدل برانس ـ دیک

کامور نسرین، نگین؛ صفاری، رضا؛ سروش فر، صاحب

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه دانشگاه گیلان، رشت خیابان نامجو

چکیده

در این مقاله، متریک به دست آمده برای سیاهچاله BTZ چرخان در گرانش (2+1) بعدی در مدل برانس-دیک را در نظر می گیریم و ویژگی های حالت های تعادلی فضای ترمودینامیکی آن را بررسی می کنیم. از قانون اول ترمودینامیک سیاهچاله ها برای به دست آوردن متغیرهایی از جمله جرم (M)، دما (T)، سرعت زاویه ای در افق (Ω)و ظرفیت گرمایی (C) به عنوان توابعی از متغیرهای گسترده آنتروپی (S) و تکانه زاویه ای (J) استفاده می کنیم و در مورد ساختار های پایدار یا ناپایدار ترمودینامیکی سیاهچاله مزبور بحث می کنیم.

Study of thermodynamic properties of the rotating BTZ black hole in Brans-Dicke model

Kamvar Nasrin, Negin; Saffari, Reza; Soroushfar, Saheb

Department of Physics, University of Guilan, Rasht

Abstract

In this paper we consider a metric of rotating BTZ black hole in (2+1) gravity in Brans-Dicke model. We study the properties of the equilibrium states of the thermodynamic space for the case metric. We use thermodynamics first law of black hole to obtain variables such as mass (*M*), temperature (*T*), angular velocity at the horizon (Ω), and heat capacity (C) in terms of extensive variables entropy (S) and angular momentum (J), and we also discuss about thermodynamically stable or unstable configurations of this black hole.

PACS No. 04

مقدمه

نسبیت عام یک نظریه میدان غیر خطی بسیار پیچیده است. با اینکه تعداد زیادی از راه حل های کلاسیکی در این نظریه وجود دارد اما یک دسته بندی کلی از راه حل ها هرگز به دست نیامده است. ویژگی های کلاسیکی و کوانتومی شگفت انگیز ساهچاله آن را برای در دسترس بودن ابعاد کمتری که نشان دهنده ویژگی های مهم آن بدون پیچیدگی های غیر ضروری، بسیار مطلوب ساخته است. کار اصلی دِزِر، جکی، هوفت [1] و ویتن [2] نشان داد که نسبیت عام در فضا-زمان سه بعدی یک مدل بسیار قابل قبول است که در به دست آوردن پایه های گرانش کلاسیک و کوانتومی مورد استفاده قرار می گیرد [3]. اگرچه گرانش (2+1) بعدی به طور گسترده به عنوان آزمایشگاهی مطلوب برای مطالعه مسائل مفهومی شناخته شده است، به ویژه نسبیت عام در (2+1) بعد حد نیوتنی ندارد [4]. در سال1992 بانادوس-تیتلبیوم و زنلی (BTZ) [5]نشان دادند که حل سیاهچاله ها برای ثابت کیهانشناسی منفی

نیز برقرار است و گرانش(2+1) بعدی یک حل کاملا سیاهچاله ای دارد، و یک سیاهچاله با ویژگی های زیر است:

دارای افق رویداد می باشد و در حالت چرخان افق داخلی نیز دارد. از رمبش گرانشی ماده حاصل می شود [6]. یک جسم ترمودینامیکی با دما و آنتروپی خوش–رفتار است [7] و می تواند با یک سیال کامل ستاره ای سه بعدی همسان در نظر گرفته شود [8]، علاوه بر این سیاهچاله BTZ می تواند به یک سیاه ریسمان چهار بعدی در نسبیت عام تبدیل شود [9]. یکی از جنبه های قابل توجه و جالب سیاهچاله BTZ رابطه آن با نظریه ریسمان می باشد. وقتی که ثابت کیهان شناسی صفر باشد، حل گرانش (2+1) تخت خواهد بود.

فضا–زمان BTZ بدون تکینگی انحنا است، با این حال تمام ویژگی های نهادین سیاهچاله ها همچون افق رویداد و تابش هاوکینگ را دارا می باشد. تاریخچه ترمودینامیک سیاهچاله ها کاملا وابسته به تاریخچه گرانش کوانتومی می باشد. اگر تاریخچه ترمودینامیک سیاهچاله با مقالات بکنشتاین [10] و باردین [11] شروع شود، آنگاه پیش تاریخ آن نزدیک به چهل سال پیش تر از آن به کار تولمن[12,13]، اپنهیمر و ولکف در دهه1930 برمی گردد [14]. این مؤلفان شرایطی چون تقارن کروی، خود گرانشی جسم تشکیل شده از یک سیال کامل با معادله حالت خطی در تعادل هیدروستاتیکی را در نظر گرفتند. سرانجام تمام نتایج به دست آمده از سال 1930 تا 1973 در چهار قانون معروف مکانیک سیاهچاله توسط باردین [11] به اوج رسید. که این چهار قانون عبارتند از: قانون صفرم بیان می کند که گرانش سطحی روی افق سیاهچاله ثابت است. بر اساس قانون اول، اگر سیاهچاله دچار اختلال شود، تغییرات جرم آن برابر است با تغییر در مساحت افق رویداد، تکانه زاویه ای و بار الکتریکی. قانون دوم نظریه مساحت هاوکینگ است که بیان می کند تغییرات مساحت افق رویداد سیاهچاله همواره مثبت است، و در نهایت قانون سوم بیان می کند که گرانش سطحی سیاهچاله صفر نمی شود. این مقاله در بخش های زیر خلاصه می شود: ابتدا مرور مختصری بر متریک در نظر گرفته شده ارائه می شود. پس از آن در بخش بعد قانون اول ترمودینامیک سیاهچاله ها را برای این متریک تعریف می کنیم که با استفاده از رابطه به دست آمده می توانیم در قسمت بعدی، کمیت های ترمودینامیکی این سیاهچاله را به دست آوریم. و در بخش آخر، نتیجه گیری مقاله ارائه می شود.

متریک

در این بخش توضیح مختصری از حل یک سیاهچاله در فضا–زمان BTZ در مدل برانس–دیک ارائه می دهیم[15]. این حل با نوشتن کنش زیر از نوع Brans-Dicke آغاز می شود

$$S = \frac{1}{2\pi}\int d^3x\sqrt{-g}\, e^{-2\phi}\left[R - 4\omega(\partial\phi)^2 + 4\lambda^2\right] \quad (1)$$

که در آن g دترمینان متریک سه بعدی، R اسکالر انحنا، ϕ یک میدان اسکالر،λ یک ثابت و ω پارامتر سه بعدی Brans-Dicke می باشد. حل ایستا برای این سیاهچاله به صورت زیر است:

$$ds^2 = -\left[a^2r^2 - \frac{b}{(ar)^{\frac{1}{1+\omega}}}\right]dt^2 + \frac{dr^2}{a^2r^2 - \frac{b}{(ar)^{\frac{1}{1+\omega}}}} + r^2d\varphi^2$$

$$\omega \neq -\frac{3}{2}, -1 \quad (2)$$

که در آن a مقداری ثابت و متناسب با λ (ثابت کیهان شناسی) و ω می باشد و b ثابت انتگرال گیری است که مقداری مثبت دارد و متناسب با جرم سیاهچاله می باشد [15].

با انجام تغییر مختصات زیر حل چرخان کنش (1) به دست می آید

$$t \longrightarrow \beta t - \frac{\theta}{a^2}\varphi \quad (3)$$

$$\varphi \longrightarrow \beta\varphi - \theta t \quad (4)$$

با اعمال تغییر مختصات فوق در حل (2) رابطه زیر برای سیاهچاله چرخان به صورت زیر به دست می آید

$$ds^2 = -\left[\left(\beta^2 - \frac{\theta^2}{a^2}\right)a^2r^2 - \frac{\beta^2 b}{(ar)^{\frac{1}{1+\omega}}}\right]dt^2 - \frac{\beta\theta}{a^2}\frac{b}{(ar)^{\frac{1}{1+\omega}}}2dtd\varphi$$

$$+\frac{dr^2}{a^2r^2 - \frac{b}{(ar)^{\frac{1}{1+\omega}}}} + \left[\left(\beta^2 - \frac{\theta^2}{a^2}\right)r^2 + \frac{\theta^2}{a^4}\frac{b}{(ar)^{\frac{1}{1+\omega}}}\right]d\varphi^2$$

$$\omega \neq -\frac{3}{2}, -1 \quad (5)$$

که β، θ و a ثابت هستند.

بعد از انجام یک سری محاسبات متریک نهایی عبارت است از

$$ds^2 = -\left(a^2r^2 - \frac{a^2J^2}{M}ar\right)dt^2 - 2Jard\varphi dt + \frac{dr^2}{a^2r^2 - M\left(\frac{a^2J^2}{M^2} - 1\right)ar} + \frac{1}{a^2}(a^2r^2 + Mar)d\varphi^2, \quad \omega = -2 \tag{6}$$

که در آن مقادیر M و J به ترتیب عبارتند از جرم و تکانه زاویه ای سیاهچاله.

قانون اول ترمودینامیک

در این قسمت قانون اول ترمودینامیک را برای سیاهچاله مورد نظر تعریف می کنیم. برای تغییرات کوچک سیاهچاله های چرخان بر طبق روابط زیر، تغییر انرژی وابسته به تغییر آنتروپی، تکانه زاویه ای و بار الکتریکی می باشد.

$$Tds = dE - dW \tag{7}$$

که در آن

$$dW = \Omega_{BH}dJ + \Phi_{BH}dQ \tag{8}$$

و T دما، dS تغییرات آنتروپی، Ω_{BH} سرعت زاویه ای در افق و Φ_{BH} پتانسیل الکتریکی سیاهچاله می باشند. ازآنجایی که انرژی سیاهچاله (E) وابسته به جرم آن(M) می باشد، بنابراین تغییرات انرژی (dE) متناسب است با تغییرات جرم (dM)، علاوه بر این بنا بر معادله (6) سیاهچاله مورد نظر بدون بار است ($\Phi_{BH}=0$)؛ بنابراین با استفاده از معادلات (7) و(8) داریم:

$$dM = Tds + \Omega_{BH}dJ \tag{9}$$

ویژگی های ترمودینامیکی

در این بخش ابتدا شعاع افق رویداد سیاهچاله را با حل معادله زیر و پیدا کردن ریشه های آن بر حسب r به دست می آوریم

$$a^2r^2 - M\left(\frac{a^2J^2}{M^2} - 1\right)ar = 0 \tag{10}$$

این معادله دو ریشه دارد

$$r_+ = \frac{a^2J^2 - M^2}{Ma}$$
$$r_- = 0 \tag{11}$$

بنا بر عبارات به دست آمده برای شعاع افق رویداد،روابط مفید ذیل به دست می آیند

$$M_\pm = \left(-\frac{1}{2}r_+ \pm \frac{1}{2}\sqrt{4J^2 + r_+^2}\right)a \tag{12}$$

$$J_\pm = \pm\frac{\sqrt{Mar_+ + M^2}}{a} \tag{13}$$

از رابطه آنتروپی $S=4\pi r_+$ و به ازای M_+ عبارت زیر را به دست می آوریم

$$M = \left(-\frac{S}{8\pi} + \frac{1}{2}\sqrt{4J^2 + \frac{S^2}{16\pi^2}}\right)a \tag{14}$$

معادله(12) رابطه بین متغیرهای ترمودینامیکی را به صورت M=M(S,J) نشان می دهد. با استفاده از معادله (9) می توانیم سرعت زاویه ای در افق و دما را به صورت زیر محاسبه کنیم

$$T = \frac{\partial M}{\partial S}|_{J=const,} \tag{15}$$

$$\Omega = \frac{\partial M}{\partial J}|_{S=const.} \tag{16}$$

نتیجه نهایی عبارت است از

$$T = \frac{a}{8\pi}\frac{S - \sqrt{64J^2\pi^2 + S^2}}{\sqrt{64J^2\pi^2 + S^2}} \tag{17}$$

$$\Omega = \frac{8Ja}{\sqrt{64J^2 + \frac{S^2}{\pi^2}}} \tag{18}$$

همانطور که مشاهده می شود دما و سرعت زاویه ای در افق را به صورت توابعی از آنتروپی و تکانه زاویه ای و متناسب با پارامتر a به دست آوردیم T=T(S,J) و Ω=Ω(S,J)، که نشان می دهند دما و سرعت زاویه ای برای این سیاهچاله با توجه به علامت پارامتر a می توانند مثبت یا منفی باشند. حال با استفاده از دما (T) حاصل از معادله (17) می توانیم ظرفیت گرمایی (C) سیاهچاله را در تکانه زاویه ای (J) ثابت، به صورت زیر محاسبه کنیم

$$C = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right) = \frac{512a\pi J\left(64J^2\pi^2 - S\sqrt{64J^2\pi^2 + S^2} + S^2\right)}{(4096J^2\pi^2 + 63S^2)\sqrt{\frac{a^2(4096J^2\pi^2 + 63S^2)}{64J^2\pi^2 + S^2}}} \tag{19}$$

بنابراین ظرفیت گرمایی سیاهچاله هم به صورت تابعی از آنتروپی و تکانه زاویه ای سیاهچاله C=C(S,J) محاسبه شد که عبارت به دست آمده نشان می دهد ظرفیت گرمایی سیاهچاله با توجه به مثبت یا منفی بودن دما(با توجه به علامت پارامتر a) ممکن است مثبت یا منفی باشد.

برطبق روابط ترمودینامیکی سیاهچاله ها که توسط دیویس در سال 1978 [16] فرمول بندی شدند، ویژگی های ترمودینامیکی اصلی سیاهچاله BTZ می توانند از رفتار متغیرهای ترمودینامیکی M، T، Ω و C به صورت توابعی از متغیرهای گسترده S و J به دست آیند.

نتیجه گیری

در این مقاله از متریک به دست آمده برای یک سیاهچاله چرخان در فضا–زمان BTZ در مدل برانس–دیک استفاده کردیم و ویژگی های ترمودینامیکی آن را مورد بررسی قرار دادیم. با

تعریف قانون اول ترمودینامیکی سیاهچاله ها برای این متریک و درنظر گرفتن رابطه آنتروپی بر حسب شعاع افق رویداد ($S=4\pi r_+$) متغیرهای ترمودینامیکی آن را بر حسب توابعی از آنتروپی و تکانه زاویه ای محاسبه کردیم و بر حسب روابط به دست آمده، مشاهده کردیم که این کمیت ها برای سیاهچاله مورد نظر با توجه به علامت پارامتر a ممکن است مثبت یا منفی شوند. بنا بر نتایج به دست آمده و با توجه به اینکه ظرفیت گرمایی سیاهچاله تغییر علامت می دهد و ممکن است مثبت یا منفی باشد پس این سیاهچاله یک سیستم ترمودینامیکی پایدار نیست و دچار گذار فاز می شود. ولی اگر پارامتر a تک علامت(همواره مثبت یا همواره منفی) باشد بنابراین دما و به تبع آن ظرفیت گرمایی همواره مثبت یا همواره منفی خواهد بود که در این حالت سیاهچاله در حالت ساختار ترمودینامیکی پایدار می باشد و گذار فازی نخواهد داشت.

مراجع

[1] Hooft, G. T. (1988) Commun. *Math. Phys.* 117, 685.
[2] Witten, E. (1988). *Nucl. Phys*. B311, 46.
[3] Carlip, S. Lectures on (2+1)-Dimensional Gravity, (1995) Davis preprint UCD-95-6, gr-qc/9503024 (1995).
[4] Barrw, J. D., Burd, A. B., & Lancaster, D. (1986) *Class. Quant. Grav.* 3, 551.
[5] Banados, M., Teitelboim, C., & Zanelli, J. (1992), *Phys. Rev. Lett*. 69, 1849.
[6] Mann, R. B., & Ross, S. F. (1993) *Phys. Rev. D* 47, 3319.
[7] Brown, J., Creighton, J., & Mann, R. B. (1994) Phys. Rev. D 50, 6394.
[8] Cruz, N., & Zanelli, J. (1995) *Class. Quantum Grvv*. 12, 975.
[9] Lemos, J. P. S., Zanchin, V. T. (1996) *Phys. Rev*, *D* 53, 4684.
[10] Bekenstein, J. (1972) *Lett. Nuovo Cim.* 4, 737740.
[11] Bardeen, J.M., Carter, B., Hawking, S. (1973) *Commun. Math. Phys.* 31, 161170.
[12] Tolman, R. C. (1939) *Phys. Rev*. 55,364373.
[13] Tolman, R. C. (1987), *Relativity, Thermodynamics, and Cosmology*. *Dover Books on Physics* Series.Dover Publications, New York.
[14] Oppenheimer, J., Volkoff, (1939), *Phys. Rev.* 55, 374381.
[15] Paulo, M. S. Jose P. S., Lemos. (1998), *Phys. Lett. B* 423, 49-53
[16] Davies, P. C. W., (1978) *Rep. Prog. Phys*. 41, 1313.

تورم طبیعی ناکمینه در چارچوب جردن

کهوایی‌زاد، هستی[۱]؛ رشیدی، نرگس[۱]؛ نوذری ، کوروش[۱]

[۱]گروه فیزیک دانشگاه مازندران، بابلسر

چکیده

در این مقاله به بررسی تورم طبیعی با استفاده از یک پتانسیل متناوب میپردازیم. مدلی درنظر می گیریم که در آن میدان تورمی جفتیدگی ناکمینه با میدان گرانشی دارد. با بکارگیری پارامترهای تورمی روابط سازگاری بین نسبت تانسور به اسکالر، شاخص طیفی اسکالر و همچنین دوندگی آن را به روش اختلالی و در چارچوب جردن به‌دست می‌آوریم. نتایج خود را با داده‌های پلانک ۲۰۱۵ مقایسه می‌نماییم و قیدهایی روی فضای پارامترهای مدل به دست می‌آوریم. نتیجه‌ی بررسی ما تاییدی بر سازگاری مدل تورم طبیعی با داده‌های مشاهداتی است.

Nonminimal Natural Inflation in Jordan frame

Nozari, Kourosh[1]; KahvaeeZad, Hasti[1]; Rashidi, Narges[1]

[1]*Department of Physics, University of Mazandaran, Babolsar,*

Abstract

In this paper we study the natural inflation with a periodic potential. We consider a model in which the inflation is nonminimally coupled to the gravity. By using the inflationary parameters, we obtain the consistency relation between the tensor-to-scalar ratio, scalar spectral index and its running. We compare our result with Planck 2015 released data and find some constraints on the model's parameters space. Our consideration confirm that the Natural inflation is consistent with the observation.

PACS No.98.80.Es, 98.80.Cq, 98.80.-k

مقدمه

در سال ۱۹۹۰، فریمن و همکارانش نمونه تورم طبیعی را برای حل مشکلات نظری مدل تورم غلتشی پیشنهاد دادند[۱]. به‌منظور تطبیق با قیدهای رصدی و اندازه‌گیری‌های همسانگردی CMB، ارتفاع پتانسیل اینفلتون باید مقیاس خیلی کوچک‌تر از عرض آن با مرتبه‌های بیشتری از قدر باشد (پتانسیل باید خیلی تخت باشد). مدل تورم طبیعی پتانسیل تختی حاصل از انتقال تقارن دارد یعنی پتانسیل تحت تبدیل $\varphi \to \varphi + const$ تغییر نمی‌کند[۲].

می‌توان یک جفتیدگی ناکمینه بین میدان تورمی و گرانش در نظرگرفت که جمله‌ی جفتیدگی ناکمینه‌ی صریح $\xi R\varphi^2$ را به کنش اضافه می‌کند. یک جفتیدگی از این نوع با همه‌ی تقارن‌های بخش میدان اسکالر و گرانش مجاز شده‌است و برای بازبهنجارش پذیری نظریه ضروری است[۳]. اما چنین مدل تورمی باید قادر به توصیف اختلالات اولیه، که منشا شکل‌گیری ساختار در عالم هستند، نیز باشد. بدین ترتیب، ما باید اختلالات را وارد معادلات نماییم و مدل را در چارچوب اختلالی مورد بررسی قرار دهیم.

در این راستا، در این مقاله ما مدل تورم طبیعی ناکمینه را در نظر میگیریم. معادلات میدان اختلالی را محاسبه می‌نماییم و با استفاده از آنها پارامترهای اختلالی را نیز به‌دست می‌آوریم. نتیجه را با داده های پلانک ۲۰۱۵ [۴] مقایسه می‌نماییم و گواهی بر قابل قبول بودن مدل تورم ناکمینه حاصل می‌نماییم.

تورم طبیعی ناکمینه

تورم طبیعی اصلی را با شکل پتانسیل کوسینوسی

$$V = \Lambda^4 \left[1 \pm \cos\left(\frac{m\varphi}{l}\right)\right], \qquad (۱)$$

درنظر می‌گیریم که در این مقاله علامت مثبت آن مورد نظر ماست.

برای مدل تورم ناکمینه کنش با رابطه زیر داده می‌شود

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2\kappa^2}\left(1+\kappa^2 f_{(\varphi)}\right)R - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - V_{(\varphi)}\right], \qquad (۲)$$

$f(\varphi) = \xi\varphi^2$ به جمله‌ی جفتیدگی ناکمینه اشاره دارد و در آن ξ یک پارامتر ثابت است.

به‌منظور بررسی دینامیک کیهانی تورم، معادلات حرکت اینفلتون و معادلات فریدمن را در نظر می‌گیریم

$$\varphi'' + 3H\varphi' - \xi R\varphi + V_{,\varphi} = 0 \qquad (۳)$$

$$H^2 = \frac{k^2}{3\Omega^2}\left(\frac{1}{2}\varphi'^2 + V(\varphi) - 3H\Omega_{,\varphi}\right), \qquad (۴)$$

که در آن‌ها $V_{,\varphi} = \frac{dV}{d\varphi}$ و $\Omega^2 = (1 + k^2 f(\varphi))$.

جمله دوم رابطه‌ی (۳) یک جمله‌ی اصطکاکی متناسب با پارامتر هابل H است. انتظار داریم که برای مقادیر بزرگ V، جمله‌ی اصطکاکی منجر به یک مرحله‌ی تورمی غلتش آهسته شود، از این‌رو شرایط غلتش آهسته به‌صورت زیر بیان می‌شود

$$\varphi'^2 \ll V(\varphi), \qquad |\varphi''| \ll |3H\varphi'| \sim |V_{,\varphi}| \qquad (۵)$$

در حضور تقریب غلتش آهسته، می‌توانیم پارامترهای غلتش آهسته را که نقش اساسی در مدل‌های تورمی خواهند داشت، به‌صورت زیر تعریف کنیم

$$\epsilon = \frac{1}{2k^2}\left(\frac{V_{,\varphi}}{V}\right)^2, \eta = \frac{1}{k^2}\frac{V_{,\varphi\varphi}}{V}, \xi = \frac{1}{k^2}\left(\frac{V_{,\varphi}V_{,\varphi\varphi\varphi}}{V^2}\right)^{1/2}, \qquad (۶)$$

یادآور می‌شویم که مقدار انبساط با هر مرتبه تورمی مشخص می‌شود

$$N = \int_{t_i}^{t_f} H\,dt = \int_{\varphi_i}^{\varphi_{end}} \frac{H}{\varphi'}d\varphi, \qquad (۷)$$

که علامت پرایم مشتق نسبت به زمان است.

در ادامه می‌خواهیم روابط سازگاری را به روش اختلالی محاسبه و اعتبار مدل تورم طبیعی ناکمینه را بررسی کنیم.

اختلالات

هدف در این بخش به‌دست آوردن نسبت تانسور به اسکالر، شاخص طیفی اسکالر و دوندگی آن با استفاده از اختلالات برای مدل تورم طبیعی ناکمینه با پتانسیل کوسینوسی است.

با توجه به اینکه، به اختلالات میدان تورمی و متریک در محدوده‌ی حل زمینه‌ی همگن علاقه‌مندیم، عنصر خط را تا مرتبه خطی اختلالات به صورت زیر بیان می‌کنیم [۵]

$$ds^2 = -(1+2\Phi)dt^2 + 2a(t)B_i dx^i dt + a^2(t)\left[(1-2\Psi)\delta_{ij} + 2E_{ij}\right]dx^i dx^j \qquad (۱۴)$$

که Φ ۳–اسکالر گذار، B_i ۳–بردار انتقال، Ψ ۳–اسکالر اختلال انحنای فضایی و E_{ij}۳–تانسور برش فضایی است که متقارن و بدون رد است.

می‌دانیم که یک اختلال در متریک یک اختلال در انحنای فضا – زمان ایجاد می‌کند پس داریم

$$\delta G_{\mu\nu} = 8\pi G\delta T_{\mu\nu}, \qquad (۱۵)$$

که $\delta T_{\mu\nu}$و $\delta G_{\mu\nu}$پیمانه ناوردا هستند.

اختلال تانسور اینشتین تا مرتبه‌ی اول معادلات زیر را نتیجه می‌دهد

$$3H(\Psi' + H\Phi) + \frac{2k^2}{a^2}\left[\Psi + H(E' - B)\right] = -\frac{1}{2}k^2\overline{\delta T_0^0},$$
$$(\Psi' + H\Phi) + H(E' - B) = \frac{1}{2}k^2\overline{\delta T_\iota^0},$$
$$\left[\Psi'' + H(2\Psi + \Phi)' + 2(H' + H^2)\Phi - \frac{k^2}{a^2}Z\right]\delta_{ij} - Z_{,ij} = -\frac{1}{2}k^2\overline{\delta T_J^\iota}. \qquad (۱۶)$$

که در آن $Z = (\Phi - \Psi) - 2H(E' - B) - (E'' - B')$ است و سمت چپ نیز با استفاده از متریک مختل‌شده در معادلات اینشتین به‌دست می‌آید.

تانسور انرژی تکانه برای یک چارچوب به‌طور ناکمینه جفت‌شده به‌صورت زیر داده می‌شود

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\partial^\gamma\varphi\partial_\gamma\varphi - Vg_{\mu\nu} - \xi\left[g_{\mu\nu}\Box(\varphi^2) - \partial_\mu\partial_\nu(\varphi^2)\right], \qquad (۱۷)$$

که $\Box = \frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\alpha\left(\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\partial_\beta\varphi\right)$.

پس از وردش مولفه‌ی (i–۰) و اعمال پیمانه‌ی نیوتنی $B=E=0$، به‌دست می‌آوریم

$$\delta T_{0i} = \varphi'\delta\varphi_{,i} - \left(\delta T_{0i}\right)^{nmc}. \qquad (۱۸)$$

با استفاده از مولفه (i–۰) معادلات میدان اختلالی و نیز با تعریف $\int(\delta T_{0i})^{nmc}dx^{i} = 2\xi\varphi^{2}(H\Phi + \Psi')$ به‌دست می‌آوریم

$$\Phi = \frac{k^2\varphi'\delta\varphi}{2H(1+2k^2\xi\varphi^2)}. \qquad (۱۹)$$

با درنظر گرفتن رابطه‌ی $\partial_\mu\partial^\mu\varphi + \xi R\varphi - V_{,\varphi} = 0,$ و پس از وردش گیری و با استفاده از تبدیلات عام اختلالات پیمانه ناوردا ونیز اعمال پیمانه‌ی نیوتنی در حد بزرگ مقیاس داریم

$$3H\delta\varphi' + \delta\varphi V_{,\varphi\varphi} + 2\Phi V_{,\varphi} + \xi\left[2\varphi\left[\left(\frac{k^2}{a^2} - 3H'\right)\Phi - 2\frac{k^2}{a^2}\Phi - 3(H'\Phi + 4H^2\Phi)\right] + 6(H' + 2H^2)\delta\varphi\right] = 0, \qquad (۱۹)$$

که با استفاده از آن و رابطه کمکی $F = \frac{\delta\varphi}{V_{,\varphi}},$ می‌توان $\delta\varphi$ را محاسبه کرد

$$\delta\varphi = C\, V_{,\varphi}\, exp\int\left[\frac{\varphi\delta\prime}{\varphi\prime\varphi\delta} - \frac{V_{,\varphi\varphi}}{V_{,\varphi}}\right]d\varphi. \qquad (۲۰)$$

پارامترهای رصدی

برای مقایسه‌ی مدل تورمی با داده‌های مشاهداتی و قضاوت روی خوب یا بد بودن مدل می‌توان از پارامترهای تورمی شاخص طیفی اسکالر، دوندگی آن و نسبت تانسور به اسکالر استفاده نمود.

طیف توان کمیت مفیدی برای مشخصه‌یابی ویژگی‌های اختلالات است

$$\mathcal{P}_s = \frac{k^3}{2\pi^2}|\delta\varphi|^2,$$
$$= \frac{k^3}{2\pi^2}cV_{,\varphi}^2\left(exp\int\left[\frac{\varphi\delta\prime}{\varphi\prime\varphi\delta} - \frac{V_{,\varphi\varphi}}{V_{,\varphi}}\right]d\varphi\right)^2 \qquad (۲۱)$$

که در طول تورم طیف توان تقریبا مقیاس ناوردا است و وابستگی مقیاس یا مستقل بودن آن را می‌توان با تعریف شاخص طیفی اختلالات اسکالر بررسی کرد

$$n_s - 1 = \frac{d\ln\mathcal{P}_s}{d\ln k}.$$

می‌دانیم که تغییرات $\ln k$همانند تغییرات Nاست $dN \simeq d\ln k$

پس برای تورم طبیعی ناکمینه داریم

$$n_s - 1 = \frac{2}{k^2}\left(\frac{-V_{,\varphi\varphi}}{V} + \frac{k^2\varphi'}{H[1+2k^2\xi\varphi^2]}\frac{V_{,\varphi}}{V} - \frac{\xi}{V}\left[\frac{k^4\varphi'\varphi}{a^2H[1+2k^2\xi\varphi^2]} + \frac{9k^2H'\varphi'\varphi}{2H[1+2k^2\xi\varphi^2]} + \frac{6k^2\varphi'\varphi}{[1+2k^2\xi\varphi^2]} + 6(H' + 2H^2)\right]\right). \qquad (۲۲)$$

همچنین دوندگی آن نیز به صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\alpha = \frac{dn_s}{d\ln k} \quad \dashrightarrow \quad \alpha = \frac{dn_s}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dN}.$$

$$\alpha = \frac{2}{k^4}\frac{V_{,\varphi}}{V}\frac{2}{k^2}\Bigg(-\frac{V_{,\varphi\varphi\varphi}}{V_{,\varphi}} + \frac{V_{,\varphi\varphi}V_{,\varphi}}{V^2} - \frac{1}{[1+2k^2\xi\varphi^2]}\frac{V_{,\varphi}}{V}\left[\frac{V_{,\varphi}}{V}\left(\frac{\varphi''}{\varphi'^2} - \frac{H'}{H\varphi} - \frac{4\delta\varphi}{[1+2K^2\xi\varphi^2]}\right) + \frac{V_{,\varphi\varphi}}{V} - \frac{{V_{,\varphi}}^2}{V^2}\right] - \xi\Bigg(\frac{-V_{,\varphi}}{V^2}\left[\frac{k^2\varphi\varphi\prime}{a^2H[1+2K^2\xi\varphi^2]} + \frac{9k^2\varphi\varphi\prime H\prime}{2H[1+2K^2\xi\varphi^2]} + \frac{6k^2H\varphi\varphi\prime}{[1+2K^2\xi\varphi^2]} + 6(H' + 2H^2)\right] + \frac{1}{V}\Bigg(\frac{k^2(\varphi\prime^2+\varphi\varphi\prime\prime)}{a^2H[1+2K^2\xi\varphi^2]} - \frac{2k^2\varphi a'}{a^3H[1+2K^2\xi\varphi^2]} - \frac{k^2\varphi H'}{a^2H^2[1+2K^2\xi\varphi^2]} - \frac{4k^4\xi\varphi^2\varphi'}{a^2H[1+2K^2\xi\varphi^2]^2} + \frac{9k^2\left({\varphi'}^2+\varphi\varphi''\right)H'}{2H[1+2K^2\xi\varphi^2]} + \frac{9k^2\varphi H''}{2H[1+2K^2\xi\varphi^2]} - \frac{9k^2\varphi {H'}^2}{2H^2[1+2K^2\xi\varphi^2]} - \frac{36k^4\xi\varphi^2\varphi'H'}{2H[1+2K^2\xi\varphi^2]} + \frac{6k^2\left({\varphi'}^2+\varphi\varphi''\right)H}{[1+2K^2\xi\varphi^2]} + \frac{6k^2\varphi H'}{[1+2k^2\xi\varphi^2]} - \frac{24k^4\xi\varphi^2\varphi'H}{[1+2k^2\xi\varphi^2]^2} + 6H''{\varphi'}^{-1} + 24HH'{\varphi'}^{-1}\Bigg)\Bigg)\Bigg). \qquad (۲۳)$$

دامنه‌ی نوسانات اسکالر $A_s^2 = \mathcal{P}_s$و نیز دامنه‌ی نوسانات تانسوری

$$A_T^2 = \frac{4K^2}{75\pi(1+K^2\xi\varphi^2)}V \qquad (۲۴)$$

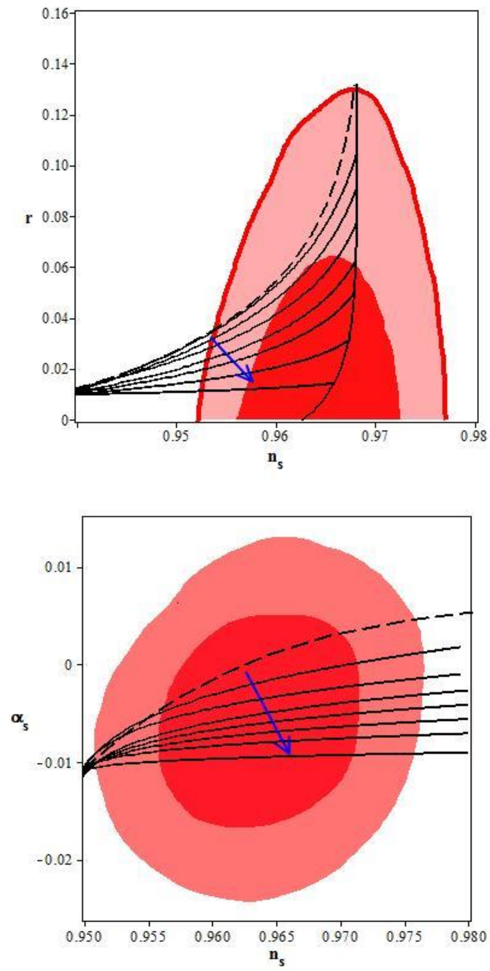
می‌باشد. از این رو برای نسبت تانسور به اسکالر داریم

$$r = \frac{A_T^2}{A_s^2},$$
$$= \frac{\frac{4K^2}{75\pi(1+K^2\xi\varphi^2)}V}{\frac{K^3}{2\pi^2}V_{,\varphi}^2\frac{(1+K^2\xi\varphi^2)^2}{(1+K^2\xi\varphi^2(1+6\xi))}\left(exp\int\left[\frac{\delta\varphi\prime}{\delta\varphi\varphi\prime} - \frac{V_{,\varphi\varphi}}{V_{,\varphi}}\right]d\varphi\right)^2} \qquad (۲۵)$$

در ادامه، مقادیر عددی حاصل از این روابط را با داده‌های مشاهداتی مقایسه خواهیم کرد.

رویارویی با واقعیت

تا کنون در این مقاله تورم طبیعی ناکمینه را به روش اختلالی مورد بررسی قرار داده‌ایم. به‌منظور مقایسه‌ی این نتایج با داده‌های مشاهداتی پلانک ۲۰۱۵ روابط سازگاری را در صفحات $r - n_s$و $\alpha - n_s$برای N=60 و در پس زمینه‌ی داده‌های رصدی Planck 2015 TT, TE ,EE+lowp ترسیم کردیم. همانند تیم پلانک بازه‌ی $0.3 < \log_{10}\left(\frac{1}{M_p}\right) < 2.5$ را در نظر گرفتیم و بررسی‌های خود را در این محدوده انجام دادیم.



شکل ۱: نسبت تانسور به اسکالر بر حسب شاخص طیفی اسکالر (نمودار بالا) و دوندگی شاخص طیفی اسکالر بر حسب شاخص طیفی اسکالر (نمودار پایین) برای تورم طبیعی ناکمینه در زمینه‌ی داده‌های رصدی Planck 2015 TT, TE ,EE+lowp به ازای N=60 .

پیش‌بینی‌های مدل تورم طبیعی ناکمینه در صفحات $r - n_s$ (نمودار بالا) و $\alpha - n_s$ (نمودار پایین) رسم شده است. منحنی‌های خط چین حالت کمینه یعنی $\xi = 0$ را نشان می‌دهد و منحنی‌های دیگر به ازای مقادیر مختلف $0 < \xi \leq \frac{1}{6}$ رسم شده‌اند. تحلیل عددی ما نشان می‌دهد که مدل تورم طبیعی ناکمینه با قید $\log_{10}\left(\frac{l}{M_p}\right) > 0.712$ تطبیق خوبی با داده‌های مشاهداتی پلانک دارد. در چارچوب اینشتین این قید به صورت $\log_{10}\left(\frac{l}{M_p}\right) > 0.626$ به‌دست می‌آید [۶].

نتیجه گیری

ما روابط سازگاری را برای تورم طبیعی با جفتیدگی ناکمینه در چارچوب جردن بررسی و نتایج را ترسیم کردیم. همانگونه که در شکل‌ها می‌بینید مدل تورم طبیعی در حالت ناکمینه سازگاری بیشتری نسبت به حالت کمینه $\xi = 0$ دارد، همچنین قید سازگار پلانک را با افزایش ξ تا $\log_{10}\left(\frac{l}{M_p}\right) > 0.712$ تغییر می‌دهد.

مرجع‌ها

[۱]. Freese, K., Frieman, J. A., &Olinto, A. V. (1990). Natural inflation with pseudo Nambu-Goldstone bosons. Physical Review Letters, 65(26), 3233.
[۲]. Freese, K., & Kinney, W. H. (2015). Natural inflation: consistency with cosmic microwave background observations of Planck and BICEP2. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, 2015(03), 044.
[۳]. Faraoni, V. (1996). Nonminimal coupling of the scalar field and inflation, Phys. Rev. D 53, 6813.
[۴]. Ade, P. A. R., Couchot, F., Henrot-Versillé, S., Mangilli, A., Perdereau, O., Plaszczynski, S., &Tristram, M. Planck 2015 results. XX. Constraints on inflation. arXiv:1502.02114 [astro-ph.CO].
[۵]. Bardeen, J. (1980), Gauge-invariant cosmological perturbations Phys. Rev. D 22, 1882.
[۶]. Nozari, K., Kahvaee, H., &Rashidi, N. (2015). Consistency relation for natural inflation with Planck 2015 data. Astrophysics and Space Science, 359(2), 1-5.